MEMORIE

DELLA

REGIA ACCADEMIA

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

IN MODENA

SERIE II. - VOLUME X.

IN MODENA
COI TIPI DELLA SOCIETÀ TIPOGRAFICA
ANTICA TIPOGRAFIA SOLIANI

1894.

MEMORIE

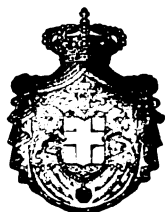
DELLA

REGIA ACCADEMIA

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

IN MODENA

SERIE II. - VOLUME X.

IN MODENA
COI TIPI DELLA SOCIETÀ TIPOGRAFICA
ANTICA TIPOGRAFIA SOLIANI

1894.

ALBO ACCADEMICO

24 novembre 1894

ELENCO DELLE CARICHE

PRESIDENTE
RICCARDI comm. prof. PIETRO

Segretario Generale
FERRARI MORENI conte cav. GIORGIO

Vice-Segretario Generale
N. N.

Bibliotecario
SANDONNINI dott. TOMMASO

Archivista
CRESPELLANI cav. avv. ARSENIO

Tesoriere
MAESTRI ing. cav. VINCENZO

Economo
MALMUSI cav. cap. BENEDETTO

Deputato alla Custodia del Medagliere
CRESPELLANI ARSENIO predetto.

CARICHE DELLE SEZIONI

Direttori

Per le Scienze PANTANELLI cav. prof. DANTE
Per le Lettere RAISINI comm. prof. avv. GUGLIELMO
Per le Arti HUGUES cav. prof. CHIAFFREDO

Censori

Per le Scienze DELLA VALLE prof. ANTONIO
Per le Lettere SANDONNINI comm. sen. avv. CLAUDIO
Per le Arti ASIOLI cav. prof. FERDINANDO

Segretari

Per le Scienze NICOLI cav. prof. FRANCESCO
Per le Lettere OLIVI prof. LUIGI
Per le Arti VALERI prof. DEMETRIO

ELENCO DEI SOCI

SOCI PERMANENTI

Cuoghi Costantini prof. Antonio
Doderlein comm. prof. Pietro
Franciosi prof. avv. Giovanni
Giovanardi cav. prof. Eugenio
Nicoli cav. prof. ing. Francesco
Olivi prof. avv. Luigi
Raisini comm. prof. avv. Guglielmo
Riccardi prof. Paolo
Riccardi comm. prof. Pietro
Ruffini uff. comm. prof. ing. Ferdinando

SOCI ATTUALI

Albertotti prof. Giuseppe
Asioli cav. prof. Ferdinando
Basini cav. avv. Giuseppe
Bergonzini cav. prof. Curzio
Berti cav. prof. Adeodato
Bezzi cav. prof. Giovanni
Borsari cav. avv. Francesco
Brandoli prof. avv. Placido
Calori-Cesis march. Ferdinando
Casarini cav. prof. Giuseppe
Cesari cav. prof. Giuseppe
Chistoni prof. Ciro
Crespellani cav. avv. Arsenio

Della Valle prof. Antonio
Del Re prof. Alfonso.
Fabbri cav. prof. Ercole Federico
Ferrari Moreni conte cav. Giorgio
Fogliani cav. prof. magg. Tancredi
Galvagni cav. prof. Ercole
Generali cav. prof. Francesco
Generali uff. prof. Giovanni
Hugues cav. prof. Chiaffredo
Maestri cav. ing. prof. Vincenzo
Magnanini prof. Gaetano.
Malaguzzi Valeri conte cav. Ippolito
Malmusi cav. cap. Benedetto
Martinelli cav. prof. Filippo
Mazzetti ab. Giuseppe
Melucci cav. prof. Pasquale
Mori prof. Antonio
Pantanelli cav. prof. Dante
Puglia cav. prof. Giuseppe
Sabbatini prof. Pio
Sandonnini comm. sen. avv. Claudio
Sandonnini dott. Tommaso
Triani comm. prof. avv. Giuseppe
Valdrighi conte cav. Luigi Francesco
Valeri prof. ing. Demetrio
Vischi cav. prof. don Luigi
Zannini prof. ing. Francesco

SOCI SOPRANNUMERARI

Biagi prof. don Michele
Bonasi comm. prof. conte Adeodato
Businelli comm. prof. Francesco
Camus prof. cav. Giulio
Canestrini uff. prof. Giovanni
Carruccio uff. prof. Antonio
Cogliolo prof. Pietro

Ferrini prof. Contardo
Foà cav. prof. Pio
Gibelli cav. prof. Giuseppe
Manfredi cav. prof. Nicolò
Montanari comm. sen. Antonio
Ricca Salerno cav. prof. Giuseppe
Riccò cav. prof. ing. Annibale
Roncaglia cav. prof. Emilio
Rossi cav. prof. Luigi
Schiff cav. prof. Roberto
Tansini prof. Iginio
Todde comm. prof. avv. Giuseppe

SOCI CORRISPONDENTI

Alfani cav. prof. Augusto, *Firenze*
Angelucci cav. magg. Angelo, *Torino*
Aschieri prof. cav. Ferdinando, *Pavia*
Barera cav. Carlo, *Milano*
Berchet comm. dott. Guglielmo, *Venezia*
Berti comm. prof. Domenico, *Firenze*
Betocchi comm. prof. Alessandro, *Roma*
Bormann prof. dott. Eugenio, *Vienna*
Calori comm. prof. Luigi, *Bologna*
Conti comm. prof. Augusto, *Firenze*
Davis di Schetton Bernardo, *Londra*
Denza comm. prof. P. Francesco, *Roma*
De-Rossi cav. Michele Stefano, *Roma*
Didion gen. Isidoro, *Parigi*
Doria march. comm. Giacomo, *Genova*
Ellero comm. prof. Pietro, *Boma*
Faccioli cav. ing. prof. Raffaele, *Bologna*
Favaro uff. prof. Antonio, *Padova*
Fornari comm. abb. Vito, *Napoli*
Gabba uff. prof. Carlo Francesco, *Pisa*
Galassini prof. Adolfo, *Reggio-Emilia*

Lampertico comm. sen. Fedele, *Vicenza*
Lorenzoni prof. Giuseppe, *Padova.*
Loria prof. Gino, *Genova*
Luzzatti gr. croce prof. Luigi, *Padova*
Mantegazza comm. prof. sen Paolo, *Firenze*
Massarani comm. sen. Tullo, *Roma*
Messedaglia prof. cav. Angelo, *Roma*
Messina prof. Pietro, *Palazzolo*
Nicolucci prof. Giustiniano, *Isola di Sora*
Palma prof. cav. Luigi, *Roma*
Ragazzi cav. dott. Vincenzo, *Scioa*
Rohault de Fleury Giorgio, *Parigi*
Salvioli prof. Giuseppe, *Palermo.*
Sapio cav. prof. Giuseppe, *Palermo*
Scialoia prof. Vittorio, *Roma*
South sir James, *Londra*
Tacchini comm. prof. Pietro, *Roma*
Tamburini cav. prof. Augusto, *Reggio-Emilia*
Targioni-Tozzetti comm. prof. Adolfo, *Firenze*
Tavani mons. Francesco, *Como*
Toschi Giambattista, *Baiso* (Provincia di Reggio-Emilia)
Venturi cav. prof. Adolfo, *Roma*

SOCI ONORARI

Beltrami uff. prof. Eugenio, *Roma*
Berthelot prof. Marcellino, *Parigi*
Brioschi comm. prof. sen. Francesco, *Milano*
Caetani Lovatelli contessa Ersilia, *Roma*
Cantù comm. Cesare, *Milano*
Cossa comm. prof. Luigi, *Pavia*
Cremona comm. prof. sen. Luigi, *Roma*
Ferrara prof. Francesco, *Venezia*
Iordao Levy cav. Maria, *Lisbona*
Liais Emanuele, *Rio Janeiro*
Mascart prof. Emilio, *Parigi*

Menabrea comm. sen. conte Luigi Federico, *Chambery*
Mommsen prof. Teodoro, *Berlino*
Schiaparelli comm. prof. senatore Giovanni, *Milano*
Tosti cav. abb. Luigi, *Montecassino*
Verdi comm. senatore Giuseppe, *Busseto*
Villari prof. comm. senatore Pasquale, *Firenze*
Virchow prof. Rodolfo, *Berlino*

Dopo il 24 novembre 1894, data alla quale si riferisce lo stato del personale accademico, ha questo subito variazione per i deplorati decessi dei tre Soci

Basini cav. avv. Giuseppe defunto a Roma l'8 dicembre 1894.
Denza comm. prof. P. Francesco morto a Roma il 14 dicembre 1894.
Cantù comm. Cesare morto a Milano l'11 marzo 1895.

RELAZIONI DEGLI ATTI ACCADEMICI

ADUNANZE DELLE SEZIONI

Adunanza della Sezione di Scienze

17 Novembre 1893.

Il Socio Prof. CURZIO BERGONZINI comunica il risultato di alcuni suoi studii microscopici e bacteriologici sopra gli *infarti bianchi della placenta.*

Premesso ciò che s'intenda con questo nome e riassunte le principali opinioni degli scienziati sulla causa di questa lesione della placenta, espone minutamente le sue osservazioni in quattro casi di infarto ed il risultato bacteriologico di due di essi, e conclude col ritenere che l' *endometrite proliferante* sia la causa dell' infarto. Riguardo al reperto bacteriologico, in un caso l'A. trovò l' esistenza di stafilococchi piogeni; fatto questo da tenersi in conto per le relazioni che può avere coi fenomeni di albuminuria e di eclampsia, che spesso accompagnano tale lesione della placenta.

Il Prof. CIRO CHISTONI presenta una Nota del sig. Ing. Giorgio Levi intitolata: *Contributo allo studio dei fenomeni che accompagnano i fulmini.*

In questa Nota l' Ing. Levi fa una relazione dettagliata sulle traccie meccaniche, chimiche e magnetiche lasciate da tre fulmini caduti in Modena e nei suoi contorni nell' anno corrente: studia la condizione cui deve soddisfare un buon parafulmine per ovviare, oltre al pericolo di scariche dall' esterno, anche al pericolo delle interne fra punto e punto dello spazio protetto, e per conseguenza studia come si possa fare un impianto razionale di parafulmini, non nascondendo le difficoltà che si oppongono ad una soluzione scientifica del problema, di proteggere dalle perturbazioni elettriche una porzione di spazio.

L' Ing. Levi fece anche delle investigazioni sul nembo magnetico che accompagnò due fulmini; e mostra quali circostanze si oppongono alla ricostruzione del campo magnetico e fa delle proposte per uno studio accurato del magnetismo nell' atmosfera.

Adunanza della Sezione di Scienze

9 Dicembre 1893.

Il Socio Prof. CONTARDO FERRINI dà comunicazione di una sua Memoria *sui libri di Paolo ad Plautium,* nella quale anzi tutto indaga l' indole e l' ordinamento dell' opera di Paolo. Confronta poi le altre elaborazioni di Verazio, Giavoleno e Pomponio e cerca di indicare quanta parte di esse sia passata nei libri di Paolo. Infine studia con quali criteri si possano sceverare in questi ultimi i brani genuini di Plauzio e termina segnalando un' intera serie di essi.

Il Socio Prof. FRANCESCO NICOLI presenta una Nota del Prof. Alfonso Del Re intitolata: *Sulle caustiche per riflessione e sui punti brillanti delle superficie.*

In questa Nota l' Autore si propone di mettere in evidenza l' utilità che si può trarre dalla considerazione di una forma a due serie di variabili, e di certi suoi covarianti, nello studio delle caustiche piane per riflessione e nella ricerca dei così detti punti brillanti delle superficie illuminate da un centro fisso e guardate da un determinato punto di vista. Questa ricerca è sostanzialmente contenuta in un' altra che l' Autore medesimo espose nel suo articolo. « *Alcune proprietà geometriche che potrebbero essere utili nella teoria dei sistemi di raggi luminosi.* » (Rend. Circ. Mat. Palermo 1887), dove, per mezzo di una coincidenza piano retta, anticipatamente costruita, egli potè determinare con metodo preferibile a quello noto di Hachette, ed in una maniera generale, quei punti di una superficie dove le riflessioni accadono così che i raggi riflessi vanno a passare per un altro punto dato a piacere. Ora però l' Autore si occupa del problema in un caso speciale, in quello cioè in cui la sua trattazione si confonde colla teoria delle caustiche piane per riflessione, sia per inserirlo in un ordine più generale di ricerche, sia per mostrare, come, in sostanza, la geometria metrica di queste caustiche, quando il centro di luce è dato, non sia da riguardarsi che come la geometria projettiva del piano, al quale si aggiunga quella forma fondamentale.

Adunanza della Sezione di Scienze

23 Febbraio 1894.

Il Socio Prof. Contardo Ferrini legge una sua Memoria *intorno alle cognizioni giuridiche di Lattanzio, Arnobio e Minucio Felice,* nella quale prende in esame le *Istituzioni* di Lattanzio, i libri *adversus nationes* di Arnobio e l'*Ottavio* di Minucio Felice; indica i passi notevoli per la storia del diritto che si trovano in ciascuna di queste opere. Come fonte giuridica per Lattanzio indica le Istituzioni di Ulpiano e per Arnobio quelle di Gajo.

Il Socio Prof. Ciro Chistoni presenta i risultati eliofanometrici ottenuti nell'Osservatorio di Modena nel 1893, e oltre fornire i dati ricavati dall'eliofanometro, fa notare che l'orizzonte di Modena in generale è nebbioso, e che durante l'anno 1893 la durata dello splendore del sole fu di circa la metà della durata del sole sull'orizzonte.

Il Socio Francesco Nicoli comunica una sua Nota *intorno agli spazi lineari a tre dimensioni,* nella quale dimostra che, senza ammettere il postulato dell'esistenza di punti situati fuori del nostro spazio intuitivo, si possono assoggettare i punti di questo spazio a condizioni tali, da realizzare figure aventi le stesse proprietà degli spazi lineari a tre dimensioni considerati nello spazio a quattro dimensioni.

Esposto il metodo da lui seguito per ottenere gli spazi lineari a tre dimensioni, dà le regole per trovare il punto d'intersezione di due piani, la retta secondo cui un piano sega uno spazio, il piano d'intersezione di due spazi, e per risolvere effettivamente i problemi relativi a rette, piani e spazi paralleli.

Infine dimostra che si può sempre stabilire fra i punti appartenenti a due spazi una relazione univoca tale, che questi spazi risultino omologici aventi per centro un punto qualunque non appartenente ad alcuno di essi e per piano di omologia il piano secondo cui si tagliano.

Adunanza della Sezione di Arti

17 Marzo 1894.

Il Presidente dell'Accademia Prof. Comm. Pietro Riccardi presenta e descrive due carte topografiche a mano, concernenti la città di Modena.

L'una, riferibile al 1447, offre qualche importanza per i particolari, che rappresenta, dei dintorni della città.

L'altra dei primi anni del secolo XVII, contiene la planimetria dell'antico Castello degli Estensi, e delle parti della città ad esso circostanti, come si trovavano anteriormente alla costruzione del palazzo ducale.

Il Socio Prof. Cav. Ing. Vincenzo Maestri legge una sua relazione al Ministero della Pubblica Istruzione, diretta ad ottenere dal medesimo che siano date le disposizioni necessarie affinchè i pochi avanzi fuori d'opera, e le parti decorative dell'antica Pieve di Trebbio presso Guiglia, salvate da inconsulti ristauri eseguiti nel 1727, non siano del tutto dispersi e distrutti.

Da un acurato esame degli avanzi fuori d'opera, e da quanto resta ancora di questa antica Pieve, crede di poter argomentare che la sua costruzione non possa risalire ad un'epoca anteriore al secolo IX ed esclude che possa essere una costruzione posteriore al mille. Fatta eccezione però della parte superiore della navata centrale che presenta tutti i caratteri più avanzati dello stile delle chiese lombarde del XII secolo.

Il Maestri legge pure una breve memoria sul Calice detto della contessa Matilde della chiesa di Montebaranzone e sulle croci processionali di Montebaranzone e di San Faustino presso Modena. Questi arredi sacri appartengono a quel periodo di transizione delle arti minori, che conservando qualcuno dei caratteri propri dello stile bisantino, prelude colle forme ingentilite e più corrette ai meravigliosi lavori di simil genere dei secoli XIV e XV.

Il calice è un pregevole lavoro di oreficeria del secolo XIII, ed è certo infondata la tradizione che vorrebbe assegnare quel calice fra gli arredi sacri appartenenti alla Gran Contessa, morta sul principio del secolo XII.

Le due croci in lamiera di rame dorato e con anima di legno, sono un lavoro di grossolano cesello con simboli e figure caratteristiche dell'accennata epoca di transizione.

La croce di Montebaranzone è alquanto più antica di quella di S. Faustino.

Il Socio Cav. Avv. Arsenio Crespellani legge una breve nota sui lavori di oreficeria e meccanica di Felice Riccò.

Fra questi si distinguono per squisitezza di gusto, eleganza di forma e finitezza di esecuzione parecchi vasi con bacili in argento cesellato esposti a Modena nel 1850 e 1862, l'incisione in acciaio eseguita nel 1850 e assai bene riuscita dei conii di una medaglia per premi.

Ottenne inoltre il Riççò premi di incoraggiamento nei concorsi banditi da questa Accademia e specialmente pel modo di costruire tabellionati e sigilli, per l'applicazione della stampa su lastre d'argento e di rame, riportandone lodi anche dall'*Auer* di Vienna, pel metodo di intagliare e colorare il legno ad imitazione della lana e della felpa, per campioni di cuoio lavorato a mano, ove mostrò tanta maestria da gareggiare coi prodotti, che in tal genere, fama non comune procurarono a Modena nel secolo XVI.

Il governo estense mandava il Riccò a Vienna a perfezionarsi nelle arti sue, e lo incaricava di fare colà gli studi necessari per l'impianto di una zecca a Modena.

Il Riccò ebbe fede ne' suoi studi, e questo modesto ed intelligente cittadino, morto l'11 febbraio scorso, si procurò un posto saliente nella storia degli artisti modenesi.

Adunanza della Sezione di Lettere

7 Aprile 1894.

Il Socio Cav. Benedetto Malmusi legge una Memoria intorno alle lapidi della Necropoli Musulmana di Dahlak, pervenute al Museo Civico in parte per dono del signor Paolo Parenti Ufficiale della R. Marina, e in parte per acquisto fattone, per conto del Museo stesso, dal signor Cav. Dott. Vincenzo Ragazzi, il quale, oltre essersi recato all'isola di Dahlak per provvedere le lapidi, ne curò anche l'invio a Modena.

Il Malmusi, detto come quelle lapidi abbiano tutte epigrafi in lingua araba, alcune scritte con caratteri cufici e altre colla scrittura araba moderna, fa notare l' interesse che desse presentano sotto il duplice aspetto linguistico e storico. Osserva come la più vetusta di quelle pietre sepolcrali possa ascriversi alla seconda metà del IX secolo, mentre la più recente porta la data del 653 dell' Egira, corrispondente all'anno 1255 dell' êra nostra. Comprenderebbero quindi un periodo di oltre tre secoli, durante i quali i Musulmani ebbero stabile dimora nell' Arcipelago di Dahlak. Anzi

nel XII secolo, come pare si possa desumere da due di quelle iscrizioni, quella Società Musulmana costituì un piccolo Sultanato.

La memoria termina colla traduzione delle epigrafi accompagnata da opportune note e schiarimenti e dai *fac-si-mile* di quelle iscrizioni, che al Malmusi sembrano potere maggiormente interessare gli studiosi.

Adunanza della Sezione di Arti

7 Aprile 1894.

Il vice-segretario generale a nome del Socio Conte Luigi Francesco Valdrighi presenta la quinta aggiunta al primo elenco di fabbricatori di strumenti armonici edito nel 1884 nei volumi delle Memorie accademiche. L' aggiunta ultima registra 1106 nuovi nomi, ed ha il solito corredo di erudite ed interessanti annotazioni.

Adunanza della Sezione di Scienze

12 Maggio 1894.

Il Socio Prof. Pio Sabbatini legge una sua Memoria sul *decentramento e la questione universitaria.*

Constatando che se tutti sono d' accordo sulla necessità di decentrare, diverse sono le opinioni circa il modo di attuare il decentramento amministrativo, si propone di determinare i criteri che dovrebbero prendersi a guida in sì ardua impresa, con speciale riferimento alla questione universitaria.

Dimostra che nel por mano al decentramento, massime in Italia, conviene aver riguardo alle speciali condizioni storiche e di fatto del paese, non che al momento in cui la riforma si compie, e non seguire teorie astratte inspirate a concetti di uniformità e simmetria.

Dichiara insano il proposito di risolvere il problema del decentramento coll' unico criterio delle economie, quasi che si potesse provvedere alla prosperità ed al benessere di tutta la nazione coll' inaridire le sorgenti della vita locale.

Parlando del decentramento *instituzionale,* che consiste nello sgravare lo Stato di tutte le funzioni che non sono strettamente collegate ai suoi fini per lasciarne la cura agli enti locali, dimostra che è di tale natura l' istru-

zione pubblica in tutti i suoi gradi, compresa la superiore, e fa rilevare che al concetto del decentramento organico dell'istruzione superiore è inspirato il progetto di legge Bacelli sull'autonomia universitaria.

Venendo poscia ad esporre le ragioni intrinseche che militano a favore della conservazione delle Università così dette minori, confuta le obbiezioni che contro di esse e a favore della riduzione di esse si muovono, e passando in rassegna le proposte fatte nei varii progetti di legge sulla riforma universitaria, rileva come le tradizioni nostre parlamentari stiano a favore della conservazione di dette università, non essendosi mai osato, in nessuno degli accennati progetti, di proporne formalmente la riduzione.

Conclude augurandosi che il sentimento della giustizia prevalga sopra ogni altra considerazione e sia così risparmiata ai centri minori una jattura, le cui conseguenze morali, politiche ed economiche non si potrebbero facilmente prevedere nè valutare.

Il Socio Prof. GIOVANNI GENERALI comunica alcune note teratologiche sopra diversi uccelli.

I casi da lui descritti, illustrandone i principali suoi pezzi, si riferiscono ad alcuni polli, al tacchino, al piccione, al pavone, al passero, alla quaglia. Le anomalie e mostruosità principali sono riferibili al becco raccorciato e diviso (Brachyrhynchus), a casi di faccia e testa doppia (Diprosopia, dicefalia), al ciclopismo ed a mostri con testa unica, corpo doppio con 4 ali e 4 arti (deradelfia), infine a casi di arti soprannumerarii (pigomelia e melomelia) ed a dita soprannumerarii (polidactilia).

Il Socio Prof. CONTARDO FERRARI legge una sua Memoria *sui libri ad Neratium,* nella quale esamina brevemente quale fu l'opera commentata e conclude essere stata la collezione dei responsi neraziani: discorre del contenuto e del sistema di essa e della natura dei relativi commenti di Paolo.

Adunanza della Sezione di Scienze

9 Giugno 1894.

Il presidente della Sezione Prof. Cav. DANTE PANTANELLI dà comunicazione di una sua Memoria, nella quale riassume da Brocchi (1814) in poi i principali lavori di coloro che si sono occupati dell'Appennino settentrionale, e pone in evidenza come gli studiosi siano a poco a poco venuti nelle opinioni che attualmente dominano nella scienza; esamina quale influenza abbiano avuto gli studi e le ricerche di altre regioni nel suc-

cessivo sviluppo delle cognizioni geologiche dell'Appennino emiliano e, accanto ai lavori d'indole generale, rende conto dettagliato di tutti i lavori parziali o della parte dei lavori generali, nei quali si rammentano ricerche speciali all'Appennino modenese.

Il Socio Prof. CIRO CHISTONI espone le esperienze da lui cominciate nel 1891 e compite in questi giorni sul magnetismo permanente delle sbarre di acciaio contenenti tunsteno. Conclude col dire che con questo acciaio si ottengono magneti permanenti intensi così che col comune acciaio è difficile arrivare anche alla metà. Promette poi di iniziare altre analoghe esperienze sull'acciaio contenente cromo e sull'acciaio contenente nichelio. Le diverse qualità di acciaio gli vengono fornite dall'acciaieria Glisenti di Valtrompia.

Per aver campi magnetici intensi il Prof. Chistoni ottenne dal Municipio di Modena (al quale rende grazie) di potere applicare il rocchetto d'induzione alle dinamo del teatro; ma anche qui dovette limitare assai l'intensità della corrente, perchè il rocchetto non sopportava più di sessanta Ampères. In quelle esperienze intravide un fatto nuovo e cioè che il magnetismo permanente dell'acciaio aumenta col campo magnetico fino a un certo punto, poi diminuisce. Egli spera di verificar meglio questo fatto nuovo ed importantissimo, se, come gli fu promesso, potrà disporre di una dinamo. Quanto al coefficiente medio di temperatura dei magneti rilevò che è piccolo, ma costante solo fra limitate differenze di temperatura. Chiude augurandosi che nella continuazione di questi studi non abbia più ad incontrare quelle gravi difficoltà di locali e di mezzi, che talvolta lo fecero disperare della buona riuscita delle sue esperienze.

Dopo ciò il Prof. CHISTONI notifica che, come Direttore dell'Osservatorio, si è messo in comunicazione coll'Osservatorio meteorologico del Monte Bianco e che dal sig. Direttore Vallot potè ottenere in dono il primo volume degli annali di detto Osservatorio. Fa rilevare la somma importanza di questa stazione alpina, dove, oltre alle osservazioni meteorologiche correnti, si faranno anche importanti studii di fisica terrestre.

ADUNANZE GENERALI

---

2 dicembre 1893.

Inaugurandosi, presenti 21 Soci permanenti od attuali, l'anno accademico 1893-94, il Vice Segretario legge la relazione sui lavori ed atti dell'anno antecedente. Dopo la presentazione ed approvazione del resoconto del Tesoriere e del consuntivo per l'anno 1892-93, nonchè del preventivo per l'anno 1893-94 sono nominati ad occupare due posti vacanti nella classe dei Soci attuali il Dott. *Tommaso Sandonnini* ed il Prof. *Antonio Mori*, e per acclamazione sono approvate le proposte di ascrivere al novero dei Soci corrispondenti il Prof. *Giuseppe Lorenzoni* ed a quello degli onorari il Prof. *Emilio Mascart*. Scelti da poi i giudici pel concorso ai premi d'onore che scadrà col corrente anno, il Presidente annuncia la prossima pubblicazione del IX volume delle Memorie ormai compiuto, e l'Assemblea approva una modificazione regolamentare riguardante il modo di convocare le generali adunanze, e deferisce alla Direzione centrale l'incarico di studiare e proporre variazioni ad alcuni articoli dello statuto accademico. — Da ultimo il Socio Comm. Prof. *Giuseppe Triani* associandosi ai sentimenti espressi dal Vice Segretario in sul finire della sua relazione verso i colleghi nello scorso anno mancati alla vita, soggiunge in riguardo al Prof. *Pietro Sbarbaro*, ieri spentosi in Roma, parole di rimpianto e gratitudine specialmente per la parte che desso prese alla strenua difesa della nostra Università nel 1867 e 1874 minacciata di soppressione: e concluse che richiamando a memoria quanto fu detto, fatto e pubblicato a quel tempo a scansare i pericoli che sovrastavano all'antico e glorioso nostro Ateneo, i modenesi sovra tutti devono essere riconoscenti al concittadino March. *Giuseppe Campori* di sempre cara memoria ed al Prof. *Pietro Sbarbaro*.

PROGRAMMA

PEL CONCORSO AI PREMI D'ONORE DELL'ANNO 1893-94

I premi che annualmente si assegnano dalla R. Accademia sono distinti in due classi.

La prima comprende due premi della complessiva somma di italiane lire 1000 da distribuirsi in parti eguali agli autori di due *Memorie o Dissertazioni* sopra temi *morali-politici* proposte dalla R. Accademia e che dalla medesima sieno riconosciute degne della corona.

La seconda classe comprende due premi della complessiva somma di italiane lire 800, da distribuirsi in quote eguali a due tra gl' inventori di qualche *nuovo e vantaggioso metodo di agricoltura* debitamente dichiarato, o di qualche *perfezionamento di un' arte qualsiasi propriamente detta.*

La R. Accademia pertanto, col mezzo della Direzione Centrale, ha scelto pel concorso del corrente anno 1893-94 i due temi qui sotto notati.

I.

Amministrazione, conversione e ammortizzazione del debito pubblico: sistemi prevalenti e questioni connesse. Determinare le condizioni sotto le quali si può presentare leggittima e conveniente la riduzione della rendita.

II.

L' interesse del capitale, il suo fondamento economico e giuridico e le sue variazioni nel corso ordinario della società.

Gli scritti spettanti ai premi della prima classe possono solo essere in lingua italiana o latina. Debbono essere anonimi e contrassegnati da un motto ripetuto sopra una scheda, o lettera suggellata; entro la quale un' altra busta pur suggellata e contrassegnata da un diverso motto noto solo all' autore, conterrà nome, cognome, patria, domicilio e indirizzo di esso: dovendosi poi anche evitare negli scritti stessi qualunque indizio che possa far conoscere l' autore medesimo.

Il *Concorso* è aperto ai dotti italiani ed esteri riguardo ai premi della 1.ª classe: ma riguardo ai premi della 2.ª classe viene limitato agli abitanti delle provincie di Modena e Reggio: ai quali altresì rammentasi, che i nuovi metodi di agricoltura, che avranno a proporre, si vogliono applicabili all' agricoltura usata nelle provincie stesse.

Tutti i componimenti inviati al *Concorso* dovranno essere inediti e chiaramente e nitidamente scritti, altrimenti non saranno presi in esame. E si spediranno franchi di porto, al più tardi entro il 31 dicembre 1894 (termine di rigore), col seguente indirizzo: *Al Presidente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena.* Dalla Presidenza poi verranno trasmessi alle rispettive Commissioni elette a giudicarli.

Gli Agricoltori e gli Artisti che intendano di aspirare al *Concorso* dovranno avere entro il predetto termine presentato, quanto agli Agricoltori, la descrizione succinta ed esatta del loro trovato con indicazione del luogo a cui avesse a riferirsi, affinchè l'Accademia possa poi procedere alle verificazioni che fossero opportune: e quanto agli Artisti, i loro lavori nel luogo che verrà designato dall'Accademia per esaminarli e quindi giudicarli. Sì gli uni, che gli altri, amando rimanere occulti, non avranno che a regolarsi in modo consimile a quello dei concorrenti ai premi dell' altra classe.

Le schede delle produzioni riconosciute meritevoli del *premio,* o dell' *accessit,* saranno colle dovute formalità subito aperte; le altre saranno conservate nella loro integrità per un anno allo scopo di potere all'uopo verificare l'identità degli autori che chiedessero la restituzione delle produzioni presentate: scorso il qual termine, le schede delle Memorie non richieste saranno dato alle fiamme.

Quegli autori che bramassero ricuperare i loro manoscritti, dovranno destinare persona in Modena che ne faccia la domanda e ne rilasci la ricevuta. Il contrassegno per giustificare la richiesta sarà l' indicazione d' ambo i motti del componimento; tanto il palese, che il secreto; così la semplice apertura della esterna busta della scheda basterà alla verificazione, restando incognito l' autore.

I componimenti premiati verranno impressi fra le *Memorie* accademiche; e d' un conveniente numero d' esemplari saranno presentati gli autori. A giudizio della Direziooe Centrale potrà accordarsi l' onore della stampa anche a scritti riconosciuti degni dell' *accessit,* però col consenso degli autori.

Modena 30 Marzo 1894.

IL PRESIDENTE
PIETRO RICCARDI

Il Segretario Generale
PIETRO BORTOLOTTI.

AVVERTENZA

Dalle osservazioni meteorologiche e termoudometriche, nonchè dei risultati eliofanometrici, che seguono, il Socio Prof. Ciro Chistoni *diede comunicazione nelle adunanze della Sezione di Scienze del 4 marzo 1893 e del 23 febbraio 1894.*

OSSERVAZIONI METEOROLOGICHE

fatte nell' anno 1892

ALL' OSSERVATORIO DELLA R. UNIVERSITÀ DI MODENA

dall' assistente VITO VELLANI

e calcolate

dall' assistente Ing. ANGELO MANZINI

Chiamato sugli ultimi del marzo 1892 a dirigere provvisoriamente l' Osservatorio della R. Università, ho constatato che dal 1863 in questo Osservatorio lo stato del cielo veniva designato coi seguenti termini:

Lucido; bello; nebbioso; nuvolo; coperto ed *oscuro.*

Nello trasmettere i dati al R. Ufficio Centrale di Meteorologia, si soleva tradurre questa scala di stima in numeri, nel seguente modo:

Lucido .	= 0	Nuvolo	= 6
Bello . .	= 2	Coperto	= 8
Nebbioso	= 4	Oscuro.	= 10

Evidentemente questa traduzione in numeri non corrisponde alla scala 0 — 10 stabilita nei congressi meteorologici internazionali.

Al mio entrare nell' Osservatorio, notai anche che non si osservava la direzione delle nubi situate negli alti strati dell' atmosfera e che non si soleva tenere conto della forma delle nubi.

Introdussi subito la prima osservazione, perchè facile, ma non la seconda, perchè esige sufficiente pratica di stima. Col 1893 però si noterà anche la forma delle nubi.

Nelle seguenti tavole stanno i risultati delle osservazioni meteorologiche fatte nel 1892; e si trova indicato lo stato del cielo a tutto marzo col vecchio sistema particolare dell' Osservatorio di Modena, dall' aprile invece secondo la scala 0 — 10, adottata universalmente.

Le meteore sono indicate coi simboli internazionali proposti dal Congresso di Vienna ed ora comunemente adottati:

1. ● pioggia.
2. ✱ neve.
3. △ nevischio.
4. ▲ grandine.
5. ≡ nebbia.
6. ∨ brina.
7. ∾ gelicidio.
8. ⌣ gelo.
9. ⌣ rugiada.
10. ← aghi di ghiaccio.
11. ∞ caligine.
12. ⌈ temporale.
13. < lampi senza tuoni.
14. ⇀ vento fortissimo.
15. ✛ uragano di neve.
16. ⦶ alone solare.
17. ⋓ alone lunare.
18. ⊕ corona solare.
19. ⊽ corona lunare.
20. ⌒ arco baleno.
21. ⌓ aurora polare.

Gli esponenti ^{0} e ^{2} indicano rispettivamente che la meteora è di poca intensità oppure fortissima; la lettera n e i numeri I, II, III significano che la meteora, alla quale si accenna, apparve di notte, oppure verso le ore di osservazione 9^h am., 3^h pm., 9^h pm.

I numeri segnati con asterisco nelle colonne delle precipitazioni, indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina disciolta.

Il valore medio della temperatura si è ottenuto prendendo la media dei valori estremi e dei valori osservati alle 9^h am. e alle 9^h pm.

Le ore sono sempre espresse in tempo medio di Roma.

Riguardo alle stagioni, come è in uso in questo Osservatorio, si ritenne che l'inverno sia costituito dal dicembre, gennaio e febbraio; la primavera dai tre mesi di marzo, aprile e maggio; l'estate dai tre mesi di giugno, luglio ed agosto e l'autunno dai tre mesi di settembre, ottobre e novembre.

Le osservazioni vennero quasi totalmente fatte dal sig. Vito Vellani e le riduzioni ed i calcoli sono stati eseguiti dall'Ing. A. Manzini.

Prof. Ciro Chistoni.

COORDINATE GEOGRAFICHE

DELL' OSSERVATORIO METEOROLOGICO

DELLA

R. UNIVERSITÀ DI MODENA

Latitudine boreale . . . . = 44°. 38.′ 52″,8
Longitudine E da Greenwich . . . . = 0.^{h} 43.^{m} 41^s,8
Altezza sul livello medio del mare = metri 63,2

GENNAIO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	52.1	50.6	51.6	-1.2	1.9	2.0	-2.0	1.2	4.1	4.9	5.2	98	92	98	W	1.0	W	5.0	NE	2.5	. . .	. . .	. . .
2	55.0	56.4	59.2	3.1	3.7	3.0	1.8	4.1	5.5	5.1	5.6	97	85	98	NW	17.5	SW	7.0	NW	12.5	. . .	. . .	. . .
3	60.4	57.6	56.8	1.2	1.5	0.7	-1.0	3.1	4.7	4.9	4.4	92	96	100	W	19.0	W	4.0	NW	7.5	. . .	. . .	. . .
4	55.2	53.2	54.0	-3.8	-1.2	-0.8	-4.1	1.4	3.3	3.9	4.2	95	92	96	SW	4.5	SW	1.5	SW	4.0	. . .	. . .	. . .
5	55.1	54.1	53.7	0.6	1.0	0.7	-1.0	1.3	4.6	4.8	4.7	96	96	98	SW	9.5	SW	6.5	SW	2.5	. . .	. . .	. . .
6	51.3	48.8	49.0	0.9	-1.3	-3.3	-3.5	2.3	4.5	4.1	3.5	92	98	98	SW	7.5	NW	10.5	SW	8.0	. . .	. . .	. . .
7	50.0	50.5	51.4	-5.9	-4.3	-3.6	-7.6	-1.8	2.8	3.2	3.4	95	95	98	SW	2.0	SW	4.0	SW	6.5	. . .	. . .	. . .
8	51.6	50.4	49.8	-1.0	-0.3	-0.8	-3.7	0.2	4.1	4.3	4.2	96	96	98	SW	6.5	SW	2.5	SW	3.5	. . .	. . .	. . .
9	42.7	39.3	36.2	0.3	1.5	0.7	-1.3	1.6	4.6	5.0	4.7	98	98	96	SW	3.5	W	7.0	W	23.5	. . .	. . .	. . .
10	39.1	42.8	47.7	2.6	6.8	2.0	0.4	7.2	4.2	2.2	3.8	75	29	71	NW	12.0	NW	16.5	SW	9.5	. . .	. . .	. . .
I. Decade . .	51.3	50.4	50.9	-0.3	0.9	-0.1	-2.2	2.1	4.2	4.2	4.4	93.4	87.7	85.1	. .	8.3	. .	6.5	. .	8.0	. . .	. . .	. . .
11	54.2	54.1	53.7	0.5	1.2	0.5	-1.0	1.6	4.3	4.5	4.5	91	91	94	NE	13.5	NE	7.0	NE	9.5	. . .	. . .	. . .
12	51.4	51.2	52.0	0.3	2.3	0.3	-0.4	2.3	4.5	4.2	4.0	96	78	85	W	7.0	W	3.5	W	2.0	. . .	. . .	. . .
13	50.4	46.4	41.8	0.5	0.6	0.6	-0.6	1.2	4.4	4.5	4.6	92	94	96	W	7.0	W	5.0	W	11.0	. . .	. . .	. . .
14	36.9	37.3	37.8	2.2	3.6	2.5	0.4	5.0	5.0	5.3	5.3	93	88	96	SW	13.0	SW	2.0	SW	5.0	. . .	. . .	. . .
15	39.2	40.4	42.6	2.5	4.7	3.5	1.0	5.0	5.0	5.4	5.7	91	84	97	W	13.0	W	3.0	W	6.5	. . .	. . .	. . .
16	47.6	50.9	54.9	3.0	3.5	1.0	0.5	4.3	5.2	5.1	4.4	91	86	89	NE	2.0	NW	18.5	W	14.0	. . .	. . .	. . .
17	60.1	61.1	62.0	1.1	3.5	1.8	0.0	4.2	4.3	4.7	4.7	85	80	90	W	2.5	W	6.0	W	7.5	. . .	. . .	. . .
18	61.1	59.9	57.7	0.6	1.9	1.7	-0.6	2.7	4.5	4.8	4.8	94	91	93	W	3.0	W	5.5	W	6.5	. . .	. . .	. . .
19	54.6	54.6	54.7	3.4	1.1	0.7	1.4	4.2	5.0	4.7	4.6	85	94	96	NE	23.0	NE	2.5	NE	2.0	. . .	. . .	. . .
20	55.0	54.3	55.3	0.3	1.8	-3.3	-4.1	3.2	3.7	3.5	2.5	75	66	69	NE	3.0	SW	6.5	SW	7.0	. . .	. . .	. . .
II. Decade . .	51.1	51.0	51.3	1.4	2.4	0.9	-0.3	3.4	4.6	4.7	4.5	89.3	85.2	90.5	. .	8.7	. .	6.0	. .	7.1	. . .	. . .	. . .
21	58.3	59.0	61.2	-4.7	-0.5	-5.1	-6.5	0.8	2.2	2.5	2.4	69	57	76	SW	8.5	SW	1.0	SW	7.5	. . .	. . .	. . .
22	64.6	65.2	65.4	-3.0	1.4	-2.6	-6.1	1.9	2.8	3.3	2.9	76	64	76	SW	5.0	SW	2.5	SW	11.5	. . .	. . .	. . .
23	64.1	61.5	61.4	-1.0	3.0	-0.7	-4.1	4.2	2.6	3.5	3.4	62	61	75	SW	8.5	SW	2.0	SW	4.0	. . .	. . .	. . .
24	63.0	62.6	63.2	1.1	3.7	1.6	-2.6	4.2	4.1	4.0	4.3	81	66	83	SW	6.0	SW	1.0	SW	4.5	. . .	. . .	. . .
25	62.6	60.7	60.2	1.7	2.7	1.5	0.9	3.2	4.5	4.5	4.8	87	81	94	SW	3.0	SW	5.5	SW	11.0	. . .	. . .	. . .
26	59.9	59.3	60.5	2.0	4.5	1.5	1.2	5.2	4.8	4.7	4.5	91	74	89	SW	15.0	W	12.0	W	15.0	. . .	. . .	. . .
27	60.4	59.0	58.7	0.3	4.6	0.6	-1.3	5.1	3.6	3.7	3.5	77	57	73	W	15.0	W	2.5	SW	10.0	. . .	. . .	. . .
28	56.2	57.0	60.2	-1.6	2.0	0.9	-2.9	2.2	3.1	4.4	4.3	78	84	88	W	12.5	W	13.5	W	5.0	. . .	. . .	. . .
29	63.2	60.0	58.5	2.2	4.7	2.7	-0.6	6.1	3.9	3.8	4.1	73	59	74	W	8.5	W	5.0	SW	13.5	. . .	. . .	. . .
30	61.0	60.5	60.4	2.8	5.3	3.8	1.3	6.1	4.4	4.6	4.1	78	69	67	NE	2.5	NE	1.0	SW	10.5	. . .	. . .	. . .
31	58.5	56.2	58.1	3.8	8.2	4.4	1.5	9.1	4.7	5.5	5.6	78	67	89	SW	2.5	SW	4.5	NE	8.5	. . .	. . .	. . .
III. Decade . .	61.1	60.1	60.7	0.3	3.6	0.8	-1.7	4.4	3.7	4.0	4.0	77.3	67.2	80.4	. .	7.9	. .	4.6	. .	9.2	. . .	. . .	. . .
Mese	54.7	54.0	54.5	0.5	2.4	0.6	-1.4	3.3	4.1	4.3	4.3	86.3	79.6	85.2	. .	8.3	. .	5.6	. .	8.1	. . .	. . .	. . .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	Neve in cm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$			
Nebb.	Cop.	Cop.	gelato	. . .	0.50*	. . .	0.50*	. . .	≡ ⌣ n e mattino; ≡² pomeriggio.
Cop.	Cop.	Cop.	1.01	0.45*	0.10*	. . .	0.55*	. . .	≡ tutto il giorno; ●° verso mezzogiorno.
Cop.	Cop.	Cop.	gelato	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e matt.; ≡² pomeriggio e sera.
Cop.	Cop.	Cop.	»	. . .	. . .	. . .	. . .	inc	≡ ⌣ tutto il giorno; ✳ 8^h10^m pm.
Cop.	Cop.	Cop.	»	. . .	1.00*	0.25*	1.25*	4.0	✳° n; ≡² tutto il giorno; ✳ 8^h am. - 10^h am.; ✳² 4^h pm. - 8^h45^m pm.
Nuv.	Cop.	Cop.	»	1.00*	3.40*	0.10*	4.50*	. . .	≡² tutto il giorno; ⌣ I.
Bello	Cop.	Cop.	»	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ ∨ ⌣² in tutto il giorno.
Cop.	Cop.	Cop.	»	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ ∨ ⌣ in tutto il giorno. [⟶ 8^h pm. - 12^h (W).
Cop.	Cop.	Cop.	»	0.29*	1.00*	10.50	11.79*	inc	≡ matt.; ≡² pm.; ∨ ⌣ n - 12^h m.; △ 9^h20^m pm.; ● 7^h pm. - 9^h20^m pm.;
Nuv.	Bello	Nuv.	2.82	0.80*	0.15*	0.15*	1.10*	inc	✳° n; ⌣ ≡° 8^h am; pm. bello; ≡ III; ⟶ (W) n - 5^h am., (NW) 11^h am. - 3^h p.
. .	. .	. .	3.83	2.54	6.15	11.00	19.69	4.0	[✳° 5^h30^m - 7^h30^m pm.
Cop.	Cop.	Cop.	0.39	. . .	0.75*	0.10*	0.85*	inc	≡ matt. ∨ ⌣; ∾ I e 11^h20^m am. - 12^h40^m pm.; △ 12^h40^m - 1^h50^m pm.;
Cop.	Cop.	Cop.	0.45	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ rada per tutto il giorno, ⌣ dal mattino ad oltre mezzogiorno.
Cop.	Cop.	Cop.	0.15	0.40	1.60*	0.30*	2.30*	inc	● △ n; ≡² piovosa, ⌣ matt.; ∾ da 12^h30^m - 1^h pm.; ✳° e △ 1^h pm. - 3 pm.; △ III.
Cop.	Cop.	Cop.	0.24	10.25*	3.50*	3.25	17.00*	. . .	≡² matt., leggiera I; ≡ bassa III; ● 4^h pm. - 7^h pm.; ⟶ (W) 2^h am. - 5^h am.
Cop.	Cop.	Cop.	0.32	3.60*	. . .	4.00	7.60*	. . .	● n e sera.
Cop.	Cop	Bello	0.50	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e fra giorno; ∨ III; ⟶ (W. NW) pom.
Cop.	Cop.	Cop.	0.37	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ ∨ ⌣ n e mattino; ●° 4^h50^m pm. - 5^h10^m pm.
Cop.	Cop.	Cop.	0.31	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡² n e mattino; ≡ bassa tutto il giorno.
Cop.	Cop.	Cop.	gelato	6.65	6.81*	0.90*	14.36*	. . .	● n e matt.; ✳ 11^h10^m am. - 4^h15^m am. del 20, cm: 27,5; ⟶ (NE) matt.
Nuv.	Bello	Bello	»	. . .	5.50*	1.00*	6.50*	27.5	≡ per tutto il giorno all' orizzonte.
. .	. .	. .	2.73	20.90	18.16	9.55	48.61	27.5	
Bello	Bello	Bello	»	. . .	1.80*	1.50*	3.30	. . .	≡ n e mattino.
Nuv.	Bello	Bello	»	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ ⌣ n e mattino; ⌣ III.
Nuv.	Bello	Bello	»	. . .	. . .	2.40*	2.40*	. . .	≡ ⌣ n e mattino.
Cop.	Cop.	Cop.	»	. . .	3.40*	0.80*	4.20*	. . .	≡ ⌣ n e mattino.
Cop.	Cop.	Cop.	4.45	0.39*	1.39*	0.70*	2.48*	. . .	≡² e bassa tutto il giorno.
Cop.	Bello	Bello	0.74	1.70*	. . .	. . .	1.70*	inc	● n; △ 7^h45^m am. - 8^h15^m am.; ≡² fra giorno.
Nuv.	Bello	Bello	0.97	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	∨ ⌣ n e mattino.
Cop.	Cop.	Bello	0.65	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡² ⌣ mattino; ⌣ mezzodì; ≡ II e III.
Nuv.	Cop.	Nebb.	0.87	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ ∨ ⌣ n e mattino; ≡ mezzodì, II e III.
Nuv.	Nuv.	Nuv.	0.71	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	⌣ n e I; ≡² tutto il giorno all' orizzonte.
Nuv.	Nuv.	Bello	0.49	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	≡² I.
. .	. .	. .	8.88	2.09	6.59	5.40	14.08	inc	
. .	. .	. .	15.44	25.53	30.90	25.95	82.38	31.5	

FEBBRAIO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1.	61.0	59.4	57.8	0.2	6.4	3.9	-1.1	7.1	4.4	5.4	5.4	94	75	88	NE	3.0	NE	3.5	NE	3.5	. . .	. . .	. .
2.	50.9	45.4	42.5	2.9	4.5	3.8	1.5	4.9	5.6	6.1	5.8	98	97	97	NE	4.0	NE	5.5	W	13.0	. . .	. . .	. .
3.	37.9	37.0	38.6	4.1	5.3	3.2	1.0	6.0	5.6	5.8	5.1	92	86	88	W	13.0	NW	9.0	SW	14.0	. . .	. . .	. .
4.	42.8	45.0	48.8	3.4	7.9	4.7	0.0	8.5	4.6	4.2	2.7	78	53	41	W	7.0	W	20.5	SW	29.0	. . .	. . .	. .
5.	51.8	49.3	49.8	3.0	7.3	3.2	1.1	8.0	2.9	2.2	3.6	50	28	61	SW	9.5	SW	5.5	SW	13.0	. . .	. . .	. .
6.	51.2	50.4	51.2	4.1	12.8	6.8	1.9	13.5	3.7	3.4	4.0	60	30	54	SW	7.5	W	23.0	W	11.5	. . .	. . .	. .
7.	52.9	52.5	54.3	5.8	11.0	4.8	2.2	11.4	4.4	4.6	5.5	63	47	86	SW	12.0	SW	5.0	SW	14.5	. . .	. . .	. .
8.	51.3	47.9	46.3	2.7	8.7	6.1	0.6	9.1	5.0	5.7	5.8	89	67	82	SW	5.0	SW	5.0	SW	7.5	. . .	. . .	. .
9.	47.9	47.0	56.2	2.6	11.0	3.2	1.0	11.5	5.0	5.7	5.0	91	57	86	SW	12.0	W	8.0	SE	11.0	. . .	. . .	. .
10.	61.0	61.5	63.8	0.9	4.8	1.2	-1.0	5.3	3.1	2.3	3.0	62	36	59	NE	4.5	NE	39.5	NE	8.5	. . .	. . .	. .
I. Decade . .	50.9	49.5	50.9	3.0	8.0	4.1	0.7	8.5	4.4	4.5	4.6	77.7	57.6	74.2	. .	7.8	. .	12.5	. .	12.6	. . .	. . .	. .
11.	64.8	63.2	62.9	0.5	5.0	2.0	-2.6	5.2	3.6	2.6	3.2	75	41	60	W	10.5	W	7.0	W	10.5	. . .	. . .	. .
12.	61.9	58.2	56.7	3.4	11.0	6.1	0.5	11.7	3.1	4.3	4.6	53	44	66	W	14.5	W	6.5	W	10.0	. . .	. . .	. .
13.	50.7	46.5	49.9	6.2	14.1	6.1	3.0	15.2	4.1	4.8	5.2	58	40	73	SW	14.5	W	14.5	NE	5.0	. . .	. . .	. .
14.	53.5	52.0	53.4	3.1	8.2	3.0	1.5	8.9	3.2	1.8	3.2	56	21	56	W	21.5	NW	18.5	SW	13.5	. . .	. . .	. .
15.	50.7	47.5	47.2	2.5	6.9	2.8	0.8	7.3	3.1	2.5	3.3	57	32	58	SW	5.0	SW	6.0	SW	12.0	. . .	. . .	. .
16.	45.8	44.5	43.9	1.6	5.3	2.4	-0.5	6.0	3.7	3.9	4.4	71	57	81	SW	5.0	SW	5.5	SW	3.0	. . .	. . .	. .
17.	38.5	34.6	33.9	1.3	3.6	2.7	0.5	4.2	4.5	4.9	4.9	89	83	86	SW	4.5	NW	10.0	NW	4.5	. . .	. . .	. .
18.	39.5	42.4	45.7	3.9	8.0	2.2	0.6	8.6	4.1	1.9	4.5	67	22	84	SW	11.5	NW	10.5	E	14.0	. . .	. . .	. .
19.	47.4	48.6	50.1	1.8	1.9	1.5	0.0	2.4	4.9	4.9	4.7	94	93	93	NE	6.5	NE	11.0	NE	7.0	. . .	. . .	. .
20.	51.7	52.8	55.3	1.6	2.8	2.5	0.6	3.1	4.9	5.3	5.0	94	93	92	SW	11.0	W	12.5	W	15.0	. . .	. . .	. .
II. Decade . .	50.5	49.0	49.9	2.6	6.7	3.1	0.4	7.3	3.9	3.7	4.3	71.4	52.6	74.9	. .	10.5	. .	10.2	. .	9.5	. . .	. . .	. .
21.	57.0	56.9	56.4	4.1	5.2	4.3	2.0	6.2	5.7	6.1	5.9	93	92	95	W	13.0	SW	9.5	SW	7.5	. . .	. . .	. .
22.	54.9	54.6	55.4	5.9	7.6	8.2	4.0	8.5	6.9	7.6	8.0	98	97	99	SW	13.5	NE	20.5	E	16.5	. . .	. . .	. .
23.	56.4	56.6	57.5	8.1	10.0	9.3	7.0	10.1	7.8	8.5	8.5	97	94	97	NE	20.0	NE	13.5	NE	7.5	. . .	. . .	. .
24.	58.2	57.4	57.9	6.8	7.5	7.4	7.6	9.4	7.3	7.5	7.5	99	97	97	SE	9.5	NE	20.5	NE	14.5	. . .	. . .	. .
25.	59.9	60.1	59.9	5.8	6.3	5.9	5.0	7.7	6.6	6.8	6.7	95	94	97	NE	3.5	NE	9.0	NE	8.0	. . .	. . .	. .
26.	58.1	59.3	60.0	4.5	5.0	3.8	3.5	6.2	5.9	5.2	5.8	93	79	97	NE	10.5	NW	13.0	NW	8.5	. . .	. . .	. .
27.	59.6	58.3	58.0	4.7	7.2	6.3	3.5	8.0	6.1	6.2	6.0	96	81	83	NW	2.5	SE	6.0	NE	3.0	. . .	. . .	. .
28.	55.6	54.1	53.4	5.8	7.0	6.5	5.3	7.3	6.5	6.3	6.5	94	84	90	NE	1.5	NE	3.0	NE	2.5	. . .	. . .	. .
29.	52.1	50.8	51.1	7.4	10.9	9.2	4.5	11.5	6.2	6.6	6.7	80	68	77	NE	11.5	NE	4.0	NE	8.5	. . .	. . .	. .
30.	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. .
31.	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. .
III. Decade . .	56.9	56.5	56.6	5.9	7.4	6.8	4.7	8.3	6.6	6.8	6.8	93.9	87.3	92.4	. .	9.5	. .	11.0	. .	8.5	. . .	. . .	. .
Mese	52.6	51.5	52.3	3.8	7.4	4.6	1.9	8.0	4.9	4.9	5.2	80.5	65.1	80.1	. .	9.2	. .	11.2	. .	10.2	. . .	. . .	. .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	Neve in cm.	ANNOTAZIONI
9a	3p	9p	9a - 9a	9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p			
ello	Bello	Cop.	0.32	...	...	...	...	...	≡ bassa ∨ ⊔ mattino.
op.	Cop.	Cop.	0.20	...	...	0.90	0.90	...	≡² bassa tutto il giorno; ●° 6h pm. - 7h pm.
op.	Cop.	Bello	0.69	2.20	...	...	2.20	...	● n; ≡ mattino e III.
uv.	Nuv.	Bello	2.33	...	...	...	...	...	≡² ∨ ⊔ n e mattino; orizzonte limpido III; ⇀ (W. NW e SW) nel pm.
uv.	Nuv.	Bello	1.71	...	...	...	...	...	≡ ⊔ n e mattino; orizzonte chiaro II e III.
ello	Nuv.	Nuv.	2.06	...	...	...	...	...	≡² ⊔ mattino; orizzonte chiaro II; ∈ III; ⇀ (W) 2h pm. - 8h pm.
uv.	Nuv.	Bello	1.25	...	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡ III; tramonto rosso.
op.	Nuv.	Cop.	0.69	...	...	...	...	...	≡² ∨ ⊔ n e mattino; ≡ bassa mezzodì e III; ∈ debole III.
ebb.	Nuv.	Cop.	2.08	...	...	0.61	0.61	...	≡² bassa n e matt.; orizz. chiaro III; ● 6h pm. - 8h pm.; ⇀ (NE. E. SE) 4h - 8h pm.
ello	Nuv.	Lucid.	2.02	...	...	...	...	...	≡ ∨ ⊔ n e mattino; orizzonte limpido II e III; ⇀ (NE) nel pomeriggio.
..	..	..	13.35	2.20	...	1.51	3.71	...	
uv.	Nuv.	Nuv.	1.95	...	...	...	...	...	≡ ∨ ⊔ mattino; ≡° III.
uv.	Nuv.	Nuv.	1.57	...	...	...	...	...	≡° ⊔ mattino; ≡° III.
Nuv.	Bello	Nuv.	2.80	...	...	...	...	...	≡ n mattino e III; ● 10h30m pm. - mezzanotte; ⇀ (W e NE) pom.
Nuv.	Nuv.	Bello	3.82	1.30	...	...	1.30	...	⊔ mattino; orizzonte limpido in tutto il giorno; ⇀ (W. NW) fra giorno.
Cop.	Nuv.	Nebb.	1.61	...	...	...	...	...	≡² a E, mattino; ≡ I e III.
Nuv.	Cop.	Nuv.	0.86	...	...	...	...	...	≡ tutto il giorno; ⊔ mattino; ●° a mezzogiorno.
Cop.	Cop.	Nuv.	0.94	...	0.40	...	0.40	...	≡² n e dur.te il giorno, piovosa nel matt.; ⊔ I; ●° a mezzogiorno; ● 1h pm. - 3h pm.
Bello	Bello	Bello	2.05	...	...	...	...	...	≡ ∨ ⊔ n e matt.; orizzonte chiaro II; ⇀ (W. SW e NW) ad intervalli.
Cop.	Cop.	Cop.	0.26	1.20	9.60*	14.50*	25.30*	4.0	≡ bassa, piovosa n e matt.; △ 8h am. - 11h am.; ✱² 11h am. - 2h30m pm.
Cop.	Cop.	Oscur.	0.35	4.35*	4.10	2.70	11.15*	...	≡ bassa, n e mattino; ● n - 10h pm. leggiera.
..	..	..	16.21	6.85	14.10	17.20	38.15	4.0	
Cop.	Cop.	Cop.	0.11	0.80	...	...	0.80	...	≡ bassa, piovigginosa tutto il giorno; ● 3h am. - 4h am.
Cop.	Cop.	Cop.	0.10	0.10*	...	0.10*	0.20*	...	≡ bassa, piovosa n e per tutto il giorno; ⇀ (SW. E. NE) 9h am. - 9h pm.
Cop.	Cop.	Oscur.	0.22	1.20*	1.32	3.40	5.92*	...	≡ n e per tutto il giorno; ● 8h am. - 11h pm. ad inter.; ⇀ (E.NE) 7h am. - 2h pm.
Cop.	Cop.	Cop.	0.15	2.80	...	0.80	3.60	...	≡ bassa n e m.no; ≡² p.ta II, III; ● n - 4h am.; 8h am. - 9h am.; 7h pm. - 11h pm. ⇀ NE pm.
Cop.	Cop.	Cop.	0.39	0.60	0.09*	0.40*	1.09*	...	≡ piovosa n e per tutto il giorno; ● 3h am. - 6h am.; 6h pm. - mezzanotte.
Cop.	Cop.	Cop.	0.19	35.10	2.50	0.85	38.45	...	● mezzan. - 11h pm.; ⇀ (NE) n; ≡² bassa, tutto il giorno; ⇀ (NE) mezzan. 2h am.
Cop.	Nuv.	Cop.	0.46	0.20	...	...	0.20	...	≡ bassa, piovosa n e mattino.
Cop.	Cop.	Cop.	0.51	2.30	...	...	2.30	...	≡ per tutto il giorno; ≡² mattino; ● 2h am. - 9h am.
Nuv.	Nuv.	Nuv.	0.86	...	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡° I.
..	..	..	...	...	...	...	...	...	
..	..	..	...	...	...	...	...	...	
..	..	..	2.99	43.10	3.91	5.55	52.56	...	
..	..	..	32.55	52.15	18.01	24.26	94.42	4.0	

MARZO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	50.2	48.1	47.5	7.1	8.1	7.1	6.5	9.5	6.9	7.5	7.1	91	93	94	NE	3.5	NE	7.5	NE	11.0	...	...	...
2	45.4	44.6	45.1	7.5	9.6	4.6	4.3	10.5	6.4	6.7	6.1	83	75	95	NW	2.5	NE	16.0	W	11.0	...	...	...
3	45.9	49.0	51.2	-0.1	0.1	-0.2	-0.5	6.2	4.3	4.1	4.1	94	89	91	E	24.5	E	12.0	NE	7.5	...	...	...
4	51.3	50.2	51.8	1.1	3.3	1.0	-2.3	3.2	3.6	3.6	3.5	71	61	70	E	7.0	NE	12.0	E	12.5	...	...	...
5	54.5	54.0	55.7	0.4	3.2	0.4	-1.4	3.8	3.5	3.2	3.3	75	55	69	SW	4.5	SW	7.5	SW	10.0	...	...	...
6	56.7	56.3	55.9	1.0	3.1	0.0	-2.0	4.2	3.5	3.6	3.5	70	63	75	SW	6.0	NE	17.5	NE	16.5	...	...	...
7	53.3	51.1	51.3	-0.3	1.1	0.6	-1.5	1.5	3.9	4.1	4.1	87	81	85	NE	8.0	NE	7.0	SW	2.0	...	...	...
8	52.6	52.7	53.9	1.0	3.4	2.4	-0.2	3.8	3.8	3.3	3.9	78	57	72	SW	3.0	S	3.0	SW	3.5	...	...	...
9	53.1	51.3	50.0	1.0	0.8	-0.3	-0.6	3.2	4.0	4.3	4.2	81	88	92	SW	1.5	SW	6.0	SW	5.5	...	...	...
10	45.8	42.3	40.6	1.2	3.3	2.3	-1.9	4.2	4.0	4.5	4.9	80	76	89	SW	5.0	NE	16.0	SW	13.0	...	...	...
I. Decade	50.9	50.0	50.3	2.0	3.6	1.8	0.0	5.0	4.4	4.5	4.5	81.0	73.8	83.2	..	6.6	..	10.5	..	9.3	...	...	...
11	40.4	41.4	43.3	4.1	6.3	2.5	0.5	7.1	2.3	1.7	3.1	36	22	56	NW	17.5	W	33.0	SW	16.5	...	...	...
12	46.4	46.8	48.8	1.5	5.9	1.8	-0.2	6.7	3.1	3.5	3.5	59	50	67	SW	6.0	SW	7.5	E	11.5	...	...	...
13	48.9	48.4	48.6	0.8	2.3	0.9	0.2	2.3	4.7	4.9	4.7	96	91	95	NE	18.5	NE	5.5	NE	5.0	...	...	...
14	44.1	43.2	44.5	1.3	2.7	1.8	-0.5	3.8	4.5	4.6	4.8	89	82	93	NE	2.5	NW	17.0	W	11.5	...	...	...
15	48.7	52.1	55.1	5.6	6.2	4.3	0.5	8.1	5.3	5.2	5.0	78	73	80	SW	6.5	SW	8.5	SW	12.5	...	...	...
16	54.5	55.5	57.5	5.5	6.6	4.1	2.3	8.1	5.1	5.0	4.9	75	68	80	NE	8.0	SW	10.0	SW	14.0	...	...	...
17	61.5	61.4	62.8	6.5	10.4	6.1	2.0	11.1	4.2	4.7	5.0	58	49	72	SW	10.0	SW	6.5	SW	12.5	...	...	...
18	63.5	61.7	61.1	7.0	12.9	8.0	2.8	13.6	4.6	4.8	5.0	61	43	63	SW	9.5	NW	14.0	SW	13.5	...	...	...
19	62.7	61.5	63.0	7.4	10.3	5.1	4.5	10.8	5.3	3.4	4.0	69	37	61	NE	6.0	NE	15.5	SE	12.0	...	...	...
20	65.4	65.1	66.3	7.5	10.4	6.9	3.5	10.5	4.5	4.4	4.9	58	47	65	SE	4.5	NE	7.0	NE	8.5	...	...	...
II. Decade	53.6	53.7	55.1	4.7	7.4	4.2	1.6	8.2	4.4	4.2	4.5	67.9	56.2	73.2	..	8.9	..	12.5	..	11.8	...	...	...
21	67.7	66.0	66.0	8.1	12.6	8.0	4.9	13.0	4.1	2.8	4.3	51	26	54	NW	8.5	NE	14.0	NE	11.0	...	...	...
22	66.0	63.2	62.5	9.5	14.6	9.2	3.3	15.0	4.1	3.6	3.4	47	29	39	SW	5.5	SW	5.5	SW	14.0	...	...	...
23	61.5	59.3	59.1	11.6	15.9	10.2	4.8	16.3	4.6	4.0	4.8	45	30	52	SW	12.0	W	11.0	SW	10.5	...	...	...
24	59.9	58.6	60.0	11.9	16.8	11.8	5.6	17.3	6.1	4.2	5.8	59	30	56	SW	12.5	W	5.5	W	11.5	...	...	...
25	61.3	59.7	59.7	12.1	17.3	12.4	7.0	17.9	5.6	4.7	6.3	54	32	59	SW	5.0	NE	10.5	E	6.5	...	...	...
26	59.3	59.3	60.0	10.0	10.3	8.9	8.7	12.4	7.9	7.7	8.1	87	82	96	E	5.0	NE	17.5	NE	13.5	...	...	...
27	59.5	58.7	59.0	8.8	10.0	9.5	8.1	10.1	8.1	8.6	8.5	94	94	96	NE	5.0	NE	6.5	NW	8.0	...	...	...
28	56.7	54.0	52.8	9.7	11.2	10.8	9.1	11.6	8.5	9.3	9.3	95	94	96	NW	5.0	SE	6.5	SE	4.5	...	...	...
29	48.4	45.8	46.0	10.9	12.2	11.4	10.4	12.5	9.7	9.7	9.7	100	92	96	NE	20.5	NE	29.5	NE	33.0	...	...	...
30	49.9	52.6	56.8	10.9	10.6	9.7	9.6	12.0	9.6	9.0	8.5	99	95	95	NE	34.5	NE	35.5	E	22.5	...	...	...
31	63.1	63.0	64.6	10.9	14.8	12.5	8.6	15.3	8.6	8.1	7.3	88	65	68	E	3.5	E	3.0	E	2.0	...	...	...
III. Decade	59.4	58.2	58.8	10.4	13.3	10.4	7.3	13.9	7.0	6.5	6.9	74.5	60.8	73.3	..	10.6	..	13.2	..	12.5	...	...	...
Mese	54.3	54.1	54.8	5.8	8.3	5.6	3.1	9.2	5.3	5.1	5.3	74.5	69.9	76.5	..	8.8	..	12.1	..	11.2	...	...	...

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	Neve in cm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	9_a-9_a	9_p-9_a	9_a-3_p	3_p-9_p			
Cop.	Cop.	Cop.	0.38	0.90	11.60	3.50	16.00	...	≡² matt.; ● 2^h - 4^h am.; 8^h - 10^m am.; mezzodì - 10^h pm. [5^h25^m pm.; ⊼ a N III.
Cop.	Nuv.	Cop.	gelato	3.10	...	1.60	4.70	...	● mezzanotte - 7^h am.; pm. chiaro; ⊼ lontano da 4^h16^m - 4^h55^m pm.; ●² ▲ 4^h58^m -
Cop.	Cop.	Oscur.	»	...	0.20*	...	0.20*	5.5	✱ 4^h30^m am. - 1^h5^m pm.; ≡² matt.; △ ≡° II; ⇀ NE 1^h am. - mezzodì.
Nuv.	Cop.	Cop.	»	...	0.40*	0.10*	0.50*	inc	⌴ n e mattino; ≡ orizzonte fra giorno; △ 7^h30^m - 8^h45^m pm.
Nuv.	Cop.	Bello	3.84	0.30*	0.10*	...	0.40*	1.0	✱ n; ⌴ mattino; ≡ I e II.
Bello	Cop.	Bello	gelato	...	...	...	...	inc	∨ ⌴ ≡ n - mezzodì; △° 2^h50^m - 3^h5^m pm.; ≡° II.
Cop.	Cop.	Cop.	1.62	...	...	...	...	inc	⌴ n e matt.; ≡ durante il giorno; ≡² matt.; ✱ 7^h40^m am. - 2^h50^m pm.; △ II e da
Cop.	Cop.	Cop.	0.73	...	...	...	...	...	⌴ n e mattino; ≡ tutto il giorno. [4^h40^m - 5^h pm.
Cop.	Cop.	Cop.	gelato	...	3.00*	0.19*	3.19*	7.5	≡ bassa; ∨ ⌴ n e mattino; ≡² mezzodì e III; ✱ 9^h55^m am. - 9^h pm.
Cop.	Nuv.	Cop.	2.41	1.20*	1.70*	1.00	3.90*	inc	≡² ⌴ n e mattino; △ 8^h10^m am. - 8^h30^m am.; ●° 8^h pm. - 9^h pm.
..	..	..	8.98	5.50	17.00	6.39	28.89	14.0	
Nuv.	Nuv.	Nuv.	2.75	...	...	...	...	...	≡° ⌴ n e matt.; ≡° bassa sera; orizz. limpido III; ⇀ W, SW, NW tutto il giorno.
Bello	Nuv.	Bello	1.20	...	...	...	...	...	≡ ⌴ nel mattino.
Cop.	Cop.	Cop.	0.32	...	3.85*	0.40*	4.25*	21.8	≡² tutto il giorno; ✱ 6^h am. - 4^h15^m pm.; ✱° 6^h pm. - 6^h15^m pm.; ⇀ NE matt.
Cop.	Cop.	Cop.	0.63	1.70*	8.20*	0.10*	10.00	12.0	≡² tutto il giorno; ●° n; ✱ 3^h30^m am. - 7^h40^m am.
Cop.	Cop.	Nuv.	0.96	1.20	...	...	1.20	inc	≡ tutto il giorno; ●° △ II; ● 3^h am. - 5^h am.
Cop.	Nuv.	Nuv.	1.18	...	...	...	...	...	≡ n e mattino.
Bello	Bello	Bello	1.60	...	...	...	...	...	≡ n e mattino.
Nuv.	Bello	Bello	2.34	...	...	...	...	...	≡ mattino.
Bello	Nuv.	Nuv.	2.66	...	...	...	...	...	∨° mattino; orizzonte chiaro 3^h pm.; ⇀ NE pm.
Nuv.	Nuv.	Cop.	2.02	...	...	...	...	...	≡ mattino.
..	..	..	15.66	2.90	12.05	0.50	15.45	33.8	
Nuv.	Bello	Bello	2.56	...	...	...	...	...	Orizzonte limpido a mezzodì e II; ≡° bassa di prima sera.
Bello	Bello	Bello	2.89	...	...	...	...	...	≡ mattino; ≡° bassa III; orizzonte bello II.
Bello	Nuv.	Bello	3.40	...	...	...	...	...	≡° mattino.
Bello	Bello	Bello	3.32	...	...	...	...	...	Giornata bella; ≡ all' orizzonte soltanto.
Bello	Nuv.	Cop.	3.01	...	...	...	...	...	≡ mattino.
Cop.	Cop.	Cop.	0.56	...	6.20	...	6.20	...	≡° tutto il giorno; ●° a 8^h30^m am. e 1^h30^m pm. - 2^h pm.; ● 9^h pm.
Cop.	Cop.	Cop.	0.23	0.65	1.40	1.50	3.55	...	● n; ≡ bassa e piovosa tutto il giorno.
Cop.	Cop.	Cop.	0.24	2.00	0.10	0.40	2.50	...	● ≡ bassa e piov., n e matt.; ●° 3^h pm.; ≡° mezzodì II e III bassa; ● 5^h - 8^h pm.
Cop.	Cop.	Oscur.	0.59	7.95	0.75	6.50	15.20	...	● ≡ bassa n e mattino; ●° II; ● III e ⇀ NE per tutto il pomeriggio.
Cop.	Cop.	Oscur.	0.58	13.30	4.30	0.60	18.20	...	●, ⇀ NE, ≡ n e durante il giorno.
Cop.	Nuv.	Nuv.	1.92	0.40	...	...	0.40	...	● a riprese n. Orizzonte chiaro II.
..	..	..	19.30	24.30	12.75	9.00	46.05	...	
..	..	..	43.94	32.70	41.80	15.89	90.39	47.8	

APRILE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	min.	mass.	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	9_a		3_p		9_p		9_a	3_p	9_p
1.	64.3	61.5	60.6	12.6	16.3	13.4	9.6	17.8	6.6	6.7	6.6	61	49	58	SE	5.0	NE	4.0	S	9.5	E	. . .	. . .
2.	59.6	57.7	58.4	15.2	18.1	13.4	9.1	19.5	8.5	8.5	7.4	66	56	65	N	2.5	E	13.0	E	5.5	. . .	E	. . .
3.	59.9	58.6	58.7	15.3	19.1	15.3	8.6	20.3	8.7	7.5	8.2	67	45	64	W	6.0	NE	6.0	NE	11.0	. . .	. . .	. . .
4.	59.4	57.6	57.8	17.2	20.8	18.1	10.5	22.5	8.6	7.5	6.9	59	41	44	SW	4.0	NE	8.5	NE	4.5	. . .	. . .	. . .
5.	57.9	55.9	55.5	15.7	20.5	15.7	11.1	21.7	8.5	8.1	7.6	65	45	57	NW	3.0	NE	14.5	NE	9.0	E	SE	. . .
6.	53.6	51.7	51.3	14.5	18.7	15.0	11.6	19.9	8.6	9.1	9.4	70	56	74	N	3.0	E	13.0	NE	8.5	E	. . .	. . .
7.	49.2	48.1	48.7	14.6	17.4	15.6	12.0	19.2	8.4	8.0	7.5	68	54	57	NE	2.5	SW	9.0	NE	8.5	. . .	. . .	. . .
8.	49.7	49.4	51.0	15.8	19.8	16.0	12.7	21.5	8.4	6.8	7.8	63	39	58	W	10.0	NE	4.0	NE	11.0	E	E	E
9.	54.8	55.1	57.3	13.6	15.0	9.6	9.6	17.2	6.3	5.2	5.3	54	41	59	NE	23.0	NE	22.0	E	15.0	E	ENE	. . .
10.	59.2	57.8	58.3	10.4	13.2	9.4	5.9	14.8	5.0	3.8	4.3	53	33	49	NE	12.0	NE	13.5	NE	6.0	. . .	. . .	. . .
I. Decade . .	56.8	55.3	55.8	14.5	17.9	14.1	10.1	19.4	7.8	7.1	7.1	62.6	45.9	58.5	. .	7.1	. .	10.7	. .	8.8	. . .	. . .	. . .
11.	57.4	54.9	54.2	12.0	14.8	11.2	5.9	16.6	4.5	3.7	4.3	43	30	43	SW	3.0	NE	9.0	NE	12.5	. . .	. . .	. . .
12.	52.5	50.0	49.9	13.6	18.0	13.4	6.8	19.5	5.6	4.6	7.8	48	30	69	NE	5.5	NE	7.0	NE	4.5	. . .	. . .	. . .
13.	46.2	44.6	44.7	12.0	15.2	12.0	10.3	16.4	9.7	9.1	9.7	93	70	93	W	11.5	NE	11.5	NE	12.0	. . .	W	. . .
14.	44.3	44.0	46.1	12.0	16.2	14.0	10.3	18.1	8.9	9.6	6.3	85	70	53	NE	6.0	E	7.0	SW	16.5	. . .	W	. . .
15.	48.3	47.8	49.6	15.0	19.2	14.2	10.6	20.9	6.2	5.9	6.6	48	35	55	S	12.0	SE	12.0	SW	5.0	WSW	W	. . .
16.	47.9	44.9	42.9	12.1	15.4	14.6	11.8	16.9	9.4	12.3	7.2	89	95	58	NE	4.0	NE	5.5	SE	22.5	. . .	. . .	. . .
17.	44.8	45.9	49.7	12.9	17.2	11.6	11.1	19.3	8.7	5.1	4.3	78	35	42	W	12.5	SW	27.0	SW	12.5	W	. . .	. . .
18.	52.4	51.4	51.8	14.8	14.6	10.2	8.9	18.4	4.2	4.6	4.9	33	37	53	SW	7.0	SW	32.5	SE	9.5	SW	SW	. . .
19.	50.9	50.3	52.9	7.6	9.8	6.6	4.0	11.9	5.2	5.2	6.0	67	57	82	NW	23.0	NW	17.5	NE	9.0	WNW	N	. . .
20.	55.7	56.4	57.9	11.0	14.6	12.8	5.9	16.5	4.4	2.3	1.6	45	18	15	NW	22.0	N	7.5	NE	10.0	ENE	. . .	. . .
II. Decade . .	50.0	49.0	50.0	12.3	15.5	12.1	8.6	17.4	6.7	6.2	5.9	62.9	47.7	56.3	. .	10.6	. .	13.6	. .	11.4	. . .	. . .	. . .
21.	59.3	58.2	59.1	11.8	15.2	11.0	6.0	16.9	3.2	2.5	3.8	31	20	39	NW	21.5	W	9.5	SW	12.5	. . .	. . .	. . .
22.	61.0	60.4	62.5	13.8	17.0	13.4	6.6	18.9	5.0	3.7	4.3	42	26	38	SW	5.0	E	15.5	NE	4.5	. . .	. . .	. . .
23.	64.7	63.1	62.4	15.8	19.4	15.6	8.5	21.0	5.9	4.4	5.7	44	27	44	SW	3.0	SW	5.5	SW	10.5	. . .	. . .	. . .
24.	61.8	58.5	57.4	17.2	21.8	17.0	10.6	23.5	7.0	6.3	8.2	48	33	57	SW	5.5	SW	5.0	SW	9.0	. . .	. . .	. . .
25.	56.7	54.0	52.4	15.0	19.6	14.6	11.0	21.5	9.9	8.1	10.7	78	48	87	SW	7.0	NW	11.0	NE	11.0	NE	W	. . .
26.	50.3	47.8	48.2	15.[illegible]	19.0	16.0	11.6	20.9	10.0	8.6	6.5	75	53	48	NE	4.5	S	8.5	W	6.5	W	W	. . .
27.	50.3	50.8	52.0	12.4	13.0	10.6	10.6	18.1	8.0	9.3	8.8	74	84	92	NE	20.0	NE	17.0	NE	11.0	W	SE	. . .
28.	52.4	51.8	51.6	10.6	12.3	11.4	10.1	13.5	8.8	9.3	9.5	92	87	95	E	11.0	E	22.0	NE	17.5	. . .	E	. . .
29.	51.5	51.1	51.1	11.5	14.2	11.8	10.6	15.9	9.6	9.7	9.3	95	80	90	E	4.5	NE	17.5	E	14.5	. . .	E	. . .
30.	47.0	46.2	48.4	14.0	14.6	11.0	10.6	17.0	9.0	7.6	8.1	76	62	82	E	6.5	NE	8.0	NE	8.5	S	W	. . .
31.	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. . .
III. Decade . .	55.5	54.2	54.5	13.8	16.6	13.2	9.6	18.7	7.6	6.9	7.5	65.5	52.0	67.2	. .	8.8	. .	11.9	. .	10.5	. . .	. . .	. . .
Mese.	54.1	52.8	53.4	13.5	16.7	13.1	9.4	18.5	7.4	6.7	6.8	63.7	48.5	60.7	. .	8.8	. .	12.1	. .	10.2	. . .	. . .	. . .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$		
6	2	1	2.30	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ 7^h am.
2	6	6	2.53	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ 7^h am.
2	2	1	2.58	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino e II.
2	2	1	3.31	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino e fra giorno all' orizzonte soltanto.
6	6	4	3.62	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ 7^h am. I e II; ⩊ III.
6	8	8	2.64	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino e II.
8	8	8	2.73	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; ●° 12^h30^m pm. - 1^h pm. II e 7^h30^m pm. - 8^h pm.
6	6	6	4.20	inc	. . .	. . .	inc	≡ 7^h am.; ●° 5^h - 6^h am.; ● 10^h - 11^h pm. e ⇀ NE.
6	6	0	4.31	0.20	. . .	. . .	0.20	≡ I, e ⇀ NE. E 8^h am. - 6^h pm.; orizzonte lucido III.
2	6	0	3.25	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; limpido orizzonte III.
4.6	5.2	3.5	31.47	0,20	. . .	. . .	0.20	
2	2	0	3,52	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; orizzonte lucido III.
2	8	8	2.93	. . .	. . .	0.10	0.10	≡ mattino; ●° 5^h45^m pm.; ● 9^h pm. - mezzanotte.
8	8	10	1.13	0.80	1.90	0.30	3.00	≡° mattino; ● 10^h30^m am. - mezzogiorno; ●° 5^h15^m pm. - 9^h30^m pm.
8	6	6	2.67	1.20	inc	. . .	1.20	≡ bassa n e matt.; ●° 8^h30^m am. e 1^h pm. - 1^h20^m pm.; ⇱ N II e a ENE III;
7	6	6	3.57	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; < a E 8^h pm. - 8^h45^m pm. [⇀ SW 6^h pm. - 9^h pm.
8	8	10	1.67	3.80	0.20	2.70	6.70	≡° matt.; ● 6^h30^m am. - 9^h30^m am. e 3^h45^m pm. - 6^h40^m pm.; ●° 2^h45^m pm.; ⇀ NE
6	6	6	3.92	6.95	. . .	. . .	6.95	● n - 5^h am.; orizzonte chiaro II; ⇀ SW 1^h pm. - 7^h pm. [e SE 7^h pm. - 9^h pm.
6	7	6	3.85	. . .	. . .	. . .	. . .	≡° orizzonte mattino; chiaro II; ⇀ SW 10^h am. - 6^h pm.; ●° 5^h50^m - 6^h pm.
7	7	10	2.55	. . .	0.35	4.00	4.35	●° 12^h25^m pm. - 12^h45^m pm.; ● ▲° △ 1^h15^m pm. - 2^h20^m pm.; ● 6^h pm. - 10^h pm.; ⇀
8	6	6	3.91	0.70	. . .	. . .	0.70	Orizz.^{te} limp.^{mo} nel pom.; ⇀ W. SW. NW 6^h am. - 11^h am. [W.SW.NW 4^h am. - 4^h pm.
6.2	6.4	6.8	29.72	13.45	2.45	7.10	23.00	
2	6	2	4.33	. . .	. . .	. . .	. . .	≡° all' orizzonte durante il giorno; ⇀ W. SW. NW 2^h am. - mezzodì.
3	3	2	3.90	. . .	. . .	. . .	. . .	Orizzonte limpido nel pom.
2	2	2	3.94	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
1	2	2	3.74	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino. Tramonto rosso.
6	8	7	2.68	. . .	inc	. . .	inc	≡^{2} mattino e III; ●° 11^h10^m am. - 11^h45^m am. [12^h25^m pm. - 12^h35^m pm.
6	6	6	3.45	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ bassa matt.; ●° 11^h15^m am. - 11^h30^m am.; e 12^h40^m pm. - 1^h pm.; ⇱ da S a E
8	8	8	1.31	. . .	inc	0.20	0.20	≡ 7^h am. - 3^h pm.; ●° 7^h30^m am., 2^h10^m pm. - II; ⇱ E II; ● 8^h pm. - 9^h pm.; ⇀ NE 6^h - 11^h am.
8	8	8	0.60	12.30	5.20	. . .	17.50	≡ n e fra g.^{no}; ● 1^h am. - 3^h pm. e 10^h pm. - mezzan.; ⇀ E.NE 1^h - 8^h pm.
8	8	10	1.12	0.60	. . .	. . .	0.60	≡ bassa n e mattino; ●° mezzanotte - 3^h am. e 3^h45^m pm. - 4^h pm.
7	6	6	1.87	1.50	5.60	inc	7.10	≡ matt.; ● n - 4^h am., 1^h pm. - 1^h55^m pm.; ●° 12^h30^m - 12^h40^m pm. e 6^h45^m - 7^h pm.;
. . .	. .	. .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	[⇱ 12^h45^m - 2^h5^m pm.; ▲ 1^h40^m pm.; ⇱ lontano, ENE, 7^h55^m - 8^h5^m pm.; < a ENE III.
5.1	5.7	5.3	26.94	14.40	10.80	0.20	25.40	
5.3	5.8	5.2	88.13	28.05	13.25	7.30	48.60	

MAGGIO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	48.0	46.6	47.0	12.0	12.6	9.6	8.0	14.9	8.0	6.9	6.4	76	63	71	NE	14.5	NE	11.0	SW	4.0	ENE	W	. .
2	48.8	49.0	50.8	12.4	15.0	10.2	8.0	17.0	7.2	6.4	6.7	67	50	72	SW	7.5	SW	10.5	E	8.5	WNW	W	. .
3	52.5	52.0	53.2	14.0	16.8	11.6	8.1	18.6	5.6	6.3	8.4	47	44	83	SW	8.0	NE	5.5	NE	8.0	WNW	W	. .
4	51.2	50.6	51.3	13.8	14.8	12.0	10.1	17.7	8.6	10.1	9.7	73	80	93	NE	3.5	NE	19.5	NE	4.0	W	W	. .
5	50.4	48.9	49.3	12.2	16.4	13.6	10.5	18.0	8.8	8.9	9.0	83	64	77	SW	6.0	W	9.5	W	8.5	W	W	. .
6	48.3	46.5	47.7	18.0	19.4	14.4	8.6	21.2	7.1	5.5	6.1	46	33	49	NE	6.0	SW	28.5	NW	10.0	. . .	. . .	. .
7	50.8	51.5	54.8	8.0	8.6	9.6	7.0	15.9	6.2	7.0	8.2	78	83	92	NE	39.5	NE	35.5	NE	16.5	. . .	E	. .
8	58.3	56.8	57.0	11.0	15.2	11.6	7.7	16.5	6.9	6.0	7.5	71	47	73	NW	10.0	NW	11.0	SW	11.5	ESE	SE	. .
9	56.5	55.0	54.5	16.6	19.2	14.4	9.0	20.9	7.9	6.9	8.0	56	41	65	SW	10.0	NW	8.5	NW	11.5	S	E	. .
10	54.0	53.2	53.7	18.2	21.2	17.3	12.8	22.9	8.3	7.3	9.1	53	39	62	W	11.0	W	6.5	W	4.5	E	SSW	N
I. Decade . .	51.9	51.0	51.9	13.6	15.9	12.4	9.0	18.4	7.5	7.1	7.9	65.0	54.4	73.7	. .	11.6	. .	14.6	. .	8.7	. . .	. . .	. . .
11	55.2	54.8	56.0	17.4	20.2	15.8	13.7	23.3	10.1	11.0	10.8	68	62	81	W	5.5	SE	8.0	E	11.5	E	ESE	E
12	56.9	55.1	55.9	17.8	21.6	16.0	13.4	22.2	10.4	10.1	11.2	69	53	83	W	13.5	NE	6.5	NW	13.5	E	E	E
13	56.4	55.2	56.6	18.0	20.6	16.6	14.6	21.4	11.1	8.4	11.2	73	47	79	NW	10.5	NE	23.5	NE	9.0	E	E	. .
14	57.8	56.8	56.9	19.6	22.0	18.8	14.3	22.8	9.9	8.1	10.1	58	42	63	W	6.5	E	10.0	NE	6.5	ENE	E	. .
15	57.0	55.2	55.1	20.8	23.2	19.0	14.7	24.2	10.9	8.6	10.8	60	41	66	NE	4.5	NE	11.0	NE	11.5	. . .	W	. .
16	53.7	51.2	50.6	22.2	24.4	20.4	14.5	25.0	9.5	7.9	10.6	48	35	59	SW	6.5	E	12.0	NE	7.5	. . .	. . .	. .
17	50.0	49.5	51.2	19.4	15.6	14.6	11.6	20.7	12.1	11.5	11.3	72	87	91	W	10.0	NE	16.5	NE	14.5	W	. . .	. .
18	57.3	57.9	60.1	16.4	19.2	15.4	11.6	20.1	7.8	7.4	8.1	56	45	63	SE	5.5	SW	6.0	SE	11.5	E	W	. .
19	60.9	58.9	58.2	17.8	21.8	16.6	12.1	22.6	8.0	6.6	9.5	53	34	68	SW	2.0	SW	5.0	E	8.5	NW	. . .	. .
20	57.9	55.6	54.0	20.0	23.7	19.2	13.5	24.3	7.7	8.5	11.6	44	39	70	SW	2.5	SW	7.5	SW	7.5	. . .	W	. .
II. Decade . .	56.3	55.0	55.5	18.9	21.2	17.2	13.4	22.7	9.7	8.8	10.5	60.1	48.5	72.3	. .	6.7	. .	10.6	. .	10.1	. . .	. . .	. . .
21	53.8	52.4	53.0	19.8	23.6	19.8	14.0	24.5	10.6	10.4	11.2	62	48	65	SW	3.5	SW	4.5	SW	9.5	W	. . .	. .
22	56.0	55.6	56.9	20.2	23.2	19.4	15.6	24.4	11.9	12.2	13.3	67	58	79	NE	7.0	NE	14.0	E	4.5	E	W	. .
23	59.3	58.4	58.6	20.4	22.6	18.1	16.3	24.2	12.6	12.8	12.8	71	63	83	NE	6.5	NE	13.5	E	5.0	. . .	E	. .
24	59.9	58.5	59.5	19.6	22.8	18.8	16.0	23.6	13.1	11.8	12.4	77	57	77	NE	3.5	NE	9.5	NE	16.0	. . .	W	. .
25	60.0	59.1	59.1	21.1	23.6	21.0	15.6	24.4	13.5	12.2	13.5	72	57	73	NE	6.0	NE	13.5	NE	8.0	ENE	NE	. .
26	60.6	59.7	60.2	24.2	26.2	21.6	16.8	26.0	13.1	11.6	12.5	59	46	65	NE	8.0	E	16.5	E	11.0	. . .	SE	. .
27	60.9	59.7	60.0	25.2	27.2	23.2	17.9	27.9	12.5	10.6	14.7	53	40	70	E	3.0	NE	11.5	NE	9.0	. . .	. . .	. .
28	60.3	59.1	60.0	25.8	29.0	24.4	19.2	30.1	14.2	13.9	11.1	57	47	49	NE	2.5	NE	17.0	W	2.0	. . .	. . .	. .
29	59.9	58.6	60.0	26.0	28.6	22.2	19.1	29.3	9.8	7.6	11.5	39	26	58	SW	6.5	SW	6.5	W	11.5	. . .	E	. .
30	59.8	58.1	58.2	25.6	27.6	21.1	18.7	28.4	11.6	10.7	9.7	48	39	52	NW	11.0	W	3.0	SW	11.0	ENE	E	. .
31	57.5	56.0	56.2	22.3	23.6	20.0	16.4	25.5	12.1	13.2	12.3	60	61	71	SW	10.5	NE	19.5	SW	7.5	E	W	. .
III. Decade . .	58.9	57.7	58.3	22.7	25.3	20.9	16.9	26.3	12.3	11.5	12.3	60.5	49.3	67.5	. .	6.2	. .	11.7	. .	8.6	. . .	. . .	. . .
Mese	55.7	54.6	55.2	18.4	20.8	16.8	13.1	22.5	9.8	9.1	10.2	61.9	50.7	71.2	. .	8.2	. .	12.3	. .	9.1	. . .	. . .	. . .

tato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
a	3_p	9_p	9_a - 9_a	9_p - 9_a	9_a - 3_p	3_p - 9_p		
7	8	6	2.07	...	0.10	inc	0.10	≡² bassa matt.; ꓘ◍° 10^{h}35^m a 11^{h}10^m am.; ◍° 3^{h}45^m-4^{h}15^m pm. e 5^h-5^{h}30^m pm.; ꓘ int.^{no} nel pm.
7	7	6	2.48	...	...	0.30	0.30	≡ matt.; orizz.^{te} chiaro II; ◍° e ꓘ lont.^{no} da W.SW a S; ◍° 3^{h}20^m-3^{h}30^m pm. e 4^h-5^h pm.
6	7	8	2.51	...	...	inc	inc	≡° matt.; ◍° 4^h-5^h pm. e 6^{h}50^m-8^h pm.; ꓘ in vista da S a E nel pm. [◍, ꓘ lont.^{no} da S a E.
8	8	8	1.45	...	...	7.70	7.70	≡ fra giorno; ◍° 4^{h}35^m-5^h pm.; ꓘ in vista a W.NW a 5^{h}55^m pm.; ◍ 5^{h}55^m pm. - mez-
8	7	3	2.23	2.90	...	...	2.90	≡ mattino; ◍ mezzanotte - 3^h am. e 6^h am. - 9^h am. [zanotte; ⟞ NE 2^h - 5^h pm.
3	6	5	4.76	...	...	...	...	≡ mattino; II e III orizzonte limpido; ⟞ SW 11^h am. - 6^h pm.
8	8	8	2.49	...	1.40	49.60	51.00	◍° 5^{h}45^m am.-6^h am. e 7^{h}40^m-8^{h}30^m am.; ◍ 11^h am.-8^{h}55^m pm.; ▲ 4^{h}15^m pm.; ⌒ 5^{h}35^m pm.
7	8	2	2.47	0.50	...	...	0.50	◍ 4^h - 5^m am.; ≡° mattino. [a S.SE; < a S 6^{h}45^m pm. ⟞ NE tutto il giorno.
6	7	4	3.77	...	...	...	...	I e III orizzonte chiaro; ω 9^h pm.
7	6	6	3.68	...	...	...	...	≡° mattino; orizzonte libero III.
6.7	7.2	5.6	27.91	3.40	1.50	57.60	62.50	
8	7	6	3.00	inc	...	...	inc	≡° mattino; ◍ inc n.; ꓘ da S a W e da W a N 6^{h}5^m - 6^{h}25^m pm.; ●° 7^h pm.
7	7	6	2.91	...	...	3.70	3.70	≡ 7^h am.; ꓘ lontano a S.SE W e N II; ꓘ◍ E - W e N - W 6^{h}18^m - 6^{h}30^m pm.; < a N III.
7	6	7	3.64	1.70	inc	...	1.70	● 3^h - 5^h am. e 11^{h}50^m am. - 12^{h}10^m pm.; ꓘ in vista da S a W 10^{h}50^m - 11^{h}5^m am.;
6	6	2	3.91	...	...	...	...	≡ 7^h am. [≡° mattino; ⟞ NE mezzodì - 6^h pm.
4	7	2	4.26	...	...	...	...	≡ mattino.
2	6	6	5.14	...	...	...	...	≡ mattino; < N e NE III. [ꓘ NE 8^{h}40^m pm.; ≡ mattino; ⟞ NE 10^h am. - 3^h pm.
6	8	10	1.00	inc	8.20	5.00	13.20	◍° n e 6^{h}65^m am. - 7^h am.; ꓘ◍▲° mezzodì - 2^{h}55^m pm. indi ◍ sino 10^h pm.; ◍² 9^h - 10^h pm.;
6	6	6	3.60	36.70	...	...	36.70	● mezzanotte - 3^h am.; orizzonte limpido tutto il giorno. = Piccola scossa sussultoria
6	3	2	4.84	...	...	...	...	≡ all'orizzonte mattino; chiaro II. [a 4^{h}30^m am.
2	6	2	3.69	...	...	...	...	≡ all'orizzonte fra giorno.
5.4	6.2	4.9	35.99	38.40	8.20	8.70	55.30	
6	3	2	3.65	...	...	...	...	≡ mattino.
6	7	7	3.39	...	...	...	...	≡ durante il giorno; < S.SE III.
8	7	6	* ?	...	...	9.00	9.00	≡ n e fra giorno; ◍° 2^{h}10^m pm. e 4^{h}50^m - 5^{h}5^m pm.; ꓘ in vista da NE a N 5^{h}50^m pm.;
8	6	6	3.03	...	...	...	...	≡° mattino; < E III. [ꓘ◍▲² 6^{h}37^m - 7^{h}30^m pm.; < N III; ⟞ NE 6^h - 7^h pm.
6	6	2	3.54	...	...	...	...	≡ bassa n e mattino.
2	6	2	5.20	...	...	...	...	≡ 7^h am.
2	2	2	4.99	...	...	...	...	≡° 7^h am.
2	3	3	6.99	...	...	...	...	≡ 7^h am.
2	6	6	7.33	...	...	...	...	≡ all'orizzonte mattino; chiaro al pom.; < E 8^{h}30^m pm.
6	7	6	5.29	...	...	...	...	≡° matt.; ◍° 2^{h}20^m pm.; ꓘ lontano S - W 4^h - 6^{h}30^m pm.; < NE III; ⟞ W e SW 5^h - 6^h pm.
6	8	7	4.43	10.60	...	inc	10.60	ꓘ● 12^{h}5^m-12^{h}55^m am.; ꓘ int.^{no} pm. W-E; ◍° 5^{h}45^m pm. e 7^h pm., ꓘ in vista da N.NW a S III.
4.9	5.5	4.5	47.84	10.60	...	9.00	19.60	
5.7	6.3	5.0	111.74	52.40	9.70	75.30	137.40	* Il forte vento, durante il temporale, rovesciò l'acqua dell'Evaporimetro.

GIUGNO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	56.0	55.4	56.3	22.8	25.2	21.6	17.6	26.6	11.8	11.6	14.7	57	49	77	W	7.5	W	8.5	NW	5.5	W	W	. . .
2	58.8	57.5	57.7	23.1	26.6	22.5	18.1	27.2	11.9	12.7	14.9	57	49	73	W	6.0	NE	5.0	NE	10.5	. . .	S	. . .
3	58.8	57.2	56.5	24.1	27.7	24.3	19.2	28.7	12.9	13.2	16.5	58	48	73	NW	10.0	NE	6.0	NE	3.0	. . .	W	. . .
4	56.3	55.1	55.1	25.4	27.8	22.4	17.9	28.4	9.3	7.5	10.8	39	27	54	NE	9.5	W	34.5	SW	15.0	W	W	. . .
5	54.6	52.6	50.7	24.8	27.2	23.7	19.6	28.7	11.2	12.0	14.2	48	45	65	SW	4.5	SW	5.0	SW	8.5	W	WNW	WNW
6	51.6	52.5	54.2	22.9	23.8	16.8	16.9	25.2	11.7	10.3	10.2	57	47	72	NW	16.0	SW	7.0	SW	8.0	NE	N	. . .
7	56.3	54.6	54.4	22.6	25.0	20.0	15.9	26.8	7.5	4.7	7.1	37	20	40	W	10.0	SW	13.5	SW	12.5	. . .	NNW	. . .
8	55.2	55.3	56.9	20.0	21.0	18.0	13.1	22.8	9.1	9.0	9.5	52	49	62	SE	9.0	SE	14.5	SE	8.5	E	SE	. . .
9	55.0	53.6	54.8	22.6	25.4	19.6	16.3	26.8	8.9	7.2	7.6	44	30	44	NW	16.5	NW	6.0	SE	17.0	E	. . .	ENE
10	54.4	53.1	53.1	23.5	26.0	22.0	18.4	27.0	8.0	7.8	9.3	37	31	47	SE	12.5	E	14.0	SE	10.5	N	. . .	. . .
I. Decade . .	55.7	54.7	55.0	23.2	25.6	21.1	17.3	26.8	10.2	9.6	11.5	48.6	39.5	60.7	. .	10.2	. .	11.4	. .	9.9	. . .	. . .	. . .
11	53.5	52.4	52.5	26.5	29.3	24.6	18.7	30.0	11.1	9.4	11.6	43	31	51	SW	5.0	SW	5.5	SW	7.0	. . .	. . .	. . .
12	53.3	51.6	53.1	27.4	30.3	25.5	20.1	30.2	9.3	9.4	13.4	34	29	55	SW	5.0	SW	5.0	SW	7.5	. . .	. . .	. . .
13	53.9	52.3	52.7	24.8	29.8	23.8	19.8	29.6	11.5	10.1	7.6	50	32	35	SW	7.0	SW	6.5	W	12.0	. . .	W	. . .
14	53.7	51.6	51.1	25.6	29.1	24.6	19.7	30.0	13.0	8.9	8.9	53	29	39	W	6.5	NE	22.0	NE	6.0	WSW	SW	. . .
15	50.4	50.3	50.5	26.4	19.6	18.6	18.2	27.2	12.8	12.2	13.5	50	72	84	SE	5.0	S	14.0	SE	6.5	SW	S	WSW
16	51.6	51.3	53.4	19.4	24.0	19.0	16.1	25.0	12.7	11.7	12.9	76	53	79	NE	6.0	SW	15.0	NE	2.5	. . .	W	WSW
17	54.7	53.8	55.5	22.2	24.0	21.0	16.6	26.5	12.5	10.2	9.0	63	46	49	SW	6.0	NW	22.0	NW	7.0	W	S	. . .
18	56.5	54.9	55.1	21.6	25.0	19.8	16.0	26.0	10.4	8.9	11.5	54	38	67	NW	7.0	W	7.5	NE	3.0	WSW	SW	. . .
19	54.5	53.5	54.0	21.4	24.8	18.6	17.1	26.0	9.9	10.9	11.1	53	47	69	NW	9.5	SW	12.0	E	11.0	WNW	NW	. . .
20	55.3	54.0	53.1	22.8	24.2	20.6	15.6	27.6	11.8	11.2	12.5	57	50	69	NE	3.5	E	12.5	SE	3.5	. . .	W	. . .
II. Decade . .	53.7	52.6	53.1	23.8	26.0	21.6	17.8	27.8	11.5	10.3	11.2	53.3	42.7	59.7	. .	6.1	. .	12.2	. .	6.6	. . .	. . .	. . .
21	57.3	56.8	57.9	23.6	27.2	22.8	16.3	28.3	10.8	9.7	11.8	50	36	57	SW	6.5	SW	4.5	SW	3.5	. . .	W	. . .
22	59.4	57.2	56.9	25.0	28.2	22.6	18.2	29.0	11.1	11.7	14.8	47	41	73	SW	3.5	SW	10.0	SW	3.5	W	W	. . .
23	56.5	55.3	54.1	26.0	30.0	24.6	19.9	30.4	14.1	11.6	10.7	56	37	47	W	6.5	W	6.5	W	6.0	. . .	W	W
24	55.3	54.9	55.5	26.6	29.4	25.0	20.1	31.0	10.4	10.3	10.1	40	34	43	W	5.0	NE	7.0	NW	9.0	. . .	W	W
25	56.2	55.0	56.2	25.6	27.0	22.6	20.7	28.4	12.6	13.8	16.0	52	52	78	W	8.5	NE	7.0	NE	8.5	W	W	. . .
26	56.3	55.6	57.3	23.6	27.4	24.2	18.6	28.8	14.5	13.2	14.1	67	49	63	SW	2.5	NE	9.0	NE	12.0	. . .	N	. . .
27	60.1	59.3	60.5	25.4	28.6	23.8	19.7	29.6	12.9	9.2	11.0	54	32	50	NE	7.0	NE	12.0	E	12.5	NNE	NNE	. . .
28	62.0	61.1	61.3	27.0	28.2	24.6	21.7	29.0	9.8	10.0	10.7	37	35	47	E	11.5	NE	15.0	E	4.0	. . .	E	. . .
29	60.4	57.9	57.2	28.3	30.8	25.6	19.6	31.6	10.0	10.1	14.6	35	30	60	SW	2.5	SW	5.0	NE	12.5	. . .	. . .	. . .
30	56.0	53.8	54.3	29.4	31.8	24.2	21.6	32.9	12.3	10.8	15.2	40	31	68	NE	5.0	NE	5.0	NE	19.5	. . .	W	NW
31	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. . .
III. Decade . .	57.9	56.7	57.1	26.1	28.9	24.0	19.6	29.9	11.9	11.0	12.9	47.8	37.7	58.6	. .	5.9	. .	8.1	. .	9.1	. . .	. . .	. . .
Mese	55.8	54.7	55.1	24.4	26.8	22.2	18.2	28.2	11.2	10.3	11.9	49.9	40.0	59.7	. .	7.4	. .	10.6	. .	8.5	. . .	. . .	. . .

Stato del cielo 9a	3p	9p	Evapor. in 24 ore 9a - 9a	Acqua caduta millimetri 9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p	Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
6	7	6	3.62	...	...	...	...	≡ all' orizzonte tutto il giorno.
3	6	2	3.26	...	...	...	...	≡° 7^h am.
2	6	7	3.63	...	...	...	...	≡° 7^h am.; ⋞ NE sera.
6	6	2	5.67	...	...	...	...	≡° 7^h am.; orizzonte limpido nel pom.; ⟞ W.NW pom.
6	6	6	4.14	...	...	...	...	≡ all' orizzonte tutto il giorno. [5^h20^m - 5^h50^m pm.; ⟞ E 12^h - 1^h pm.
6	3	0	4.42	...	inc	6.70	6.70	⌈ S.SW - W ◍° 11^h30^m am. - 1^h20^m pm.; ◍° 2^h12^m - 2^h20^m pm.; ⌈ N.NE - S ◍ ▲²
5	6	8	4.57	...	...	inc	inc	Orizzonte limpido matt.; ⌈ NW - SW, E - S. ◍° 5^h15^m - 7^h pm.; ⋞ SE sera; ◍ 10^h - 11^h pm.;
6	8	8	4.07	1.50	...	inc	1.50	≡ 7^h am.; ◍° 8^h45^m pm. [⟞ NE.SW pom.
6	6	6	6.29	...	...	...	...	≡ all' orizzonte tutto il giorno; ⟞ E 5^h - 8^h pm.
8	3	3	5.32	...	...	...	...	≡ all' orizzonte tutto il giorno.
5.4	5.7	4.8	44.99	1.50	inc	6.70	8.20	
2	6	3	4.97	...	...	...	...	≡° 7^h am.
2	3	6	4.94	...	...	...	...	≡° pom.; ⋞ NE III.
3	6	3	5.38	...	...	...	...	≡ mattino; ⋞ NE sera.
6	6	7	5.71	...	...	...	...	≡° mattino; ⋞ W e N sera; ⟞ NE pm. [e ◍ pm.; ⌒ E 6^h50^m pm.; ⋞ W - S sera.
7	8	6	2.43	...	7.10	0.80	7.90	≡° 7^h am.; ⌈ ◍ ▲ 10^h30^m - 11^h40^m am.; ▲² 11^h2^m - 11^h6^m am.; ⌈ SW - S.E.NE
8	8	6	2.30	1.50	0.10	...	1.60	◍ 8^h am. - 10^h35^m am.; ⌈ in vista a SW 9^h am. e NW - NE.ESE II; ⋞ ENE a sera;
6	6	3	4.12	...	...	...	...	≡° orizzonte mattino. - 3^h pm.; ⟞ SW.W.NW 1^h - 4^h pm. [⟞ SW 3^h - 4^h pm.
6	6	7	3.44	...	...	1.50	1.50	≡° fra giorno; ◍² 5^h12^m - 5^h35^m pm.; ⌈ N - E lontano 6^h - 7^h pm.
6	6	3	2.92	...	...	...	...	≡² orizzonte 7^h am. I e II; ⋞ N sera.
4	7	5	3.56	...	...	1.40	1.40	≡ mattino; ◍² 3^h48^m - 4^h5^m pm. e ⌈ in vista a S e E.
5.0	6.2	4.9	39.77	1.50	7.20	3.70	12.40	
5	6	5	3.74	...	...	...	...	≡ pom.; ⌈ lontano SSW II.
5	6	6	3.98	...	...	1.25	1.25	≡° mattino; ⌈ ◍ WSW - SE.NE 5^h34^m - 6^h20^m pm.; ⌒ ENE - SSE 6^h25^m pm.
2	7	7	4.56	...	...	...	...	≡ fra giorno; ⌈ in vista NE - E 4^h36^m - 5^h15^m pm.
2	6	7	5.20	...	...	...	...	≡° all' orizzonte fra giorno.
7	7	7	3.48	0.10	...	1.00	1.10	≡° fra giorno; ◍° 3^h - 4^h am.; ⌈ ◍ 8^h10^m - 8^h55^m pm.: ⋞ S e E III; ⌈ lontano 9^h20^m pm.
4	6	5	3.39	...	...	...	...	≡° 7^h am. e I.
6	6	5	5.69	...	...	...	...	≡° mattino; orizzonte bello II.
5	6	5	5.59	...	...	...	...	≡ 7^h am. Tramonto rosso.
5	5	5	5.49	...	...	...	...	≡° fra giorno.
5	6	6	4.97	...	...	...	...	≡ I e II; ⋞ NE III.
..	..	..	...	...	...	...	...	
4.6	6.1	5.8	46.09	0.10	...	2.25	2.35	
5.0	6.0	5.2	130.85	3.10	7.20	12.65	22.95	

LUGLIO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	min.	mass	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	9_a		3_p		9_p		9_a	3_p	9_p
1	58.1	57.5	59.0	21.4	25.2	20.8	20.7	25.9	14.9	10.6	11.5	78	45	63	NE	21.5	NE	23.0	NE	17.5	ENE	E	. . .
2	61.0	59.6	59.6	22.6	25.3	20.4	16.5	26.0	10.4	7.8	8.3	51	33	47	E	18.0	E	16.0	NE	15.0	. . .	. . .	. . .
3	59.8	58.6	58.8	24.0	27.6	22.8	15.8	28.5	6.6	8.8	11.2	30	32	54	NE	8.0	NE	9.5	E	11.5	. . .	. . .	. . .
4	59.5	58.5	58.6	26.8	30.2	25.4	18.9	31.0	11.9	10.8	13.1	45	34	54	E	3.5	NE	11.5	NE	9.5	. . .	W	W
5	58.2	57.4	57.5	27.8	24.0	22.8	19.7	31.3	11.6	13.6	15.7	42	61	76	NE	3.5	N	14.5	NW	5.5	W	W	. . .
6	56.2	53.7	54.3	26.0	29.1	25.0	18.3	30.0	11.7	11.8	12.0	47	39	51	NW	2.5	NW	5.0	W	10.0	. . .	W	W
7	58.2	56.8	56.9	24.0	28.8	24.0	19.4	29.8	15.6	12.0	13 3	70	41	60	NE	7.0	NE	8.5	NE	12.5	E	W	. . .
8	58.0	56.2	56.6	27.8	31.6	26.8	21.1	32.4	13.6	12.3	13.6	49	36	52	NE	5.0	NE	6.0	NE	6.0	. . .	. . .	. . .
9	57.6	56.2	55.7	28.4	31.2	27.2	23.9	32.0	13.9	16.2	15.7	49	48	59	NE	3.5	NE	15.5	E	11.5	. . .	W	. . .
10	56.4	54.1	53.2	28.8	31.2	26.8	22.6	32.6	15.1	14.4	16.7	51	42	64	NE	5.5	NE	6.5	NE	3.0	. . .	W	W
I. Decade . .	58.3	56.9	57.0	25.8	28.4	24.2	19.7	29.9	12.5	11.8	13.1	51.2	41.1	58.0	. .	7.8	. .	11.6	. .	10.2	. . .	. . .	. . .
11	51.6	49.1	48.2	29.0	31.0	25.1	23.7	32.3	15.4	14.9	16.4	52	44	69	SW	4.5	SW	11.5	SW	12.0	. . .	W	. . .
12	48.9	46.6	46.4	25.8	30.0	24.2	19.6	31.0	15.9	14.8	15.4	64	47	68	NE	3.5	NE	20.5	NE	7.0	. . .	. . .	. . .
13	46.9	46.3	47.1	23.4	27.1	23.2	19 9	29.9	15.0	15.1	8.6	70	57	41	NE	6.0	NE	10.5	SW	14.0	E	WNW	. . .
14	47.9	49.0	50.3	25.0	21.5	20.8	19.2	27.1	10.5	10.8	10.6	44	56	58	SE	7.5	SW	13.5	SW	5.0	. . .	. . .	. . .
15	53.4	52.5	53.5	23.4	27.6	22.8	17.7	28 3	9.9	8.0	11.2	46	29	54	SW	7.0	W	12.0	NE	8.5	. . .	N	. . .
16	55.4	52.8	53.1	23.6	28.2	23.0	16.1	29.2	11.0	9.1	13.1	51	32	63	NE	7.0	NE	8.5	NW	3.5	WSW	WSW	. . .
17	52.3	50.3	50.3	24.6	29.8	25.1	17.7	31.0	10.7	8.2	9.8	47	26	41	NE	10.0	SW	29.0	SW	12.5	. . .	W	. . .
18	48.3	49.0	51.3	24.6	28.2	23.8	21.1	30.9	13.9	9.2	10.3	60	32	47	W	13.0	NW	24.0	NW	6.5	. . .	WNW	. . .
19	52.6	50.6	50.6	23.2	23.2	19.0	18.8	28.2	11.3	13.1	9.2	53	62	56	SW	11.0	NE	13.0	SE	10.0	W	N	. . .
20	50.1	46.7	46.1	20.6	22.0	15.6	15.3	22.4	11.3	12.0	9.9	63	61	75	W	8.0	SW	12.5	W	19.5	. . .	W	. . .
II. Decade . .	50.7	49.3	49.7	24.3	26.9	22.3	18.9	29.0	12.5	11.5	11.5	55.0	44.6	57.2	. .	7.8	. .	15.5	. .	9.9	. . .	. . .	. . .
21	45.8	47.9	50.3	15.4	15.8	15.7	13.6	17.2	10.5	10.8	11.4	81	81	86	NE	19.0	NE	19.5	W	12.0	E	E	. . .
22	52.8	53.2	54.4	17.4	23.8	20.2	15.3	24.3	10.7	8.8	11.9	72	40	67	SW	18.0	NE	7.0	NE	10.0	E	NE	. . .
23	55.7	56.0	56.8	20.8	23.4	21.1	17.6	24.5	11.2	12.1	12.2	61	56	66	SW	9.0	W	3.5	W	10.5	. . .	. . .	. . .
24	57.8	56.1	56.4	24.2	27.1	22.2	16.1	28.0	10.6	9.8	12.5	47	37	63	SW	1.0	NE	7.0	NE	12.0	. . .	. . .	. . .
25	55.8	54.1	54.8	23.0	26.5	21.6	16.5	27.0	11.4	11.8	12.5	55	46	65	NE	14.5	NE	16.5	NE	19.5	. . .	W	. . .
26	55.7	55.4	57.0	23.2	25.4	20.4	16.8	26.4	13.5	12.4	12.0	64	52	68	NE	11.0	E	25.5	NE	16.5	WNW	E	. . .
27	58.9	58.5	59.0	22.4	27.0	22.0	16.5	27.7	11.4	10.5	9.9	57	40	50	E	14.0	NE	9.5	NE	13.5	. . .	. . .	. . .
28	60.5	59.3	59.1	24.6	28.2	23.9	17.6	29.0	11.9	13.7	14.3	52	48	65	NE	12.0	NE	11.5	NE	14.5	. . .	. . .	. . .
29	60.2	58.5	59.0	25.6	30.0	25.1	19.6	30.7	15.0	12.9	14.9	61	41	63	NE	6.0	NE	7.0	E	15.0	. . .	. . .	. . .
30	59.1	57.0	56.4	26.2	30.0	26.1	21.1	31.0	16.0	14.4	16.6	63	46	66	NE	6.5	NE	9.0	SE	10.5	. . .	. . .	. . .
31	57.2	55.5	54.5	26.2	29.0	23.0	21.2	30.6	14.4	12.2	12.9	57	41	62	W	25.5	NW	23.0	W	29.5	W	W	. . .
III. Decade . .	56.3	55.6	56.2	22.6	26.0	21.9	17.5	26.9	12.4	11.8	12.8	61.0	48.0	65.6	. .	12.4	. .	12.6	. .	14.9	. . .	. . .	. . .
Mese	55.2	54.0	54.3	24.2	27.1	22.8	18.6	28.6	12.5	11.7	12.5	55.9	44.7	60.4	. .	9.4	. .	13.2	. .	11.7	. . .	. . .	. . .

Stato del cielo 9a	3p	9p	Evapor. in 24 ore 9a - 9a	Acqua caduta millimetri 9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p	Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
8	6	2	4.77	inc	inc	...	inc	≡° 7^h am.; ◎° 7^h30^m - 8^h am. e 9^h50^m - 10^h10^m am.; ⟶ E e NE 4^h am. - 6^h pm.
5	2	2	5.81	...	...	...	...	≡° mattino; ⟶ NE.E 9^h am. - mezzodì e 5^h - 8^h pm.
2	2	2	4.90	...	...	...	...	≡ n e mattino.
2	6	6	5.36	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡° fra giorno.
6	8	5	3.72	...	12.45	1.90	14.35	≡ notte e mattino; ⊼ ◎ ▲² da WNW - NNE 1^h45^m pm. - 2^h40^m pm.; ⊼ ◎ da
5	7	6	4.04	...	...	...	...	≡ all'orizzonte fra giorno. [S - E 3^h48^m - 4^h10^m pm.
6	6	2	4.26	...	...	...	...	≡ mattino; ≡° fra giorno
2	2	2	5.07	...	...	...	...	≡° mattino.
2	6	5	5.05	...	...	...	...	≡° 7^h am.
2	7	7	4.32	...	...	...	...	≡° mattino; ⊼ in vista II a W; ⊼ W 9^h10^m - 9^h40^m pm.; ◎° 9^h45^m - 10^h10^m pm.
4.0	5.2	3.9	47.30	inc	12.45	1.90	14.35	
5	7	6	4.18	inc	...	2.60	2.60	≡ 7^h am.; ≡° fra giorno; ⊼ in vista SW - SE II; ⊼ ◎ ▲ SW - SE.E 3^h15^m pm. - 4^h40^m pm.;
2	5	5	4.25	...	...	...	...	≡° fra giorno; ◎° 5^h50^m pm. - 6^h15^m pm.; < NNE III; ⟶ E e NE 3^h - 7^h pm. [< NE III.
6	7	5	4.76	...	inc	2.70	2.70	≡° matt.; ◎° 1^h30^m - 1^h50^m pm.; < NNE - W; ◎° 1^h50^m - 2^h5^m pm.; ⊼ ◎ W - NNE 3^h35^m - 3^h50^m
5	8	5	3.78	...	0.20	...	0.20	≡° 7^h am.; ⊼ ◎ WSW - SE 11^h30^m am. - 2^h50^m pm.; < W III. [pm. indi ◎ fino 4^h25^m pm.;
5	6	5	4.40	...	...	...	...	≡ all'orizz.^{te} fra giorno; < ENE sera. [< E.NE III; ⟶ SW 5^h - 7^h pm.
6	6	5	4.26	...	...	inc	inc	≡° mattino; ◎° 6^h - 6^h20^m pm.; ⌒ S - ENE 6^h15^m pm.
5	6	7	6.09	...	...	...	...	≡ 7^h am.; < ENE sera; ⟶ NE e SW 11^h am. - 5^h pm.
6	6	2	5.88	...	...	...	...	≡ matt.; ⊼ NW - E 1^h17^m - 1^h50^m pm.; ⟶ W.NW.SW 10^h am. - 6^h pm. [pm.; < W - E III.
8	7	6	3.33	...	inc	0.60	0.60	≡° matt.; ⊼ ◎ SW.W - NNE.E 2^h10^m - 4^h10^m pm.; ◎ 4^h45^m - 5^h10^m pm.; ⊼ E - NE 5^h15^m - 6^h20^m
8	8	10	2.33	...	...	5.90	5.90	Orizz.^{te} chiaro matt.^{no}; ◎° 1^h30^m - 2^h55^m pm.; ⊼ in vista a N II; ⊼ ◎ ▲ WNW - ENE
5.6	6.6	5.6	43.26	...	0.20	11.80	12.00	[4^h5^m - 5^h25^m pm.; ◎ 8^h10^m a mezzanotte; ⟶ NE.NW.SW pm.
								[E - WSW; ⟶ NE 9^h am. - 3^h pm.
8	8	8	1.58	35.10	7.90	1.35	44.35	◎ n - 8^h am.; ◎° I e ⊼ a E e S; ◎ 11^h55^m am. - 2^h25^m pm.; 4^h - 6^m; 7^h - 8^h pm.; ⊼ 12^h10^m - 1^h49^m pm.
8	7	7	2.56	0.50	...	...	0.50	◎ n; ◎° 7^h15^m - 7^h20 am.; orizz. luc do fra g.^{no}; ⟶ W.SW 5^h am - 11^h am.
8	8	5	2.61	...	...	...	...	≡° mattino; orizzonte bello fra giorno.
2	5	6	3.58	...	...	...	...	≡° all'orizzonte tutto il giorno. Tramonto rosso.
5	6	6	3.76	...	...	...	...	≡² n e mattino; ≡° fra giorno; ⟶ NE pom.
7	6	2	4.03	...	...	...	...	≡ n e tutto il giorno; ≡² III; ⟶ E e NE 11^h am. - 7^h pm.
2	2	2	4.93	...	...	...	...	≡ n e tutto il giorno.
5	2	2	3.71	...	...	...	...	≡ n e fra giorno.
2	5	2	3.68	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡° fra giorno.
2	2	6	4.59	...	...	...	...	≡ n e tutto il giorno; < N e NW III; ⟶ SE - NW 11^h pm. mezzanotte.
6	7	8	4.85	...	inc	0.79	0.79	≡° matt.; ◎° 9^h35^m - 10^h5^m e 10^h42^m am.; ⊼ NW - ENE 10^h35^m - 10^h45^m am.;
5.0	5.3	4.9	39.88	35.60	7.90	2.14	45.64	[⊼ W 7^h - 7^h35^m pm.; ⊼ ◎ W 8^h5^m - 10^h55^m pm. indi
4.9	5.7	4.8	130.44	35.60	20.55	15.84	71.99	[◎ fino 11^h55^m pm.; ⟶ W.NW.NE.SW 9^h am. - 11^h pm.

AGOSTO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1.	52.9	50.5	49.5	26.1	29.0	25.2	19.7	29.9	13.0	13.3	14.9	52	44	62	SW	5.5	SW	4.5	SW	10.5	W	. . .	. . .
2.	49.4	47.3	49.5	20.6	26.2	20.8	18.8	27.4	12.4	10.4	11.5	69	41	63	W	11.5	NW	9.0	NE	8.5	. . .	NNE	. . .
3.	50.9	51.0	52.5	23.4	26.6	22.0	17.3	27.7	9.6	9.5	10.8	45	37	55	SE	10.5	E	4.0	E	11.5	N	WNW	. . .
4.	54.4	53.7	54.4	23.6	28.0	23.0	16.9	29.1	11.6	8.6	11.1	54	31	53	E	7.0	NE	5.0	NE	9.0	. . .	WNW	WNW
5.	55.8	56.6	57.9	23.8	24.8	20.4	18.3	27.1	14.1	12.5	12.3	64	54	69	NE	7.5	NE	17.5	NE	11.5	W	. . .	. . .
6.	58.2	56.6	57.0	23.0	26.4	19.4	19.3	27.2	13.6	12.5	12.7	65	49	76	NE	3.0	NE	8.5	SE	4.5	W	W	W
7.	58.0	57.1	57.8	23.6	28.0	24.4	18.7	29.0	13.2	10.8	12.1	61	39	53	W	11.0	W	5.5	W	5.0	. . .	. . .	. . .
8.	58.6	56.8	56.6	24.8	29.1	24.0	18.2	30.0	13.4	8.1	12.3	58	27	56	NE	6.5	NE	8.5	NE	9.0	. . .	W	. . .
9.	56.3	55.1	55.5	25.5	29.9	26.0	18.7	31.0	13.4	11.3	14.4	55	36	58	NE	3.0	NE	5.5	NE	6.5	WSW	W	W
10.	56.6	55.1	55.3	24.6	28.6	24.9	21.7	29.4	12.9	12.1	13.4	56	42	57	W	7.0	NE	5.0	NE	11.0	W	W	NW
I. Decade . .	55.1	54.0	54.6	23.9	27.7	23.0	18.8	28.8	12.7	10.9	12.6	57.9	40.0	60.2	. .	7.3	. .	7.3	. .	8.7	. . .	. . .	. . .
11.	56.1	55.6	56.8	19.4	21.3	18.7	18.7	26.3	14.5	14.0	14.3	87	74	89	SW	6.5	NE	8.0	NW	5.0	. . .	. . .	. . .
12.	58.0	57.6	58.3	22.1	25.0	21.4	17.9	26.1	13.8	11.4	12.9	70	48	68	W	6.5	NE	3.0	SE	10.0	NE	SE	. . .
13.	59.3	57.9	57.6	23.6	26.1	22.7	16.6	26.7	11.6	12.6	13.4	54	50	65	SW	2.0	SW	7.0	SW	13.0	. . .	. . .	. . .
14.	58.5	56.9	58.4	24.8	28.0	24.2	19.2	28.8	14.4	13.8	14.5	62	49	64	SW	3.0	SW	5.0	SW	10.0	. . .	. . .	. . .
15.	59.4	58.3	58.9	26.0	29.6	25.4	20.1	30.5	15.1	13.9	15.1	60	45	63	SW	5.0	SW	3.5	SW	6.0	. . .	. . .	. . .
16.	61.3	60.3	60.6	27.8	31.4	28.4	21.7	32.4	15.5	14.2	14.3	56	42	50	SW	6.5	SW	3.5	SW	6.0	. . .	. . .	. . .
17.	61.7	60.4	59.8	28.6	32.3	28.0	23.7	32.9	17.4	15.5	18.5	60	43	66	SW	5.5	SW	3.5	SW	6.0	. . .	. . .	. . .
18.	58.8	56.4	55.2	28.4	32.6	26.4	23.4	33.3	16.8	16.5	16.9	58	45	66	SW	1.5	E	18.0	NE	14.0	. . .	. . .	. . .
19.	54.9	53.4	54.2	24.0	31.8	26.2	22.2	32.3	18.4	16.6	17.8	83	47	70	NE	3.0	NE	12.5	NE	13.0	. . .	SE	. . .
20.	55.7	54.8	55.8	27.0	30.8	26.2	21.7	31.6	14.5	11.1	14.9	55	34	59	NE	3.5	NE	5.0	NE	7.0	. . .	. . .	. . .
II. Decade . .	58.4	57.2	57.6	25.2	28.9	24.8	20.5	30.1	15.2	14.0	15.3	64.5	47.7	66.0	. .	4.3	. .	6.9	. .	9.0	. . .	. . .	. . .
21.	57.0	56.6	56.4	27.2	27.0	23.1	23.0	28.8	13.3	11.1	11.6	50	42	55	W	15.0	W	11.5	NE	13.0	SE	. . .	. . .
22.	57.3	55.2	55.5	20.6	22.6	19.6	19.6	24.7	13.8	13.5	14.1	76	66	83	SW	14.0	SW	11.0	NW	9.0	. . .	S	. . .
23.	55.1	54.2	54.6	23.6	27.2	23.0	17.5	28.0	12.2	12.7	14.9	57	47	71	SW	14.0	W	5.5	W	11.5	. . .	. . .	. . .
24.	56.0	54.9	55.0	25.8	29.2	24.8	19.9	30.0	14.2	13.1	15.8	57	44	68	SW	1.5	SW	12.0	SW	4.0	. . .	. . .	. . .
25.	56.0	55.0	55.1	22.2	24.6	19.9	19.7	25.6	15.2	12.3	13.6	76	53	78	SW	5.5	SE	11.0	NW	9.0	. . .	SSW	. . .
26.	56.6	56.0	57.3	23.0	27.0	22.3	16.3	27.8	10.4	9.8	9.4	50	37	47	SW	7.0	SW	8.0	SW	11.5	. . .	WSW	. . .
27.	58.6	57.0	57.0	21.0	25.2	21.8	16.4	26.4	12.0	11.9	12.1	65	50	62	SW	3.5	SW	4.0	SW	9.0	. . .	WSW	. . .
28.	57.2	55.3	56.0	23.4	27.8	22.8	17.5	28.9	9.9	6.9	9.7	46	25	47	SW	1.0	SW	4.0	SW	13.0	. . .	W	. . .
29.	58.3	57.0	57.2	24.2	27.8	23.4	17.0	28.7	9.1	9.7	11.4	41	35	53	SW	4.0	SW	3.5	SW	8.0	. . .	. . .	. . .
30.	57.3	55.9	55.6	25.4	29.1	24.8	19.0	30.0	13.1	11.0	12.2	54	36	52	SW	5.0	SW	2.5	SW	6.5	. . .	. . .	. . .
31.	56.5	55.0	55.9	24.8	28.4	24.8	19.8	30.6	11.8	9.9	8.2	51	34	35	SW	8.0	SW	4.0	NW	12.0	. . .	. . .	. . .
III. Decade . .	56.9	55.6	56.0	23.7	26.9	22.8	18.7	28.1	12.3	11.1	12.1	56.6	42.6	59.2	. .	7.1	. .	7.0	. .	9.7	. . .	. . .	. . .
Mese.	56.8	55.6	56.0	24.3	27.8	23.5	19.3	29.0	13.4	12.0	13.3	59.6	43.4	58.5	. .	6.3	. .	7.1	. .	9.1	. . .	. . .	. . .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$		
6	5	5	3.67	2.20	...	...	2.20	≡ all' orizzonte durante il giorno. [$6^h - 7^h50^m$ pm. → NE. NW $5^h - 7^m$ am.
8	7	8	3.73	inc	inc	0.15	0.15	●° $6^h40^m - 6^h50^m$ am.; K WNW - ENE 7^h am.; WSW I; ● $9^h20^m - 9^h40^m$ am. e
7	6	0	3.96	inc	...	...	inc	●° n; orizzonte limpido tutto il giorno, lucido III.
2	6	6	4.01	...	...	...	...	Orizzonte chiaro nel pm.
7	8	6	3.06	...	inc	...	inc	≡ mattino; K in vista SW. ●° II; → NE. SE $3^h - 6^h$ pm.
6	7	7	3.45	...	...	inc	inc	≡ matt.; K WSW - S.ENE ●° $6^h - 8^h$ pm.; ⌒ S bellissimo 7^h pm.; < N.NE III;
2	5	0	3.56	...	...	...	...	≡ all' orizzonte tutto il giorno. [K a SSW e E - NE.
5	6	6	4.58	...	...	...	...	≡° mattino.
6	6	6	4.32	...	...	...	...	≡ mattino; ≡° II. [2^h am. e $11^h - 12^h$ pm.
6	6	7	3.20	...	...	...	...	●° n; ≡° mattino; K ●° W - N 9^h25^m pm. - 10^h25^m pm.; → W.NW mezzanotte -
5.5	6.2	5.1	37.54	2.20	inc	0.15	2.35	
8	8	8	3.93	27.39	2.10	16.40	45.89	≡° tutto il giorno; K ● 12^h20^m am. - 1^h20^m am., indi ● fino 1^h pm. e 4^h50^m pm. - 11^h pm.;
6	6	2	2.83	5.55	...	...	5.55	≡° fra giorno, ● mezzanotte - 2^h am. [●² $4^h50^m - 5^h$ pm. e $8^h30^m - 8^h40^m$ pm.
2	5	2	3.23	...	...	...	...	≡ mattino; ≡° pom.
2	2	2	3.08	...	...	...	...	≡ mattino.
2	2	2	2.93	...	...	...	...	≡° mattino.
2	2	2	3.50	...	...	...	...	≡ 7^h am.
2	2	2	3.51	...	...	...	...	≡° mattino.
2	2	2	4.26	...	...	...	...	≡° fra giorno. → E. NE $3^h - 7^h$ pm.
8	5	5	3.84	...	...	...	...	≡ bassa n e mattino; ≡° pom; < NW sera e III; → NE $4^h - 6^h$ pm.
2	2	2	3.80	...	...	...	...	≡ bassa n; ≡² mattino; ≡° pom.
3.6	3.6	2.9	34.91	32.94	2.10	16.40	51.44	
								[indi ● fino 8^h55^m pm. e $10^h - 11^h$ pm.; < III; → W.NW 10^h am. - mezzodì e SW $11^h - 12^h$ pm.
7	8	8	4.47	...	...	0.15	0.15	≡ n e matt.; ●° $1^h40^m - 1^h45^m$ pm.; K S-W, < SW $6^h20^m - 6^h40^m$ pm.; K ●° $7^h20^m - 7^h45^m$ pm.
8	7	6	2.25	2.20	2.50	1.70	6.40	K ● $4^h - 5^h$ am.; $8^h - 10^h$ am. a SE; a 9^h35^m fulmini 3 e scossa sussultoria; K ●² altri fulmini
5	2	2	3.05	...	...	...	...	≡° all' orizzonte tutto il giorno. [$12^h15^m - 12^h28^m$ pm.; K intorno pom.; e
2	5	7	4.15	...	...	...	...	≡° fra giorno; < N III. [K ● $4^h55^m - 6^h10^m$ pm.; < SW.N.NE.III.
8	7	5	3.00	...	inc	0.10	0.10	≡° matt.; ●° $8^h45^m - 9^h10^m$ am. e 11^h10^m am. - 12^h15^m pm.; K W e E II; ● 5^h15^m pm. -
5	6	5	3.64	...	...	...	...	≡° matt.; K N-E $5^h40^m - 6^h20^m$ pm.; sera e III < E.ENE. [5^h55^m pm.; < ENE III.
5	6	2	3.22	...	...	...	...	≡ mattino.
2	6	2	4.43	...	...	...	...	≡° all' orizzonte mattino; pom. chiaro.
2	5	2	3.33	...	...	...	...	≡ 7^h am.
2	2	2	3.93	...	...	...	...	≡° mattino.
2	2	0	4.29	...	...	...	...	≡° pomeriggio.
4.4	5.1	3.7	39.76	2.20	2.50	1.95	6.65	
4.5	5.0	3.9	112.21	37.34	4.60	18.50	60.44	

SETTEMBRE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1.	58.2	56.7	57.4	25.2	29.4	24.7	19.0	30.0	11.2	10.6	11.6	47	35	50	SW	9.0	SW	3.0	SW	11.0	. . .	W	W
2.	59.6	57.6	57.3	23.8	28.1	22.6	21.1	29.0	12.6	12.7	13.2	57	45	65	SW	8.0	SW	7.0	E	12.0	. . .	W	W
3.	55.6	53.5	50.5	23.6	27.7	23.4	18.9	28.2	14.2	12.7	14.7	65	46	68	E	3.0	E	9.5	E	16.5	. . .	W	W
4.	45.8	45.3	48.0	27.8	25.8	19.8	19.8	30.6	10.7	7.4	5.8	38	30	33	SW	19.5	SW	18.0	W	16.0	W	W	. . .
5.	50.8	52.4	54.6	14.2	17.0	13.6	13.3	21.8	9.1	10.1	9.5	76	70	82	W	9.5	SW	14.0	W	15.0	. . .	WSW	E
6.	50.2	55.8	55.9	18.0	17.4	16.2	13.2	20.5	8.9	8.5	9.2	58	57	67	SW	2.5	E	10.5	NE	9.0	ENE	. . .	. . .
7.	55.6	54.8	55.4	17.0	22.0	18.2	13.1	23.0	8.7	6.8	8.5	61	34	55	SW	2.5	SW	3.5	SW	4.5	N	. . .	NNW
8.	55.2	52.8	50.1	19.6	22.1	16.2	14.1	23.9	7.7	7.0	10.3	45	35	75	SW	3.5	SW	4.0	E	8.5	SW	SSW	. . .
9.	48.9	49.4	51.0	13.0	14.6	13.6	10.1	18.4	8.8	9.6	8.7	79	70	75	W	16.5	W	15.5	NW	9.5	. . .	. . .	. . .
10.	53.3	54.3	55.9	14.8	18.2	15.0	12.1	18.7	9.0	9.9	9.4	72	64	74	NW	9.5	SW	9.5	SW	14.0	E	NE	NE
I. Decade. .	53.3	53.3	53.6	19.7	22.2	18.3	15.5	24.4	10.1	9.5	10.1	59.8	48.6	64.4	. .	8.4	. .	9.5	. .	11.6	. . .	. . .	. . .
11.	58.2	57.3	59.2	18.0	22.4	18.6	13.1	23.1	9.2	7.6	9.6	60	38	61	W	17.5	W	6.5	W	13.0	. . .	. . .	. . .
12.	62.3	61.5	61.9	19.4	23.6	18.8	13.5	24.5	10.3	7.7	9.5	62	36	59	W	3.5	NE	8.5	NE	9.0	. . .	W	. . .
13.	61.8	59.7	59.9	20.2	24.0	20.2	14.6	24.8	10.7	10.1	11.0	61	46	62	NE	2.0	NE	6.0	NE	5.5	. . .	NNE	. . .
14.	60.6	59.2	60.3	21.4	25.1	20.2	15.6	26.0	11.4	9.5	10.4	60	40	59	NE	1.5	NE	6.5	NE	13.0	. . .	. . .	. . .
15.	61.8	60.3	60.7	21.5	26.0	21.0	15.7	26.6	11.7	10.4	11.4	61	42	62	NE	2.5	NE	12.0	NE	9.0	. . .	. . .	. . .
16.	61.3	59.8	60.7	22.4	27.0	22.0	17.1	27.7	12.0	11.1	13.5	60	42	69	NE	2.5	NE	5.0	NE	7.0	. . .	. . .	. . .
17.	61.1	59.2	59.4	23.7	27.7	23.4	18.2	29.0	12.5	11.0	12.7	57	40	59	NE	4.0	NE	5.0	NE	7.5	. . .	. . .	. . .
18.	59.4	57.8	58.5	24.0	27.0	21.4	18.2	28.0	12.0	11.1	12.6	54	42	67	SW	2.5	SW	6.5	SW	14.0	SSW	. . .	. . .
19.	59.0	57.4	58.7	21.6	26.0	21.5	18.0	26.7	12.2	11.6	12.0	64	46	63	SW	3.0	SW	4.0	SW	11.5	. . .	W	. . .
20.	60.9	59.5	59.7	22.3	26.1	21.2	17.1	26.9	11.8	9.1	10.6	59	36	57	E	2.0	NE	8.5	NE	10.5	. . .	. . .	. . .
II. Decade. .	60.6	59.2	59.9	21.5	25.5	20.8	16.1	26.3	11.4	9.9	11.3	59.8	40.8	61.8	. .	4.1	. .	6.9	. .	10.0	. . .	. . .	. . .
21.	60.8	59.7	60.3	21.4	26.2	21.2	17.0	27.0	10.5	8.5	10.9	56	34	59	SW	1.5	SW	8.5	SW	6.0	E	N	. . .
22.	61.6	60.2	60.8	21.4	27.1	21.8	17.1	28.0	11.4	9.4	12.1	60	35	62	SW	2.0	SW	4.5	SW	8.0	. . .	W	. . .
23.	60.8	58.6	58.1	22.2	26.7	23.2	17.7	27.5	11.2	11.3	12.5	57	43	59	SW	5.5	SW	3.5	SW	4.0	. . .	W	. . .
24.	56.8	54.6	55.0	22.4	26.8	22.6	18.1	27.9	13.0	12.2	13.2	64	47	65	SW	6.0	SW	2.0	E	7.5	W	. . .	. . .
25.	56.4	56.3	57.5	21.2	24.6	20.4	18.8	25.7	14.0	13.9	14.2	75	60	80	E	2.5	E	4.0	E	10.0	. . .	ESE	. . .
26.	58.9	57.7	58.2	22.8	26.3	22.2	18.6	27.2	13.7	12.8	13.7	66	51	69	SW	4.5	SW	5.0	SW	7.5	. . .	E	. . .
27.	58.9	57.7	58.0	22.0	26.0	22.2	17.9	27.9	13.2	13.0	13.4	67	52	67	SW	5.5	SW	3.5	SW	7.0	. . .	W	. . .
28.	58.5	56.7	56.6	22.8	27.2	22.4	18.6	28.0	13.4	13.0	13.9	65	48	69	SW	7.0	SW	3.5	SW	6.5	. . .	. . .	. . .
29.	58.4	57.0	57.3	22.0	27.4	22.8	18.7	27.9	11.7	10.9	12.1	60	40	59	SW	8.5	SW	7.0	W	9.0	W	W	. . .
30.	56.0	54.0	54.2	19.6	24.2	19.2	18.6	25.4	14.5	12.8	14.3	86	57	87	NW	2.5	NE	12.5	NE	5.5	WNW	. . .	W
31.	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. . .
III. Decade. .	58.7	57.3	57.6	21.8	26.3	21.8	18.1	27.3	12.7	11.8	13.0	65.6	46.7	67.6	. .	4.6	. .	5.4	. .	7.1	. . .	. . .	. . .
Mese.	57.6	56.6	57.0	21.0	24.7	20.3	16.6	26.0	11.4	10.4	11.5	61.7	45.4	64.6	. .	5.7	. .	7.2	. .	9.6	. . .	. . .	. . .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$		
2	6	7	4.01	...	...	...	...	≡ all' orizzonte tutto il giorno.
2	6	5	3.26	...	...	...	...	≡° fra giorno.
5	7	7	4.23	...	...	...	...	≡ mattino; ≡° pom.; К in vista a ENE III; ⟶ SE 9^h - 11^h pm.
6	8	5	5.73	inc	...	...	inc	◍° 4^h40^m - 4^h50^m am. e К lontano a E. Orizzonte libero a I e III; ⟶ SW 8^h am. - 3^h pm.
8	8	7	1.76	inc	1.00	0.20	1.20	◍° n, 7^h-8^h am. e 9^h-9^h30^m am.; ◍ 1^h15^m pm.-2^h pm.; 3^h30^m-3^h40^m pm.; e 7^h15^m-7^h30^m pm.; К in [vista 7^h am. e 3^h pm.
6	8	8	2.44	0.20	...	0.50	0.70	◍° 1^h-2^h am. e 2^h40^m pm.; К W 12^h12^m-12^h20^m pm.; a E II e ◍°; ◍ 3^h-4^h pm.
7	8	6	2.79	inc	...	...	inc	◍° 6^h35^m - 7^h am.; orizzonte chiaro fra giorno.
5	8	8	2.90	...	...	...	...	◍° 4^h45^m pm.; < E III; ⟶ SE. W 11^h - 12 pm.
8	7	8	1.30	7.90	3.10	0.30	11.30	≡° matt.; К in vista N II; ◍ 2^h-5^h am.; 8^h-11^h am.; mezzodì-2^h pm. e 4^h-5^m pm.; ⟶ W mez-[zanotte - 4^h am.
7	7	6	1.56	...	0.60	0.10	0.70	К in vista a S pom.; orizzonte chiaro fra giorno; ◍ 11^h am.-4^h pm.
5.6	7.3	6.7	29.98	8.10	4.70	1.10	13.90	
2	5	0	2.46	...	...	...	...	Orizzonte libero fra giorno.
5	6	2	3.05	...	...	...	...	≡° tutto il giorno.
2	6	2	2.26	...	...	...	...	≡° tutto il giorno.
2	2	2	2.82	...	...	...	...	≡ mattino.
2	2	2	3.00	...	...	...	...	≡ mattino.
2	2	2	2.92	...	...	...	...	≡ 7^h am.
2	5	2	3.23	...	...	...	...	≡ 7^h am.
6	4	2	2.19	...	...	...	...	≡ 7^h am.
3	6	2	2.59	...	...	...	...	≡ mattino.
2	2	2	3.70	...	...	...	...	≡ n e mattino.
2.8	4.0	1.8	28.22	...	...	...	...	
7	7	2	3.07	...	...	...	...	≡ mattino.
5	6	2	2.97	...	...	...	...	$≡^2$ n e mattino.
2	6	7	2.85	...	...	...	...	$≡^2$ n e mattino; ≡° I.
6	5	6	3.45	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡° I e II.
8	7	2	1.83	...	inc	...	inc	$≡^2$ n e mattino; ≡° II; ◍° 9^h28 am. - 10^h am. e 12^h20^m pm.
2	6	5	2.39	...	...	...	...	$≡^2$ n e mattino.
2	6	2	2.34	...	...	...	...	$≡^2$ n e 7^h am.; ≡° fra giorno.
2	5	2	2.59	...	...	...	...	$≡^2$ n e 7^h am.; ≡° fra giorno.
7	7	8	3.08	...	...	...	...	≡ n e 7^h am.; ≡° fra giorno; ◍° 7^h25^m am.; < N sera.
7	8	7	1.57	2.30	...	6.60	8.90	≡° n e matt.; ● n - 9^h35^m am.; К SSW - ENE 2^h55^m pm.; К ● 3^h55^m - 4^h40^m pm.: indi
..	..	..	....	...	...	...	...	[● fino a 7^h pm.; < SW III. ⟶ NE - SW 3^h - 4^h pm.
4.8	6.3	4.3	26.14	2.30	inc	6.60	8.90	
4.4	5.9	4.3	84.34	10.40	4.70	7.70	22.80	

OTTOBRE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	53.2	51.7	51.4	19.6	23.2	19.4	15.5	25.5	13.1	15.1	13.9	77	71	83	SW	4.5	SW	6.0	SW	5.5	W	W	W
2	50.4	50.0	51.1	19.4	23.8	19.4	16.1	24.3	12.1	10.9	12.7	72	60	76	NW	12.0	NE	6.5	NE	4.0	W	WSW	WSW
3	53.4	53.1	54.8	19.4	24.0	18.6	15.0	24.8	11.2	8.4	8.8	67	38	55	W	6.0	W	2.5	SW	12.5	. . .	W	W
4	57.0	56.1	56.1	18.0	21.8	18.2	13.6	22.5	9.5	9.7	11.6	62	50	75	NE	5.5	NE	12.5	NE	8.0	WSW	W	. . .
5	54.1	52.4	52.5	16.9	20.0	17.6	14.2	20.8	11.3	10.8	11.1	78	62	74	NE	5.5	E	14.0	E	16.5	WSW	W	. . .
6	49.0	48.1	48.1	19.2	23.4	18.2	15.8	23.5	12.2	15.7	13.1	73	73	84	E	22.5	E	10.0	SE	10.5	SW	. . .	. . .
7	50.4	50.6	51.5	18.8	22.8	17.8	16.8	23.6	11.8	7.4	7.0	73	36	46	NE	3.5	SW	5.0	SW	14.0	SW	WSW	. . .
8	53.3	52.1	52.8	15.6	21.9	17.0	15.6	23.0	7.7	7.3	7.4	58	37	51	SW	4.0	NW	10.0	SE	8.0	WSW	WSW	W
9	54.0	54.0	56.0	17.9	22.0	15.7	12.3	23.3	7.7	6.0	7.2	50	30	54	S	6.0	SW	29.0	SW	8.5	W	SW	. . .
10	57.8	57.2	58.5	16.2	20.2	15.8	10.6	21.0	7.6	6.3	7.9	56	36	59	SW	2.5	SW	2.5	NE	9.5	. . .	. . .	. . .
I. Decade . .	53.3	52.5	53.3	18.1	22.3	17.8	14.6	23.2	10.4	9.8	10.1	66.6	49.3	65.7	. .	7.2	. .	9.8	. .	9.7	. . .	. . .	. . .
11	58.4	57.2	57.1	16.4	19.0	16.6	10.5	20.0	7.8	7.6	8.7	56	47	62	SW	6.5	SW	1.5	SW	3.0	SW	. . .	. . .
12	56.6	54.9	55.3	16.0	20.2	15.6	12.9	20.6	9.9	10.1	11.5	73	57	87	SW	3.5	SW	6.0	NE	8.0	W	W	. . .
13	54.7	53.8	53.5	15.6	20.4	17.0	13.1	21.0	10.9	10.6	11.8	83	59	82	NE	2.5	NE	7.5	NE	22.5	. . .	. . .	. . .
14	51.6	50.8	50.2	19.4	18.8	15.8	15.9	21.0	10.9	11.0	11.9	65	68	89	E	21.0	SE	11.5	NE	8.5	. . .	. . .	. . .
15	51.2	50.6	51.8	17.6	21.1	14.0	13.5	22.0	10.3	5.8	6.1	69	31	51	NE	4.0	SW	12.0	NW	4.5	. . .	. . .	. . .
16	51.6	50.5	50.7	12.4	18.6	13.4	9.3	19.0	7.0	8.3	8.4	65	52	73	S	4.5	SE	4.5	SE	4.0	WSW	. . .	. . .
17	46.4	47.0	49.3	14.2	19.4	14.8	10.1	20.9	9.7	7.9	6.1	80	47	48	SW	4.5	W	17.0	SW	0.0	SW	. . .	. . .
18	50.9	49.8	51.2	11.5	17.3	11.2	9.6	18.4	7.1	7.3	8.0	70	49	80	SW	1.0	SW	5.0	W	5.5	SW	SW	. . .
19	52.4	52.4	53.1	10.6	12.2	8.6	8.4	13.9	8.1	7.1	7.0	84	67	83	W	7.5	N	5.5	NE	13.0	. . .	SW	. . .
20	56.3	56.3	57.0	9.2	12.4	8.6	6.5	13.1	7.0	5.6	6.1	80	52	73	W	11.5	NW	1.0	NW	5.0	NW	. . .	. . .
II. Decade . .	53.0	52.3	52.9	14.3	17.9	13.6	11.0	19.0	8.9	8.1	8.6	72.5	52.9	72.8	. .	6.7	. .	7.2	. .	7.4	. . .	. . .	. . .
21	51.3	47.0	44.3	7.0	6.4	4.7	4.0	9.0	6.8	6.1	5.5	91	85	86	NE	6.5	NW	8.5	SW	1.5	. . .	. . .	. . .
22	44.6	44.3	46.9	8.0	12.4	7.2	4.4	12.7	5.8	6.1	6.3	72	57	83	SW	0.5	NE	9.0	NE	9.0	. . .	W	. . .
23	52.0	51.9	53.7	9.2	13.4	9.1	4.0	13.9	6.9	5.0	6.5	79	43	75	W	4.0	W	2.0	W	1.5	. . .	. . .	. . .
24	54.9	53.5	54.4	8.0	11.8	9.2	6.0	12.2	6.9	7.1	7.8	86	69	89	SW	0.5	SW	0.0	SW	0.5	. . .	. . .	. . .
25	56.3	55.0	54.5	10.5	13.2	10.6	8.1	14.0	7.7	8.0	7.9	81	71	82	SW	4.5	NW	0.5	NW	1.5	. . .	. . .	. . .
26	51.5	50.9	54.4	10.4	15.2	11.5	8.6	15.7	7.3	8.4	8.5	77	65	84	W	5.5	SW	3.0	SW	7.0	. . .	. . .	. . .
27	61.6	61.9	62.7	8.6	11.4	10.0	8.5	12.9	5.9	6.4	5.9	70	64	64	NE	12.0	NE	5.5	NE	1.0	. . .	. . .	. . .
28	63.3	61.6	61.9	9.6	13.0	10.5	7.7	13.8	5.9	6.9	7.2	66	61	76	NE	0.5	NE	0.0	NE	0.0	SW	SW	. . .
29	62.3	60.7	60.3	10.8	13.6	11.2	9.6	14.9	7.5	8.0	8.0	77	69	80	NE	1.5	E	1.5	E	1.0	. . .	WSW	. . .
30	59.7	59.0	59.3	10.8	12.3	11.5	10.4	12.7	8.9	9.3	9.5	92	87	94	E	1.5	E	2.5	E	4.0	. . .	. . .	. . .
31	58.9	58.3	57.8	11.6	12.2	12.0	11.0	12.3	9.9	10.1	9.7	98	95	93	E	8.5	NE	4.0	NE	6.0	. . .	. . .	. . .
III. Decade . .	56.4	54.9	55.5	9.5	12.3	9.8	7.5	13.1	7.2	7.4	7.5	80.8	69.6	82.4	. .	4.1	. .	3.3	. .	3.0	. . .	. . .	. . .
Mese	54.2	53.3	53.9	13.8	17.1	13.6	10.9	18.3	8.8	8.4	8.7	73.5	57.7	73.9	. .	5.9	. .	6.6	. .	6.6	. . .	. . .	. . .

Stato del cielo 9a	3p	9p	Evapor. in 24 ore 9a - 9a	Acqua caduta millimetri 9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p	Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
6	6	6	1.89	...	0.20	...	0.20	$\equiv^2$ bassa n e matt.; ☈ ◎ W.S - NE 1^h35^m pm. - 2^h35^m; ☈ lontano **E II**; < **N.NE III.**
7	6	5	3.33	...	...	...	...	$\equiv^0$ mattino; < NE sera; orizzonte limpido **III** e < **N.**
2	7	7	2.88	...	...	...	...	≡ 8^h am.; orizzonte chiaro pom.
6	7	8	2.19	...	...	...	...	≡ 8^h am.
7	7	8	2.11	...	...	...	...	≡ 8^h am.; $\equiv^0$ fra giorno; $◎^0$ 9^h20^m - 9^h30^m pm.
7	8	8	1.32	0.30	0.40	3.50	4.20	$\equiv^0$ pom.; ◎ 12^h5^m-12^h40^m pm. e 4^h20^m-7^h40^m pm.; $◎^0$ 3^h20^m pm. → E.NE mezzanotte-2^h pm.
7	6	5	3.22	...	...	...	...	$\equiv^2$ 8^h am.; $\equiv^0$ I; pom. e sera orizzonte chiaro; < WSW 9^h30^m pm.
6	7	6	2.94	...	...	...	...	$\equiv^0$ mattino; orizzonte chiaro pom.; → SW 4^h - 6^h pm.
6	6	0	3.40	...	...	...	...	$\equiv^0$ 8^h am.; orizzonte bello I e II; → SW.W 2^h - 7^h pm.
2	5	0	2.21	...	...	...	...	$\equiv^0$ mattino.
5.6	6.5	5.3	25.49	0.30	0.60	3.50	4.40	
6	8	6	1.55	...	...	...	...	≡ 8^h am.
7	7	7	1.34	...	...	...	...	≡ n e 8^h am.; $\equiv^0$ I e II.
8	8	8	2.49	...	...	1.45	1.45	≡ n e mattino; $\equiv^0$ pom. ◎ 8^h10^m - 8^h50^m pm.; → **E.NE** 5^h pm. - mezzanotte.
8	8	7	1.75	...	0.70	1.58	2.28	≡ all'orizzonte tutto il giorno; ◎ 1^h45^m - 7^h pm.; → **E - NE** mezzanotte - 3^h pm.
5	5	5	2.63	...	...	...	...	≡ n e mattino; orizzonte chiaro pom.
7	7	7	1.44	...	inc	...	inc	$\equiv^0$ mattino; $◎^0$ 12^h25^m - 12^h50^m pm.; orizzonte bello **II.**
6	5	2	2.39	0.50	...	...	0.50	$\equiv^0$ matt.; ◎ 7^h30^m - 8^h am.; → SW.NW mezzodì - 2^h pm.
6	7	7	1.42	...	...	...	...	≡ matt.; ☈ WSW-S II lontano; ☈ NW.N-NE 5^h30^m-6^h15^m pm.; < **ENE III**; → W6^h-7^hpm.
8	6	6	1.00	1.60	0.80	...	2.40	$\equiv^2$ mattino; ◎ 6^h50^m - 9^h20^m am. e 10^h - 10^h50^m am.
6	5	7	1.27	...	...	...	...	Fra giorno orizzonte limpido.
6.7	6.6	6.2	17.28	2.10	1.50	3.03	6.63	
8	8	8	0.65	6.90	11.70	13.90	32.50	≡ durante il giorno; ◎ 6^h am. - 8^h15^m pm.
2	6	5	0.85	...	...	...	...	≡ mattino.
2	5	5	1.07	1.60	...	...	1.60	$\equiv^2$ mattino: ◎ mezzanotte - 2^h am.
8	8	7	0.37	...	inc	...	inc	$\equiv^2$ mattino; $\equiv^0$ pom.; $◎^0$ 10^h30^m - 11^h30^m am. e 1^h pm.
5	8	8	0.77	...	...	...	...	≡ n e durante il giorno.
5	2	2	0.79	2.00	...	...	2.00	≡ mattino; ◎ 5^h - 7^h am.
8	8	8	1.11	inc	...	...	inc	≡ orizzonte tutto il giorno; $◎^0$ n.
7	7	7	0.97	...	...	...	...	≡ tutto il giorno.
8	8	8	0.73	...	...	...	...	≡ mattino; $\equiv^0$ pom.
8	8	8	0.23	...	...	...	...	≡ bassa, piovigginosa 8^h am., I, III; $\equiv^2$ pom.
8	8	8	0.20	...	...	0.10*	0.10*	≡ bassa, piovosa tutto il giorno.
6.3	6.9	6.7	7.74	10.50	11.70	14.00	36.20	
6.2	6.7	6.1	50.51	12.90	13.80	20.53	47.23	

NOVEMBRE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nub		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mas.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	55.1	53.6	53.4	12.8	14.0	13.0	11.6	14.5	10.0	11.1	10.9	91	93	98	NE	13.0	E	5.0	SE	1.0	. . .	. . .	. .
2	51.8	51.0	51.6	13.0	13.9	12.4	12.3	14.5	9.6	10.6	10.0	86	90	93	SE	4.0	SE	2.0	SE	2.5	S	. . .	. .
3	52.9	53.3	56.1	13.2	15.8	12.2	12.0	16.4	10.0	10.0	10.3	88	75	98	SE	6.5	SE	1.0	SE	4.5	. . .	N	. .
4	59.5	60.4	62.2	10.2	12.0	10.3	9.5	12.5	9.0	9.4	9.2	97	90	99	SE	7.5	SE	4.0	SE	0.5	. . .	. . .	. .
5	63.0	61.5	62.0	9.2	9.6	8.6	8.6	10.8	8.5	8.5	8.1	97	95	97	SE	3.0	SE	3.0	SE	2.0	. . .	. . .	. .
6	60.1	58.9	58.6	8.8	10.3	10.0	8.1	12.0	7.8	7.6	8.0	92	81	87	SE	5.5	SE	2.5	SE	1.0	. . .	. . .	. .
7	58.6	58.9	60.7	9.6	10.6	9.8	9.4	12.1	8.5	8.1	8.3	95	84	92	SW	0.0	SW	1.0	SW	5.5	. . .	. . .	. .
8	64.1	64.4	65.3	10.2	12.2	11.0	9.3	12.3	7.8	8.3	8.6	84	79	87	SW	3.5	SW	0.5	SW	1.5	. . .	. . .	. .
9	65.4	63.9	63.4	10.4	12.0	11.0	10.0	13.0	8.2	7.9	8.1	87	76	82	SW	2.0	SW	3.0	SW	3.5	. . .	. . .	. .
10	62.2	60.8	61.1	11.0	12.3	11.4	9.1	12.9	8.6	8.5	8.8	87	80	88	SW	1.5	SW	2.0	SW	0.5	. . .	. . .	. .
I. Decade . .	59.3	58.7	59.4	10.8	12.3	11.0	10.0	13.1	8.8	9.0	9.0	90.4	84.3	92.1	. .	4.7	. .	2.4	. .	2.3	. . .	. . .	. .
11	61.3	60.3	60.8	9.2	12.5	10.3	7.2	13.0	8.5	7.8	8.0	97	72	86	SW	2.0	NE	0.5	NE	1.0	. . .	. . .	. .
12	60.9	58.9	59.2	8.2	11.8	9.6	5.2	12.1	6.6	7.1	6.8	81	69	76	NE	0.5	NE	10.0	NE	4.5	WNW	SW	. .
13	59.2	58.6	59.7	8.6	9.4	8.6	7.6	9.8	6.8	6.5	6.8	81	74	81	NE	1.0	NE	5.0	NE	2.0	. . .	. . .	. .
14	61.3	60.8	61.3	8.8	11.4	10.0	7.0	11.8	7.3	8.1	8.2	86	80	90	NE	0.0	NE	0.5	NE	3.5	. . .	W	. .
15	61.9	60.2	60.8	10.0	12.8	10.4	8.3	13.2	8.5	7.9	8.2	92	72	87	NE	0.5	NE	1.5	NE	4.5	W	W	. .
16	60.4	58.4	58.4	10.4	13.0	11.2	7.7	13.4	7.7	7.8	8.7	82	70	87	NE	1.0	NE	3.5	NE	1.0	. . .	. . .	. .
17	58.7	57.8	58.1	10.2	10.6	9.8	9.6	10.9	8.8	8.3	7.6	95	87	84	NE	3.5	NE	3.5	NE	4.5	. . .	. . .	. .
18	58.0	57.2	57.7	7.8	8.0	7.0	6.4	8.9	6.6	6.2	6.2	83	78	82	NE	6.0	NE	8.0	NE	3.0	. . .	. . .	. .
19	56.9	55.8	53.9	6.2	8.4	6.0	4.8	8.4	4.8	3.9	6.1	67	47	88	NE	5.0	NE	9.5	NE	17.0	. . .	. . .	. .
20	54.4	56.0	58.9	4.6	7.8	6.2	3.2	7.9	5.7	6.0	6.2	90	76	88	NW	21.5	NW	7.0	NW	3.0	. . .	WNW	. .
II. Decade . .	59.3	58.4	58.9	8.4	10.6	8.9	6.7	10.9	7.1	7.0	7.3	85.4	72.5	84.9	. .	4.1	. .	4.9	. .	4.4	. . .	. . .	. .
21	64.1	63.9	64.5	2.2	6.0	5.2	1.1	6.5	5.2	6.4	6.4	96	91	97	NW	2.5	NW	1.0	NW	10.0	. . .	. . .	. .
22	66.8	66.1	66.1	4.8	6.2	6.2	2.7	6.4	6.0	6.0	6.2	93	85	88	NW	7.5	NW	2.5	NW	5.5	. . .	. . .	. .
23	64.5	63.1	62.8	5.8	7.2	5.2	4.4	7.4	5.8	5.6	5.4	85	74	81	NW	6.5	W	10.5	W	12.5	. . .	W	. .
24	62.6	61.7	61.4	3.4	4.0	2.4	1.4	4.6	5.1	5.1	5.1	86	83	93	SW	6.0	SW	6.0	SW	9.0	. . .	. . .	. .
25	59.0	57.3	58.1	1.8	2.7	3.0	-0.1	4.4	5.0	5.3	5.5	96	95	97	NW	6.0	NW	1.0	NW	2.0	. . .	. . .	. .
26	64.0	65.3	67.2	4.2	5.8	2.0	1.2	6.1	5.6	3.2	3.0	90	47	57	NW	1.5	NE	26.0	NE	9.5	. . .	. . .	. .
27	67.9	68.0	69.2	0.6	2.8	0.4	-1.8	3.3	2.6	2.1	3.4	54	38	71	NE	3.0	NE	4.0	NE	6.0	. . .	. . .	. .
28	68.8	67.8	68.7	0.4	3.8	0.2	-2.9	5.3	2.9	3.1	3.3	60	51	71	NE	2.0	NE	2.0	SW	13.5	. . .	. . .	. .
29	68.3	65.2	64.9	1.4	5.6	1.3	-2.3	5.6	3.2	3.3	3.8	62	49	76	SW	7.5	SW	2.0	SW	9.0	. . .	. . .	. .
30	62.7	60.3	59.7	1.2	7.6	3.0	-1.5	7.4	3.3	3.5	3.7	65	45	66	SW	2.0	SW	2.0	SW	4.5	. . .	. . .	W
31	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. .
III. Decade . .	64.9	63.9	64.3	2.6	5.2	2.9	0.2	5.7	4.5	4.4	4.6	78.7	65.8	79.7	. .	4.5	. .	5.7	. .	8.2	. . .	. . .	. .
Mese	61.2	60.3	60.9	7.3	9.3	7.6	5.6	9.9	6.8	6.8	7.0	84.8	74.2	85.6	. .	4.4	. .	4.3	. .	4.9	. . .	. . .	. .

NOVEMBRE

Direzione del (vento) 9a	3p	Stato del cielo 9a	3p	9p	Evapor. in 24 ore 9a - 9a	Acqua caduta millimetri 9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p	Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
...	...	8	8	8	0.21	inc	8.00	4.72	12.72	≡ II; ≡² III; ● 8h40m - 9h20m am. e 9h45m am. - 8h45m pm. a riprese.
S	...	6	8	8	0.31	...	1.30	...	1.30	≡ durante il giorno; ● 2h15m pm. - 3h10m pm.
...	N	8	6	3	0.48	...	...	...	...	≡ mattino e III.
...	...	8	8	8	0.31	...	...	...	...	≡ bassa durante il giorno.
...	...	8	8	8	0.31	0.30*	...	...	0.30*	≡ bassa, piovigginosa n, mattino e III; ≡° II.
...	...	8	8	8	0.47	0.20*	...	...	0.20*	≡ piovigginosa n; ≡° mattino.
...	...	8	8	8	0.36	1.20*	...	0.60	1.80*	≡ bassa e piovosa n e mattino; ≡° II.
...	...	8	8	8	0.51	...	...	...	...	≡ n e tutto il giorno.
...	...	8	8	8	0.52	...	...	inc	inc	≡° n e durante il giorno; ◉° 7h30m pm. - 8h45m pm.
...	...	8	8	8	0.48	...	...	...	...	≡° n e durante il giorno.
...	...	7.8	7.8	7.5	3.96	1.70	9.30	5.32	16.32	
...	...	4	8	3	0.56	...	...	...	...	≡² bassa n e mattino; ≡° pom.
WNW	SW	8	7	8	1.00	...	...	...	...	≡² n e mattino.
...	...	8	8	10	0.59	...	...	...	...	≡° n e fra giorno; ◉° 3h20m - 4h pm.; 5h pm. e III.
...	W	8	7	10	0.35	0.30*	...	...	0.30*	≡ piovigginosa n e mattino; ≡° fra giorno; ◉° 9h pm.
W	W	7	6	7	0.59	0.20*	...	...	0.20*	≡ bassa n e 8h am.; ≡² I e II.
...	...	5	8	8	0.57	...	...	...	...	≡ n e durante il giorno.
...	...	8	8	10	0.46	...	0.55*	...	0.55*	≡ bassa e piovosa n e mattino; ≡° II.
...	...	8	8	10	1.54	0.20*	0.20	...	0.40*	≡ piovigginosa n; ≡° mattino; ◉° 8h20m - 9h am.; ● 11h am. - mezzogiorno.
...	...	8	8	10	0.49	...	...	4.90	4.90	≡° fra giorno; ● 6h pm. - 8h45m pm. e 11h pm. - mezzanotte; —■ NE 9h - 11h pm.
...	WNW	8	7	2	0.44	9.20	...	...	9.20	≡ piovigginosa matt.; ≡° sera; ◉ n - 3h am. e 7h am. - 9h am. Bellissimo tra-
...	...	7.2	7.5	7.8	6.59	9.90	0.75	4.90	15.55	[monto rosso; —■ W.NW 1h am. - 11h am.
...	...	4	8	8	0.21	...	...	...	...	Notte serena; ∨° matt.; ≡² bassa tutto il giorno, piovigginosa III. Piccola scossa
...	...	8	8	10	0.39	0.20*	...	...	0.20*	≡ bassa, piovosa n e mattino; ≡° II. [sussultoria 10h24m am.
...	W	8	7	8	0.63	...	...	...	...	≡° n e durante il giorno.
...	...	8	8	8	0.32	...	...	...	...	≡° n e durante il giorno; ≡ bassa sera e III.
...	...	8	8	8	0.12	...	...	...	...	≡ bassa n e per tutto il giorno; ≡² II.
...	...	8	8	8	1.14	...	...	...	...	≡² n e mattino; —■ NE 1h pm. - 6h pm.
...	...	2	2	0	0.86	...	...	...	...	⌴ ∨° n e mattino; ≡° III.
...	...	2	2	0	gelato	...	...	...	...	≡ ∨ ⌴ n e mattino; ≡° pom. e sera. Tramonto rosso.
...	...	2	2	2	1.22	...	...	...	...	≡² ∨ ⌴ n e mattino; ≡° fra giorno; ≡² sera. Bellissimo tramonto rosso.
...	...	2	2	7	0.62	...	...	...	...	≡² ∨ ⌴ n e mattino; ≡° fra giorno; ≡² III.
...	...	..	..	..	...	...	...	...	...	
...	...	5.2	5.5	5.9	5.51	0.20	...	...	0.20	
...	...	6.7	6.9	7.1	16.06	11.80	10.05	10.22	32.07	

DICEMBRE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	61.5	60.8	61.4	1.6	6.8	2.8	-0.9	6.9	4.2	4.6	4.6	82	63	83	SW	8.5	SW	4.0	SW	7.5	...	...	...
2	60.0	57.8	58.8	3.0	6.6	3.3	0.1	6.9	4.7	5.2	4.9	83	71	85	W	10.0	W	9.5	SW	6.0	...	...	...
3	61.7	59.3	57.8	2.0	5.6	4.0	-0.3	5.9	4.9	5.4	5.3	93	78	87	SW	1.5	SW	5.0	SW	8.0	WSW	...	...
4	51.7	47.0	43.9	3.5	5.5	4.8	2.1	5.5	5.4	5.8	5.6	91	86	87	NW	8.0	SW	6.5	NW	14.5	...	...	...
5	44.8	45.7	46.0	4.2	6.5	2.3	1.1	6.7	1.9	1.3	2.2	30	18	41	NW	39.0	NW	15.0	SW	16.0	N	...	...
6	48.1	49.3	51.7	1.0	4.1	1.4	-2.9	5.3	2.4	2.2	2.2	48	34	43	W	18.5	NW	16.0	W	24.0	N	W	...
7	53.6	52.7	53.5	1.3	6.6	4.0	-0.3	7.3	1.7	1.8	1.8	34	24	3[illegible]	SW	9.5	W	14.5	SW	2.0	...	...	...
8	56.4	56.5	57.3	0.2	4.4	1.4	-2.7	4.8	3.1	2.9	3.4	67	47	65	SW	0.5	SW	1.0	SW	15.0	WSW	W	...
9	58.6	56.8	56.2	-0.4	3.8	-0.6	-3.0	4.3	2.9	2.5	3.2	66	42	73	W	8.0	W	5.5	W	1.5	...	...	...
10	53.8	53.4	53.9	-1.2	0.8	-0.6	-5.6	2.9	3.4	3.3	3.9	80	68	89	W	4.0	W	11.0	W	13.5	...	...	...
I. Decade	55.0	53.9	54.1	1.5	5.1	2.3	1.2	5.7	3.5	3.5	3.7	67.4	53.1	68.3	..	10.8	..	8.8	..	10.8	...	...	...
11	54.0	54.2	55.3	0.0	0.4	-2.8	-3.1	2.3	4.1	3.5	3.1	89	75	82	W	14.0	W	11.0	W	5.0	...	W	...
12	57.5	56.7	57.4	-1.2	1.6	-0.6	-5.8	2.7	3.4	3.7	3.9	80	71	89	W	7.0	W	1.5	W	4.5	SW	W	...
13	55.5	53.7	53.3	0.4	3.4	1.8	-2.3	3.8	3.7	3.7	4.1	79	63	79	W	3.5	W	1.5	W	3.0	W	W	...
14	59.4	61.4	62.8	1.8	3.2	3.0	-0.3	3.4	4.8	5.2	5.1	93	90	89	SW	13.0	NW	13.0	W	12.5	...	...	...
15	62.0	60.5	60.5	1.6	4.4	-0.6	-1.5	5.0	4.2	5.1	4.2	82	81	96	NW	10.5	SW	3.0	SW	1.5	...	ENE	...
16	60.2	61.4	65.8	0.6	2.8	-0.6	-2.8	5.5	4.2	5.0	4.2	88	89	96	SW	3.5	SW	7.0	NE	2.0	N	...	...
17	69.5	69.2	69.7	0.6	5.4	-1.0	-2.2	5.4	4.2	5.3	4.1	88	78	96	W	15.5	W	4.5	W	4.0	...	...	...
18	68.5	66.8	67.0	-1.4	4.0	-2.0	-3.3	4.4	3.6	5.1	3.8	88	83	96	SW	2.5	SW	0.5	SW	0.0	...	...	...
19	65.7	63.8	63.1	-3.9	-2.0	-2.4	-5.4	-0.7	3.2	3.8	3.7	93	96	96	SW	0.5	SW	1.5	SW	2.0	...	...	...
20	61.8	60.0	60.0	-1.9	-1.4	-2.0	-4.3	-1.2	3.9	4.0	3.8	98	96	96	SW	0.5	SW	0.5	SW	0.5	...	...	...
II. Decade	61.4	60.8	61.5	-0.3	2.2	-0.7	-3.1	3.1	3.9	4.4	4.0	87.8	82.2	91.5	..	7.1	..	4.4	..	3.5	...	...	...
21	59.9	58.6	58.6	-0.6	0.7	1.0	-3.3	1.3	4.1	4.4	4.6	92	90	92	SW	1.5	SW	4.0	SW	11.0	...	...	...
22	57.4	56.0	55.7	2.4	5.0	3.7	0.1	5.2	4.9	4.9	5.1	89	75	85	NW	11.0	NW	7.5	NW	9.0	...	...	...
23	53.6	52.3	52.7	3.1	2.4	1.7	2.1	3.4	5.0	4.9	4.9	88	89	94	NW	6.0	NW	11.0	NW	9.0	...	...	...
24	54.0	53.7	54.9	1.7	1.6	0.4	-0.6	2.1	4.3	3.7	3.0	84	71	64	NW	4.5	NE	8.0	NE	2.5	...	...	...
25	55.6	54.3	54.9	-2.0	-0.2	-1.8	-3.3	0.0	3.0	3.2	2.4	75	70	60	NE	8.5	NE	6.5	NE	3.5	E	...	...
26	54.9	53.9	54.9	-2.4	0.3	-2.4	-5.8	0.7	2.9	3.1	3.0	75	65	79	NE	5.0	W	9.5	SW	7.5	...	...	...
27	56.1	55.8	58.3	-2.6	-0.8	-0.6	-4.4	-0.6	2.5	2.7	3.6	66	62	80	SW	1.0	SW	3.0	SW	4.0	...	...	...
28	61.3	60.6	60.2	-0.4	1.4	1.2	-2.1	1.7	3.6	4.0	4.0	80	78	80	W	9.0	W	9.0	W	6.5	...	...	...
29	56.9	53.9	52.6	1.6	4.0	1.7	-1.3	4.1	3.8	3.2	3.2	74	52	61	W	4.0	W	0.5	W	8.5	W	W	...
30	49.9	47.4	46.2	0.9	2.6	2.0	-0.8	2.7	3.8	3.8	3.8	77	68	71	W	2.0	W	1.5	W	3.0	...	...	...
31	44.1	42.2	42.2	1.2	3.4	1.4	-0.3	3.4	4.1	4.1	4.0	81	69	78	W	10.5	W	7.0	W	5.5	...	S	...
III. Decade	54.9	53.5	53.7	0.3	1.9	0.8	-1.8	2.2	3.8	3.8	3.8	80.1	71.7	76.7	..	5.7	..	6.1	..	6.4	...	...	...
Mese	57.0	56.0	56.3	0.5	3.0	0.8	-1.2	3.6	3.7	3.9	3.8	78.5	69.1	78.8	..	7.8	..	6.4	..	6.9	...	...	...

DICEMBRE

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	Neve in cm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$			
5	2	4	0.48	...	...	...	...	...	∨ ⌴ n e mattino; $\equiv^2$ tutto il giorno.
6	2	2	0.30	...	...	...	...	...	$\vee^o$ ⌴ n e mattino; $\equiv^2$ tutto il giorno.
8	8	8	0.25	...	...	...	...	...	∨ ⌴ $\equiv^2$ bassa, n e mattino; ≡ piovosa 11^h30^m am. - 11^h50^m am.; $\equiv^2$ II e III.
8	8	8	0.86	0.20*	...	...	0.20*	...	≡ bassa n e per tutto il giorno; piovigginosa II.
6	2	0	1.68	...	...	...	...	...	Orizzonte chiaro durante il giorno e a tarda sera; ⟶ SW e NW 3^h am. - 3^h pm.
6	6	0	1.95	...	...	...	...	...	≡ ⌴ n e mattino; orizzonte chiaro III; ⟶ W. SW. NW 9^h am. - mezzanotte.
2	5	8	1.37	...	...	...	...	...	$\equiv^o$ ⌴ n e mattino; ⟶ W. SW mezzanotte - 3^h am.
6	6	8	0.56	...	...	...	...	...	≡ $\vee^o$ ⌴ n e mattino; $\equiv^2$ I.
2	2	2	0.64	...	...	...	...	...	$\equiv^2$ ∨ ⌴ n e mattino.
8	8	8	gelato	...	...	...	...	...	≡ $\vee^o$ ⌴ n e mattino; $\equiv^o$ pom. ✳ 7^h45^m pm. - mezzanotte.
5.7	4.9	4.8	8.09	0.20	...	...	0.20	...	
8	6	2	gelato	...	2.20*	...	2.20*	8.5	✳ notte - 4^h am.; ≡ n e tutto il giorno. Belliss.^{mo} tramonto rosso; ⟶ W 11^h am. - 1^h pm.
7	6	3	»	...	0.20*	...	0.20*	...	⌴ n e mattino; $\equiv^2$ per tutto il giorno.
7	7	8	»	...	...	...	...	...	⌴ n e mattino; $\equiv^2$ tutto il giorno; ◍ 10^h25^m pm. - 10^h45^m pm.
8	8	7	»	1.50	0.90	...	2.40	inc	$✳^o$ n; $\equiv^2$ tutto il giorno.
5	6	4	»	...	...	...	...	...	∨ ⌴ n e mattino; ≡ tutto il giorno; $\equiv^2$ bassa sera.
7	4	4	»	...	...	...	...	...	∨ ⌴ n e mattino; $\equiv^2$ durante il giorno, bassa II e III.
8	2	3	»	...	...	...	...	...	∨ ⌴ $\equiv^2$ n e durante il giorno.
3	2	8	»	...	...	...	...	...	∨ ⌴ n e mattino; $\equiv^2$ tutto il giorno; $\equiv^2$ bassa e $⌴^2$ III.
4	4	10	»	...	...	...	...	...	∨ ⌴ $\equiv^2$ bassa n e per tutto il giorno.
4	4	4	»	...	...	...	...	...	∨ ⌴ $\equiv^2$ bassa n e per tutto il giorno.
6.1	4.9	5.3	»	1.50	3.30	...	4.80	8.5	
8	8	8	»	...	...	...	...	...	∨ ⌴ ≡ bassa n e per tutto il giorno.
8	8	8	4.33	0.50*	0.10*	...	0.60*	...	$\equiv^2$ n e per tutto il giorno. Piccola scossa sussultoria a 3^h47^m pm.
8	8	8	0.69	...	2.69	2.40	5.09	inc	$\equiv^2$ piovosa tutto il giorno; ◍ 1^h20^m pm. - 2^h40^m pm.; $✳^o$ 2^h40^m - 4^h15^m pm.; [indi ◍ sino 7^h40^m pm.
8	8	8	0.92	1.50	...	...	1.50	...	$\equiv^2$ tutto il giorno; ◍ n - 4^h am.
6	4	4	gelato	...	...	...	...	...	≡ n e mattino; $\equiv^2$ II e III.
5	5	6	»	...	...	...	...	...	∨ ⌴ ≡ n e fra giorno.
8	8	8	»	...	...	...	...	inc	∨ ⌴ ≡ n e matt.; $\equiv^o$ pom. e sera; ⌴ tutto il giorno; $✳^o$ 6^h pm. e 9^h pm. - [mezzanotte.
8	8	8	»	...	...	...	...	...	⌴ ≡ per tutto il giorno.
7	7	8	»	...	...	...	...	...	⌴ $\equiv^2$ n e mattino; $\equiv^o$ pom. e sera.
8	8	8	»	...	...	...	...	...	$\equiv^2$ tutto il giorno. Piccola scossa sussultoria 3^h53^m pm.
8	8	2	4.25	...	...	...	...	inc	≡ mattino; $\equiv^2$ pom. e sera; $✳^o$ n, 8^h20^m am. e 1^h20^m pm.
7.5	7.3	6.9	10.19	2.00	2.79	2.40	7.19	inc	
6.5	5.7	5.7	18.28	3.70	6.09	2.40	12.19	8.5	

PIOGGIA

1892	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
1	mm. 0.50	. . . .	mm. 16.00	. . . .	mm. 0.10	. . . .	. . . .	mm. 2.20	. . . .	mm. 0.20	mm. 12.70	. . . .
2	0.55	mm. 0.90	4.70	. . . .	0.30	. . . .	. . . .	0.15	. . . .	. . . .	1.30	. . . .
3	. . . .	2.20	0.20	. . . .	inc	. . . .	. . . .	inc	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
4	. . . .	. . . .	0.50	. . . .	7.70	. . . .	. . . .	. . . .	inc	. . . .	. . . .	mm. 0.20
5	1.25	. . . .	0.40	. . . .	2.90	. . . .	mm. 14.35	inc	mm. 1.20	. . . .	0.30	. . . .
6	4.50	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	mm. 6.70	. . . .	inc	0.70	4.20	0.20	. . . .
7	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	51.00	inc	. . . .	. . . .	inc	. . . .	1.80	. . . .
8	. . . .	. . . .	. . . .	inc	0.50	1.50	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
9	11.79	0.61	3.19	mm. 0.20	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	11.30	. . . .	inc	. . . .
10	1.10	. . . .	3.90	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	0.70	. . . .	. . . .	. . . .
Decade I . .	**19.69**	**3.71**	**28.89**	**0.20**	**62.50**	**8.20**	**14.35**	**2.35**	**13.90**	**4.40**	**16.32**	**0.20**
11	0.85	. . . .	. . . .	. . . .	inc	. . . .	2.60	45.89	. . . .	. . . .	. . . .	2.20
12	. . . .	. . . .	. . . .	0.10	3.70	. . . .	. . . .	5.55	. . . .	. . . .	. . . .	0.20
13	2.30	. . . .	4.25	3.00	1.70	. . . .	2.70	. . . .	. . . .	1.45	. . . .	. . . .
14	17.00	1.30	10.00	1.20	. . . .	. . . .	0.20	. . . .	. . . .	2.28	0.30	2.40
15	7.60	. . . .	1.20	. . . .	. . . .	7.90	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	0.20	. . . .
16	. . . .	. . . .	. . . .	6.70	. . . .	1.60	inc	. . . .	. . . .	inc	. . . .	. . . .
17	. . . .	0.40	. . . .	6.95	13.20	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	0.50	0.55	. . . .
18	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	36.70	1.50	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	0.40	. . . .
19	14.36	25.30	. . . .	4.35	. . . .	. . . .	0.60	. . . .	. . . .	2.40	4.90	. . . .
20	6.50	11.15	. . . .	0.70	. . . .	1.40	5.90	. . . .	. . . .	. . . .	9.20	. . . .
Decade II . .	**48.61**	**38.15**	**15.45**	**23.00**	**55.30**	**12.40**	**12.00**	**51.44**	. . . .	**6.63**	**15.55**	**4.80**
21	3.30	0.80	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	44.35	0.15	. . . .	32.50	. . . .	. . . .
22	. . . .	0.20	. . . .	. . . .	. . . .	1.25	0.50	6.40	. . . .	. . . .	0.20	0.60
23	2.40	5.92	. . . .	. . . .	9.00	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	1.60	. . . .	5.09
24	4.20	3.60	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	inc	. . . .	1.50
25	2.48	1.09	. . . .	inc	. . . .	1.10	. . . .	0.10	inc	. . . .	. . . .	. . . .
26	1.70	38.45	6.20	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	2.00	. . . .	. . . .
27	. . . .	0.20	3.55	0.20	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	inc	. . . .	. . . .
28	. . . .	2.30	2.50	17.50	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
29	. . . .	. . . .	15.20	0.60	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
30	. . . .	. . . .	18.20	7.10	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	8.90	. . . .	. . . .	. . . .
31	. . . .	. . . .	0.40	. . . .	10.60	. . . .	0.79	. . . .	. . . .	0.10	. . . .	. . . .
Decade III .	**14.08**	**52.56**	**46.05**	**25.40**	**19.60**	**2.35**	**45.64**	**6.65**	**8.90**	**36.20**	**0.20**	**7.19**
Mese	**82.38**	**94.42**	**90.39**	**48.60**	**137.40**	**22.95**	**71.99**	**60.44**	**22.80**	**47.23**	**32.07**	**12.19**
Diff. colla norm.	+ 40.82	+ 46.71	+ 37.98	— 14.63	+ 64.78	— 36.01	+ 28.22	+ 12.56	— 47.29	— 37.77	— 47.11	— 46.28

Pioggia caduta nell' anno mm. 722.86.

NEVE

Gennaio . cm. 31.5 in giorni 3 Marzo . . cm. 47.8 in giorni 6
Febbraio » 4.0 » 1 Dicembre » 8.5 » 5

Totale cm. 91.8 in giorni 15.

TEMPERATURA

1892	I.ª DECADE				II.ª DECADE				III.ª DECADE				MESE			
	Temperatura centigrada				Temperatura centigrada				Temperatura centigrada				Temperatura centigrada			
	Media	Assoluta Min.	Assoluta Mass.	Data del Min. e del Massimo	Media	Assoluta Min.	Assoluta Mass.	Data del Min. e del Massimo	Media	Assoluta Min.	Assoluta Mass.	Data del Min. e del Massimo	Media	Assoluta Min.	Assoluta Mass.	Data del Min. e del Massimo
Gennaio .	—0.13	— 7.6	7.2	7–10	1.35	— 4.1	5.0	20 - 14/15	0.95	— 6.5	9.1	21–31	0.73	— 7.6	9.1	7–31
Febbraio .	4.10	— 1.1	13.5	1 6	3.35	— 2.6	15.2	11–13	6.43	2.0	11.5	21–29	4.63	— 2.6	15.2	11–13
Marzo . . .	2.20	— 2.3	10.5	4 2	4.70	— 0.5	13.6	14 18	10.50	3.3	17.9	22 25	5.80	— 2.3	17.9	4–25
Aprile . . .	14.50	5.9	22.5	10–4	12.60	4.0	20.9	19 15	13.80	6.0	23.5	21 24	13.63	4.0	23.5	19–24
Maggio . .	13.35	7.0	22.9	7–10	18.05	11.6	25.0	17/18 16	21.70	14.0	30.1	21–28	17.70	7.0	30.1	7–28
Giugno . .	22.10	13.1	28.7	8 3/5	22.75	15.6	30.2	20–12	24.90	16.3	32.9	21 30	23.25	13.1	32.9	8–30
Luglio . .	24.90	15.8	32.6	3–10	23.62	15.3	32.3	20 11	22.23	13.6	31.0	21–30	23.58	13.6	32.6	21–10
Agosto . .	23.63	16.9	31.0	4–9	25.15	16.6	33.3	13–18	23.33	16.3	30.6	26 31	24.04	16.3	33.3	26–18
Settembre	19.48	10.1	30.6	9–4	21.18	13.1	29.0	11 17	22.25	17.0	28.0	21 - 22/28	20.97	10.1	30.6	9–4
Ottobre . .	18.43	10.6	25.5	10 1	14.48	6 5	22.0	20–15	9.98	4.0	15.7	21/23 - 26	14.30	4.0	25.5	21/23 - 1
Novembre	11.23	8.1	16.4	6 3	8.74	3.2	13.4	20–16	2.85	— 2.9	7.4	28 23/30	7.61	— 2.9	16.4	28 3
Dicembre .	2.68	— 5.6	7.3	10 7	—0.25	— 5.8	5.5	12 16	0.38	— 5.8	5.2	26–22	0.94	— 5.8	7.3	12/26 - 7
Anno . . .	. . .	. . .	. . .	. . . .	. . .	. . .	. . .	. . . .	. . .	. . .	. . .	. . . .	13.10	— 7.6	33.3	7 Genn. 18 Agos.

	Temperatura media.	Temperatura normale media.	Differenza colla normale.
Inverno	2.10	2.69	— 0.59
Primavera . . .	12.38	13.34	— 0.96
Estate	23.62	23.77	— 0.15
Autunno	14.29	13.87	+ 0.42
Anno.	13.10	13.42	— 0.32

OSSERVAZIONI METEOROLOGICHE

fatte nell' anno 1893

ALL' OSSERVATORIO DELLA R. UNIVERSITÀ DI MODENA

dall' assistente VITO VELLANI

e calcolate

dall' assistente Ing. ANGELO MANZINI

I dati della pressione atmosferica sono espressi in millimetri, ridotti a 0° e diminuiti di 700 mm.

I dati della temperatura che non sono preceduti da alcun segno, si intendono preceduti dal segno +.

Là dove sta segnata la direzione delle nubi, è convenuto che non si osservarono se non che le nubi situate negli alti strati dell' atmosfera ed in prossimità dello Zenit.

Lo stato del cielo è stato stimato secondo la scala da 0 (sereno) a 10 (coperto) adottata generalmente.

I dati dell' evaporimetro sono espressi in millimetri.

Quanto alla forma delle nubi si tennero le seguenti notazioni:

m = cumuli r = cirri s = strati n = nembo

mr = cirro-cumuli ms = cumuli-strati rs = cirro-strati.

Le meteore sono indicate coi simboli internazionali proposti dal Congresso di Vienna ed ora comunemente adottati:

1. ◍ pioggia.
2. ✳ neve.
3. △ nevischio.
4. ▲ grandine.
5. ≡ nebbia.
6. ▽ brina.
7. ∾ gelicidio.
8. ⊔ gelo.
9. ⩡ rugiada.
10. ← aghi di ghiaccio.
11. ∞ caligine.
12. ⌜ temporale.
13. < lampi senza tuoni.
14. ⥼ vento fortissimo.
15. ✢ uragano di neve.
16. ⦶ alone solare.
17. ⩊ alone lunare.
18. ⊕ corona solare.
19. ⩌ corona lunare.
20. ⌒ arco baleno.
21. ⏏ aurora polare.

Gli esponenti ^{0} e ^{2} indicano rispettivamente che la meteora è di poca intensità oppure fortissima; la lettera **n** e i numeri I, II, III significano che la meteora, alla quale si accenna, apparve di notte, oppure verso le ore di osservazione 9^h am., 3^h pm., 9^h pm.

I numeri segnati con asterisco nelle colonne delle precipitazioni, indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina disciolta.

Il valore medio della temperatura si è ottenuto prendendo la media dei valori estremi e dei valori osservati alle 9^h am. e alle 9^h pm.

Le ore sono sempre espresse in tempo medio di Roma.

Riguardo alle stagioni, come è in uso in questo Osservatorio, si ritenne che l'inverno sia costituito dal dicembre, gennaio e febbraio; la primavera dai tre mesi di marzo, aprile e maggio; l'estate dai tre mesi di giugno, luglio ed agosto e l'autunno dai tre mesi di settembre, ottobre e novembre.

Le osservazioni vennero quasi totalmente fatte dal sig. Vito Vellani e le riduzioni ed i calcoli sono stati eseguiti dall'Ing. A. Manzini.

Prof. Ciro Chistoni.

COORDINATE GEOGRAFICHE

DELL' OSSERVATORIO METEOROLOGICO

DELLA

R. UNIVERSITÀ DI MODENA

Latitudine boreale . . . . = 44° 38′ 52″,8
Longitudine E da Greenwich . . . . = 0^h 43^m $41,^s8$
Altezza sul livello medio del mare = metri 63,2

GENNAIO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	41.6	41.6	42.9	-2.2	-1.3	-2.0	-3.3	-0.7	2.9	3.4	3.5	75	82	88	NE	5.5	NE	4.5	NE	4.5	W	. . .	. .
2	43.3	42.3	42.8	-2.4	-1.8	-2.2	-3.8	-0.8	3.7	3.7	3.6	96	92	92	E	1.5	E	1.5	E	4.5	. . .	. . .	. .
3	47.1	47.8	49.4	-2.4	0.0	-1.8	-4.5	0.3	3.7	3.3	3.5	96	71	88	NW	13.0	W	11.5	W	14.5	. . .	. . .	. .
4	53.5	52.4	54.4	-2.2	1.4	-1.8	-4.7	1.5	3.1	3.7	2.9	79	73	72	W	13.0	W	6.5	SW	16.0	NE	. . .	. .
5	56.2	56.9	58.2	-2.4	1.4	-0.8	-6.3	1.8	2.6	3.5	3.2	71	69	73	W	16.5	W	5.5	W	14.0	ENE	NE	. .
6	59.4	58.4	58.0	-1.4	1.2	-2.3	-3.9	2.0	3.2	3.4	2.8	76	69	73	W	9.5	W	4.0	SW	11.0	. . .	. . .	. .
7	58.6	57.6	57.4	-5.8	-0.6	-6.0	-7.3	-0.3	2.3	3.2	2.4	79	73	84	W	5.5	W	5.0	W	15.5	E	. . .	. .
8	57.4	55.7	55.8	-6.2	-2.6	-6.0	-8.8	-1.7	2.6	2.8	2.6	89	74	90	SW	4.5	SW	1.5	SW	10.0	. . .	. . .	. .
9	55.5	53.8	53.5	-8.6	-3.2	-4.0	-12.3	-2.0	2.1	3.0	2.9	88	82	86	W	8.0	W	7.5	W	11.5	. . .	. . .	. .
10	50.7	48.0	47.5	-5.4	0.2	-2.6	-8.8	0.5	2.7	3.3	3.1	90	71	83	NW	10.0	NW	0.5	NW	8.0	. . .	W	. .
I. Decade.	52.3	51.5	52.0	-3.7	-0.5	-2.9	-6.4	0.1	2.9	3.3	3.1	83.9	75.6	82.9	. .	8.7	. .	4.8	. .	11.0	. . .	. . .	. .
11	46.5	47.2	48.8	-0.4	-0.5	-1.6	-3.9	0.9	4.3	4.0	3.8	96	90	92	NW	4.0	NE	6.5	NE	15.0	. . .	. . .	. .
12	51.2	51.4	54.4	-3.2	-2.6	-6.8	-7.9	-0.5	2.5	2.2	2.0	69	58	73	NE	6.5	NE	15.5	NE	6.5	E	. . .	. .
13	56.2	55.4	55.7	-8.4	-6.2	-9.6	-13.7	-5.5	1.8	1.8	1.6	76	64	75	W	3.5	W	3.5	W	5.0	. . .	. . .	. .
14	53.4	50.8	49.9	-9.0	-4.8	-8.2	-12.8	-4.1	1.7	2.1	1.9	75	66	76	SW	9.0	SW	2.0	SW	6.0	. . .	. . .	. .
15	48.4	46.9	47.1	-6.4	-4.0	-4.8	-10.8	-3.5	2.1	2.9	2.9	74	86	90	SE	2.0	SE	1.5	W	9.5	. . .	. . .	. .
16	46.8	46.7	46.8	-2.8	-2.4	-3.2	-6.3	-2.0	3.6	3.7	3.3	96	96	91	NE	?	NE	?	NE	9.0	. . .	. . .	. .
17	45.2	44.1	47.5	-4.2	-2.2	-5.4	-5.8	-1.4	2.9	3.3	2.7	86	83	90	NE	5.5	W	5.5	W	8.5	. . .	. . .	. .
18	51.3	53.8	57.0	-7.9	-3.8	-4.8	-10.8	-3.1	2.1	2.8	2.5	85	81	80	W	11.0	W	8.5	W	14.0	E	. . .	. .
19	59.8	59.1	60.8	-5.2	0.1	-2.0	-9.3	0.5	2.6	3.2	3.0	85	69	75	W	22.5	W	7.5	SW	7.5	. . .	SE	. .
20	61.8	60.5	59.7	-5.8	-1.8	-6.0	-8.9	-0.9	2.3	2.6	2.3	79	64	79	NW	13.5	W	2.0	W	16.0	. . .	. . .	. .
II. Decade.	52.1	51.6	52.8	-5.3	-2.8	-5.2	-9.0	-2.0	2.6	2.9	2.6	82.1	75.7	82.1	. .	8.6	. .	5.8	. .	9.7	. . .	. . .	. .
21	55.9	55.3	53.2	-5.8	5.0	-0.8	-10.1	5.0	2.2	2.8	2.5	75	42	58	SW	4.5	NE	19.0	SW	23.0	N	. . .	. .
22	55.2	55.7	57.0	-1.2	1.2	-3.8	-5.7	1.5	2.6	2.6	2.1	61	52	60	SW	19.0	W	23.5	W	26.5	. . .	. . .	. .
23	54.3	51.4	51.6	-3.6	0.2	-4.8	-6.0	0.9	1.8	2.3	2.1	51	50	66	SW	7.5	SW	1.5	SW	11.5	. . .	. . .	. .
24	59.7	61.3	61.0	-6.2	-3.0	-4.4	-10.5	-1.6	2.0	2.4	2.2	69	66	67	SW	5.0	W	14.5	SW	8.0	E	. . .	. .
25	58.9	57.4	59.5	-3.8	0.2	-4.2	-6.9	1.2	2.4	3.0	2.4	68	63	72	SW	5.5	SW	4.5	E	6.5	. . .	. . .	. .
26	61.0	60.0	60.3	-4.2	-0.2	-3.0	-8.0	0.3	2.9	3.5	2.9	86	78	78	E	2.0	E	0.0	E	1.5	. . .	. . .	WNW
27	60.5	59.6	60.1	-1.0	2.0	-0.6	-5.3	2.9	3.8	3.8	3.9	88	71	89	E	8.5	E	3.5	E	7.0	. . .	W	W
28	60.5	60.6	61.8	-0.2	2.2	0.8	-1.8	2.4	4.0	4.4	4.3	89	82	88	E	3.5	E	2.0	E	10.5	W	. . .	. .
29	62.9	63.4	64.0	1.0	2.8	1.2	-0.8	3.4	4.6	4.6	4.4	92	83	89	E	7.0	E	3.0	E	4.5	. . .	. . .	. .
30	65.1	64.6	65.5	1.6	3.9	1.2	-0.3	4.1	4.8	4.8	4.4	93	78	89	E	6.5	E	6.0	E	2.5	. . .	W	. .
31	68.1	67.1	66.7	-4.6	-1.6	-4.0	-6.3	-1.6	3.1	3.8	3.2	95	92	95	E	1.0	E	1.5	E	2.0	. . .	. . .	. .
III. Decade.	60.2	59.7	60.1	-2.6	1.2	-2.0	-5.6	1.7	3.1	3.5	3.1	78.8	68.8	77.4	. .	6.4	. .	7.2	. .	9.4	. . .	. . .	. .
Mese	55.0	54.4	55.1	-3.8	-0.7	-3.4	-7.0	0.0	2.9	3.2	2.9	81.5	73.2	80.7	. .	7.8	. .	6.0	. .	10.0	. . .	. . .	. .

Stato del cielo 9a	3p	9p	Evapor. in 24 ore 9a - 9a	Acqua caduta millimetri 9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p	Totale della pioggia mm.	Neve in cm.	ANNOTAZIONI
7	8	8	gelato	...	...	...	...	1.0	⊔ ∨ n e mattino; ≡ n e per tutto il giorno; ✳ mezzodì - 7^h50^m pm.
8	8	8	»	...	...	...	...	inc	⊔ n e matt.; ≡ piovigginosa n e durante il giorno; ✳ 2^h45^m - 8^h40^m pm.
8	8	8	»	...	...	...	...	29.8	≡ fra giorno; ✳ 12^h30^m am. - 12^h45^m pm.; △ 6^h pm.
6	2	8	»	...	...	...	...	...	≡ ⊔ per tutto il giorno.
6	6	8	»	...	...	...	...	...	⊔ n e matt.; ≡ nel pom.
2	2	2	»	...	...	...	...	...	≡ ⊔ per tutto il giorno.
7	2	2	»	...	...	...	...	...	$\equiv^2$ ∨ ⊔ n e durante il giorno.
2	2	2	»	...	...	...	...	...	∨ ⊔ mattino; ≡ durante il giorno; $\equiv^2$ sera e III.
5	3	2	»	...	...	...	...	...	∨ matt.; $\equiv^2$ ⊔ per tutto il giorno.
6	7	4	»	...	...	...	...	...	≡ ∨ ⊔ matt.; $\equiv^2$ pom. e sera. Tramonto rosso.
5.7	4.8	5.2	»	...	...	...	...	30.8	
8	8	10	»	...	...	...	...	14.5	$\equiv^2$ ⊔ tutto il giorno; ✳° n; ✳ 7^h50^m am. - 9^h30^m pm.
7	5	2	»	...	...	...	...	...	⊔ n e durante il giorno.
2	5	3	»	...	...	...	...	...	≡ ⊔ matt.; $\equiv^2$ III. Bellissimo tramonto rosso.
3	4	8	»	...	...	...	...	...	⊔ tutto il giorno; ≡ pom. e sera. Esteso tramonto rosso.
8	8	8	»	...	...	...	...	3.0	⊔ $\equiv^2$ tutto il giorno; △ 10^h40^m - 10^h50^m am.; ✳ 1^h45^m - 9^h pm.
8	8	10	»	...	...	...	...	56.5	⊔ $\equiv^2$ n e tutto il giorno; ✳ n - 11^h55^m pm. e ⟶ E. NE.
8	8	8	»	...	...	...	...	1.5	⊔ ≡ tutto il giorno; ✳ 7^h50^m - 10^h35^m am.
6	8	8	»	...	...	...	...	...	⊔ ≡ tutto il giorno.
2	5	7	»	...	...	...	...	...	⊔ ≡ tutto il giorno; ⟶ W 4^h - 10^h am.
2	2	2	»	...	...	...	...	...	⊔ ≡ tutto il giorno; $\equiv^2$ sera e III; ⟶ W. SW pom.
5.4	6.1	6.6	»	...	...	...	...	75.5	
6	2	2	»	...	...	...	...	...	⊔ ≡ n e matt.; ⟶ W. SW pm. Tramonto rosso. ⊔ III.
5	2	0	»	...	...	...	...	...	⊔ durante il giorno e ⟶ W. SW. Orizzonte limpido III.
8	8	2	»	...	...	...	...	...	Orizzonte chiaro mattino; $\equiv^2$ I da NE a WSW; $\equiv^0$ II e III; ⊔ tutto il giorno.
6	5	6	»	...	...	...	...	...	≡ durante il giorno e ⊔. Tramonto rosso.
5	5	2	»	...	...	...	...	...	≡ ⊔ durante il giorno. Tramonto rosso.
6	3	7	»	...	...	...	...	...	$\equiv^2$ ⊔ durante il giorno.
8	6	8	»	...	...	...	...	...	$\equiv^2$ ⊔ durante il giorno.
8	8	8	»	...	...	...	...	inc	⊔ n e matt.; $\equiv^2$ n e durante il giorno. △ 1^h30^m pm.
8	8	8	»	...	...	...	...	0.5	✳° n; ✳ 7^h30^m - 8^h35^m am. ≡ bassa matt. e sera; $\equiv^2$ II.
8	6	6	»	...	...	...	...	...	≡ bassa matt. e fra giorno; $\equiv^2$ III.
4	4	4	»	...	...	...	...	...	$\equiv^2$ bassa ∨ ⊔ n e per tutto il giorno.
6.6	5.2	4.8	»	...	...	...	...	0.5	
5.9	5.4	5.5	»	...	...	...	...	106.8	

FEBBRAIO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	63.5	59.9	58.1	-6.6	-1.2	-2.8	-8.9	-0.5	2.6	3.7	3.6	94	88	96	E	3.5	E	3.0	E	8.0	...	W	..
2	58.9	58.0	56.2	0.4	8.2	5.0	-4.4	8.9	4.2	3.4	3.3	89	42	51	W	13.5	W	11.5	SW	12.0	W	...	..
3	54.2	54.2	57.4	2.6	8.6	3.2	-0.3	9.3	3.8	3.4	3.4	68	40	60	NW	9.5	W	11.5	NE	11.5	...	...	..
4	60.8	61.7	65.0	1.0	4.0	0.4	-2.6	5.3	3.2	3.9	2.4	65	64	50	W	9.0	E	14.5	NE	21.0	...	...	..
5	69.8	70.4	70.2	-2.4	-0.2	-4.0	-6.4	0.5	2.5	2.0	1.8	67	45	55	W	11.0	W	9.5	SW	6.5	...	...	..
6	68.8	67.5	68.1	-3.6	0.1	-2.6	-8.7	0.8	1.9	2.3	2.3	56	51	62	SW	8.5	SW	3.0	SW	14.0	E	...	..
7	67.6	65.3	64.2	-2.6	2.8	-1.4	-5.8	3.0	2.2	2.9	3.5	58	52	84	SW	11.5	W	7.5	SW	4.0	...	...	..
8	61.4	58.0	55.2	-1.2	3.8	0.6	-3.3	5.1	2.6	3.1	3.3	61	51	68	SW	0.5	SW	5.5	SW	7.5	...	...	..
9	52.6	54.0	55.1	0.8	4.0	1.0	-1.8	4.8	4.1	3.9	4.0	85	64	81	NE	6.0	NW	8.0	NW	4.5	...	NW	..
10	53.9	47.3	49.3	-0.4	5.0	2.0	-3.3	5.8	3.3	2.8	3.8	74	42	71	SW	4.0	NE	13.0	SW	7.0	...	W	..
I. Decade.	61.2	59.6	59.9	-1.2	3.5	0.1	-4.6	4.3	3.0	3.1	3.1	71.7	53.9	67.8	..	7.7	..	8.7	..	9.6	...	...	..
11	53.4	54.4	55.6	5.4	8.2	5.0	-1.0	8.8	3.7	4.0	3.7	55	49	57	NW	14.0	NW	1.0	SE	7.5	...	NNW	..
12	54.3	50.4	50.1	0.8	2.3	1.6	-1.6	3.6	4.7	5.3	5.2	96	98	100	NE	5.5	SE	5.0	W	14.5	...	...	..
13	57.2	56.9	57.6	6.0	8.2	3.6	0.2	8.9	2.3	1.8	3.0	34	22	51	W	15.0	W	5.5	W	6.5	...	...	..
14	60.2	60.1	61.0	0.0	5.4	2.2	-4.3	6.0	3.7	4.9	4.4	81	72	82	SE	1.5	SE	2.5	SE	7.0	...	W	..
15	63.8	63.5	63.7	2.2	6.2	3.8	-1.0	6.8	4.2	4.4	4.6	79	62	76	SW	2.0	SW	2.5	SW	4.5	...	W	..
16	63.9	62.6	63.1	4.0	7.2	3.8	0.3	7.9	4.3	4.2	4.4	70	55	73	SW	6.0	SW	6.0	SW	12.0	...	...	..
17	63.1	61.5	61.7	4.0	9.0	6.4	1.0	9.3	4.5	4.8	5.7	74	56	79	SW	4.5	SW	9.0	SW	14.5	...	W	..
18	63.4	62.3	62.4	5.0	8.0	5.0	2.7	8.9	5.5	5.4	5.1	84	67	78	SW	8.0	SW	4.5	SW	7.0	...	W	..
19	61.6	59.3	57.9	0.2	4.6	3.8	-1.8	5.3	4.3	5.7	5.2	93	90	87	SW	2.0	SW	2.0	SW	9.5	...	...	..
20	54.6	52.5	51.4	5.0	8.2	5.4	1.1	9.9	5.1	5.9	6.1	78	72	91	SW	5.0	SE	11.0	E	9.0	W	W	..
II. Decade.	59.6	58.4	58.5	3.3	6.7	4.1	-0.4	7.5	4.2	4.6	4.7	74.4	64.3	77.4	..	6.4	..	4.9	..	9.2	...	...	..
21	49.1	44.1	37.6	4.6	4.0	3.8	2.2	4.9	6.0	5.9	5.8	93	97	97	E	3.0	E	5.5	E	9.5	...	...	..
22	35.4	35.2	36.8	5.0	8.2	5.4	2.2	8.9	5.7	6.4	5.7	87	78	84	W	19.5	W	9.5	W	5.0	WNW	W	..
23	39.8	41.1	43.9	5.8	9.8	4.8	2.3	10.8	5.9	5.6	5.8	85	62	90	W	1.5	W	7.0	SE	11.5	...	W	..
24	46.5	45.7	45.0	3.0	7.2	6.0	-0.2	7.4	4.7	6.9	6.6	83	91	94	SW	4.0	NE	12.5	E	10.0	...	...	..
25	42.0	41.5	44.0	4.6	4.6	4.6	2.6	5.6	6.0	5.8	6.0	93	90	93	NE	7.5	W	19.0	W	10.0	...	...	..
26	50.4	51.7	52.7	4.0	9.0	5.8	1.7	9.4	5.3	7.2	6.5	87	84	94	SW	4.5	NE	17.0	NE	14.0	W	W	..
27	53.7	55.2	56.5	5.6	8.2	8.2	3.2	9.0	6.8	7.7	7.5	100	94	92	NW	14.5	NW	9.5	NW	4.5	...	...	..
28	53.0	50.8	53.4	6.8	9.6	8.0	5.2	10.3	7.4	8.2	7.8	100	92	97	E	8.0	NE	8.5	NW	20.0	...	...	..
29	..	..	..	...	...	...	...	...	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	...	...	..
30	..	..	..	...	...	...	...	...	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	...	...	..
31	..	..	..	...	...	...	...	...	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	...	...	..
III. Decade.	46.2	45.7	46.2	4.9	7.6	5.8	2.4	8.3	6.0	6.7	6.5	91.0	86.0	92.6	..	7.8	..	11.1	..	10.6	...	...	..
Mese	56.3	55.2	55.5	2.1	5.8	3.2	-1.1	6.6	4.3	4.7	4.7	78.2	66.8	78.2	..	7.3	..	8.0	..	9.7	...	...	..

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	Neve in cm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$			
4	6	8	gelato	...	...	...	...	...	≡² ∨ ⌣ n e per tutto il giorno. Da 10h35m - 10h50m pm. ⊛ formante il *verglas* e ▲.
6	5	6	13.77	...	...	...	...	...	≡ ∨° ⌣ matt. Orizzonte limpido 3h pm.; ≡° III.
3	2	7	1.74	...	...	...	...	...	≡ I e III; ⌣ mattino.
2	2	8	gelato	...	18.20*	1.00*	19.20*	...	≡ ⌣ matt.; ≡° pom.; ⥅ E. NE 6h pom. - mezzanotte.
2	2	2	»	...	...	...	...	...	≡ matt.; ⌣ tutto il giorno.
5	5	2	»	...	...	...	...	...	≡ matt.; ⌣ tutto il giorno. Tramonto rosso.
2	5	5	»	...	...	...	...	...	≡ ⌣ matt. e III.
3	7	8	»	...	...	...	...	...	≡² ⌣ mattino.
8	7	2	»	...	...	...	...	inc	△ n; ≡² ⌣ matt. ≡ III.
7	6	2	7.49	...	...	2.00*	2.00*	...	≡² ⌣ matt.; ≡° II e III.; ⊛ 5h50m - 6h10m pm.
4.2	4.7	5.0	23.00	...	18.20	3.00	21.20	inc	
2	6	3	1.35	...	...	1.50*	1.50*	...	⌣ matt.; ≡ a sera; ⥅ W. SW. NW 2h am. - 9h am.
4	4	4	0.79	...	...	...	...	...	≡² bassa n e per tutto il giorno.
2	8	7	1.89	...	...	1.10*	1.10*	...	⌣ matt. orizzonte limpido fra giorno; ≡ III; ⥅ W. SW mezzanotte - 7h am.
8	7	2	0.65	...	...	...	...	...	≡² ∨ ⌣ n e matt.; ≡° II e III.
8	7	7	0.89	...	inc	...	inc	...	≡² ⌣ n e matt.; ⊛° 12h30m pm.; ≡° pom. e III.
2	2	2	1.06	...	...	...	...	...	≡ matt.; ≡° pom.
6	6	8	1.04	...	...	...	...	...	≡² ∨° ⌣ n e matt.; ≡° II e III.
7	6	2	0.67	...	...	...	...	...	≡² n e matt.; ≡° pom.
4	4	3	0.42	...	...	...	...	...	≡² ∨ ⌣ n e matt.; ≡ bassa II; ≡° III.
6	7	8	1.36	...	...	...	...	...	≡² n e matt.; ≡° pom. e sera. ⊛° 9h15m pm.; ⊛ 11h pm. - mezzanotte.
4.9	5.7	4.6	10.12	...	...	2.60	2.60	...	
8	8	8	0.78	1.31*	...	...	1.31*	...	⊛ mezzanotte - 2h am.; ≡² n e per tutto il giorno.
6	7	6	0.66	0.40	...	...	0.40	...	⊛ n ⥅ SW. W. NW; ≡° III; Ш 8h15m pm.
5	7	2	0.95	...	...	...	...	...	≡² n e matt.; ≡° III; ⚡ a S 10h pm. [e 4h10m - 5h pm.
8	8	8	0.25	inc	0.20	0.05	0.25	...	≡ ∨ ⌣ n e matt.; ≡² I e II; ⊛° 8h35m - 8h50m am., 10h - 11h am., 1h-2h pm., 3h pm.
8	8	8	0.36	12.30	5.40	0.50	18.20	...	≡² n e matt. e ⊛ sino mezzodì; ≡ piovosa 2h20m - 2h30m pm.; ≡² II; ≡° III;
7	7	8	0.45	...	...	...	...	...	≡² n e durante il giorno. [⊛ 5h20m - 5h55m pm.
8	8	8	0.20	0.10*	...	...	0.10*	...	≡² bassa, piovosa n e matt.; ⊛° 12h - 12h15m pm. e 2h - 2h30m pm.; ≡° II e III.
8	8	8	0.30	...	0.20*	...	0.20*	...	≡² bassa, piovosa n e durante il giorno; ⥅ W. NW 8h pm. - mezzanotte.
...	...	...	...	...	...	...	...	...	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	
7.3	7.6	7.0	3.95	14.11	5.80	0.55	20.46	...	
5.3	5.9	5.4	37.07	14.11	24.00	6.15	44.26	inc	

MARZO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	58.7	59.6	59.8	7.0	11.0	8.2	6.2	11.4	7.3	8.8	7.2	97	90	89	W	11.5	W	16.0	SW	18.0	. . .	. . .	. .
2	58.0	56.9	57.4	8.8	15.0	9.4	5.2	15.4	7.1	6.6	7.9	83	52	89	SW	4.0	W	7.5	E	9.0	. . .	. . .	. .
3	59.1	55.7	55.4	7.0	14.6	10.6	2.7	14.9	6.2	6.6	6.9	82	54	72	E	3.0	E	10.5	W	15.0	N	. . .	. .
4	60.7	60.2	61.6	7.2	9.8	5.6	4.7	10.3	4.8	2.4	3.6	63	27	53	E	21.0	E	29.0	SE	11.5	. . .	. . .	. .
5	60.2	57.6	56.7	6.8	11.8	7.6	0.9	12.1	4.0	4.0	5.0	54	38	64	SW	2.5	NW	4.0	NW	5.5	W	. . .	. .
6	56.1	51.9	53.9	7.2	15.0	9.8	2.4	15.9	5.2	4.7	6.0	69	37	67	SW	9.0	W	8.5	NE	10.0	N	. . .	. .
7	59.3	59.8	60.2	9.0	15.0	9.8	3.7	15.7	5.2	2.4	3.9	61	19	43	SE	3.5	NE	3.0	NE	11.5	. . .	. . .	. .
8	58.7	55.4	54.4	9.2	15.8	13.2	5.0	17.3	4.9	3.8	5.1	56	28	45	NE	6.0	W	14.5	NW	13.0	. . .	W	. .
9	56.4	57.0	58.4	12.2	15.8	9.8	7.1	15.9	3.9	2.4	2.6	37	18	29	W	11.0	SE	23.5	SE	17.0	. . .	. . .	. .
10	58.7	55.7	55.8	6.2	14.2	10.2	2.2	15.1	5.2	4.3	4.9	73	36	53	NE	6.5	NW	4.5	SW	15.0	. . .	W	. .
I. Decade.	58.6	57.0	57.4	8.1	13.8	9.4	4.0	14.4	5.4	4.6	5.3	67.5	39.9	60.4	. .	7.8	. .	12.1	. .	12.6	. . .	. . .	. .
11	59.3	58.3	60.1	7.2	15.6	10.4	0.5	16.3	6.1	3.7	3.9	80	28	42	SE	1.5	SW	7.0	SW	12.0	. . .	. . .	. .
12	64.4	63.0	63.1	4.2	13.8	8.8	0.4	14.4	5.8	6.1	6.2	93	52	73	SW	1.0	SW	2.0	NE	12.0	. . .	. . .	. .
13	63.2	61.0	61.0	7.2	15.0	11.4	0.7	15.4	6.1	5.7	5.7	80	45	57	NE	4.0	NE	3.0	NE	4.5	. . .	. . .	. .
14	60.5	59.1	59.9	9.6	14.4	11.2	7.2	14.4	7.5	7.5	8.2	84	61	83	NE	4.5	NE	2.5	NE	7.5	W	. . .	. .
15	61.0	58.9	58.7	11.0	16.0	12.2	8.2	16.4	8.1	7.8	9.3	82	58	88	NE	0.5	NE	5.5	NE	3.5	W	W	. .
16	57.2	54.8	55.1	11.0	13.8	11.8	8.1	13.9	9.1	9.9	9.8	92	84	95	W	2.0	W	1.5	W	3.5	. . .	. . .	. .
17	53.6	50.4	48.0	12.8	16.6	12.3	8.6	16.9	9.0	8.2	7.3	81	58	68	W	1.0	W	3.0	W	16.5	W	SW	. .
18	51.4	51.2	52.2	11.4	10.8	6.1	4.7	12.9	2.7	2.5	2.3	27	25	33	NW	21.5	E	35.0	N	14.0	. . .	NW	. .
19	58.8	58.1	60.6	6.4	10.2	5.4	0.6	11.4	2.9	2.0	1.4	40	22	21	NW	11.0	W	12.0	NE	25.0	. . .	W	. .
20	62.4	59.8	60.8	5.8	12.1	7.8	0.5	12.4	2.1	1.9	3.0	30	18	38	SW	7.5	NW	8.5	SW	4.0	. . .	. . .	. .
II. Decade.	59.2	57.5	57.9	8.7	13.8	9.7	3.9	14.4	5.9	5.5	5.7	68.9	45.1	59.8	. .	5.5	. .	8.0	. .	10.3	. . .	. . .	. .
21	63.4	61.7	61.2	8.2	14.6	10.2	1.3	15.3	4.2	3.8	4.3	52	31	46	SW	5.0	SW	6.0	SW	7.5	E	. . .	. .
22	62.0	60.9	62.6	6.2	13.2	7.5	0.5	13.4	6.5	6.3	5.7	91	56	73	SW	7.0	NE	27.0	NE	17.5	. . .	SE	. .
23	64.0	61.8	61.5	8.2	14.2	10.2	3.7	14.4	6.1	5.4	5.8	75	45	62	NE	3.0	S	4.0	SW	12.0	WSW	. . .	. .
24	61.0	59.4	59.8	11.4	16.4	12.8	5.2	17.3	6.0	5.0	5.3	59	36	49	SW	6.0	SW	3.5	SW	10.0	. . .	E	. .
25	60.3	57.6	58.4	12.0	17.6	12.8	4.6	17.9	6.1	3.6	4.9	58	24	44	SW	3.5	SW	3.0	NE	27.5	. . .	. . .	. .
26	59.4	57.7	58.8	10.8	13.2	6.8	5.4	13.9	6.1	4.2	4.2	63	38	57	E	22.0	NE	27.5	E	23.5	E	. . .	EN
27	61.1	60.4	62.3	7.8	10.8	4.8	2.0	11.4	3.4	3.0	3.6	43	32	56	E	16.0	E	17.0	SE	19.5	ENE	. . .	. .
28	64.7	62.9	62.9	7.0	10.8	6.8	-0.3	11.1	3.3	2.0	2.0	44	21	27	NE	3.5	NE	9.5	E	11.5	. . .	. . .	. .
29	61.7	59.1	58.7	10.2	14.2	9.0	1.3	14.5	2.8	1.9	2.9	30	16	34	SW	2.5	SW	4.5	SE	6.0	. . .	W	W
30	57.2	54.9	55.3	9.2	15.0	9.2	5.1	15.4	3.8	3.4	4.7	44	26	53	SW	1.0	E	13.5	NE	16.0	W	W	. .
31	55.9	54.3	54.9	9.2	14.6	10.2	5.2	15.3	7.3	5.0	6.2	84	40	67	NE	6.5	NE	9.5	E	13.0	. . .	E	. .
III. Decade.	61.0	59.2	59.7	9.1	14.1	9.1	3.1	14.5	5.1	4.0	4.5	58.5	33.2	51.6	. .	6.9	. .	11.4	. .	14.9	. . .	. . .	. .
Mese	59.6	57.9	58.4	8.6	13.9	9.4	3.7	14.5	5.5	4.7	5.2	64.7	39.2	57.1	. .	6.7	. .	10.5	. .	12.7	. . .	. . .	. .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$		
8	8	4	0.63	0.30*	0.20*	. . .	0.50*	≡ bassa, piovosa n matt. Orizzonte bello III; ⇀ W. NW n.
5	5	2	1.46	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ matt. e III. Orizzonte chiaro II.
6	5	2	2.16	. . .	. . .	. . .	. . .	$≡^2$ n e matt.; $≡^0$ III. Tramonto rosso.
3	2	0	3.73	. . .	. . .	. . .	. . .	Orizzonte bello II e III; ⇀ E. SE 9^h am. - 6^h pm.
6	5	2	1.89	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ V^0 n e matt.; ≡ III.
6	5	6	2.30	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
2	2	5	3.06	. . .	. . .	. . .	. . .	$≡^2$ V mattino. Orizzonte chiaro pom.
7	6	2	3.41	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ 8^h am. Orizzonte caliginoso II; ⇀ W. SW 10^h pm. - mezzanotte.
5	7	2	6.15	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino. Orizzonte chiaro II; ⇀ SE. E 10^h am. - 8^h pm.
5	6	2	2.07	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ V^0 mattino.
5.3	5.1	2.7	26.86	0.30	0.20	. . .	0.50	
5	3	2	2.50	. . .	. . .	. . .	. . .	$≡^2$ bassa n e matt. Caligine all' orizzonte II.
8	5	2	1.30	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ bassa n e matt.
5	6	5	1.89	. . .	. . .	. . .	. . .	$≡^2$ bassa n e matt. Caligine all' orizzonte II.
8	8	8	1.28	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e mattino.
8	7	7	1.61	inc	. . .	2.70	2.70	$≡^2$ mattino; $◉^0$ 6^h - 7^h am.; ◉ 6^h30^m - 8^h40^m pm.
8	8	8	0.61	0.20*	inc	0.50	0.70*	$≡^2$ bassa, piovosa n e matt.; $◉^0$ pom.; $≡^2$ III.
6	6	2	3.18	0.10*	. . .	. . .	0.10*	≡ mattino.
5	7	6	4.70	. . .	. . .	. . .	. . .	Orizzonte bello, da permettere la vista delle Alpi, e contrasto ⇀ tutto il giorno.
2	5	0	3.61	. . .	. . .	. . .	. . .	Orizzonte bello pom.; ⇀ NW. NE. E. SE 8^h pm. - 11^h pm.
1	2	2	2.79	. . .	. . .	. . .	. . .	Orizzonte limpido mattino.
5.6	5.7	4.2	23.47	0.30	inc	3.20	3.50	
3	5	1	2.47	. . .	. . .	. . .	. . .	$≡^0$ n e mattino.
4	6	2	1.94	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ bassa n e 8^h am.; $≡^2$ I; ⇀ E. NE 12^h - 9^h pm.
6	5	0	1.94	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e mattino.
1	5	3	2.69	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ 8^h am.
3	5	8	4.03	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; ⇀ E. NE 8^h - 10^h pm.
8	5	7	4.17	inc	. . .	. . .	. . .	≡ 8^h am.; $◉^0$ 1^h45^m - 3^h am.; ⇀ E. SE. NE tutto il giorno.
6	5	0	3.31	. . .	. . .	. . .	. . .	$≡^0$ all' orizzonte fra giorno; ⇀ E. SE. NE 4^h - 10^h pm.
0	0	0	2.96	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ V^0 — n e matt. Orizzonte bello II e III.
0	5	10	3.42	. . .	. . .	. . .	. . .	V^0 n e mattino. Orizzonte chiaro II.
8	8	10	3.28	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; ∪ III; ⇀ E. NE 4^h - 7^h pm.
10	5	0	2.59	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e matt. Orizzonte limpido III.
4.5	4.9	3.7	32.80	inc	. . .	. . .	. . .	
5.1	5.2	3.6	83.13	0.60	0.20	3.20	4.00	

APRILE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nub[i]		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	55.2	53.6	55.4	13.2	18.2	14.0	5.1	18.5	5.8	4.5	3.7	51	29	31	SW	6.5	S	3.5	E	14.0	. . .	. . .	. .
2	59.4	59.9	61.7	11.4	17.0	11.6	7.2	17.3	5.5	4.7	4.9	55	32	49	SE	6.0	SE	20.5	NE	16.5	N	NE	. .
3	62.6	60.0	60.2	11.4	16.0	10.2	5.1	16.3	4.8	3.4	3.4	48	25	37	W	2.5	NE	10.5	E	14.5	. . .	. . .	. .
4	59.5	57.3	57.5	13.0	18.0	12.8	4.1	18.6	3.7	3.4	4.0	33	22	37	SW	5.0	SW	6.5	SW	11.0	. . .	. . .	. .
5	57.3	54.7	54.5	15.0	19.8	15.4	6.4	20.4	4.7	3.0	4.0	37	18	31	NE	2.5	NE	3.5	SE	9.0	. . .	. . .	. .
6	58.9	58.9	60.2	12.4	15.8	12.2	9.4	16.3	7.2	5.4	4.6	67	40	43	E	21.0	NE	13.0	NE	9.5	E	ENE	. .
7	62.7	61.4	62.3	13.2	17.2	12.4	5.3	17.4	5.1	3.8	4.7	45	27	44	SW	2.5	NE	15.5	E	12.0	. . .	E	. .
8	63.1	60.5	60.1	14.0	19.0	14.6	6.1	19.7	4.6	3.7	4.0	39	23	33	SW	1.5	SE	8.0	E	12.0	. . .	NE	. .
9	61.8	60.1	61.1	12.8	16.2	11.6	8.0	16.6	4.7	4.4	4.5	42	33	44	E	27.0	E	17.0	SE	14.5	N	. . .	. .
10	62.6	60.7	61.5	11.6	13.8	9.6	6.2	14.4	4.7	3.3	2.7	46	28	31	E	18.0	E	28.0	SE	8.5	NE	E	. .
I. Decade.	60.3	58.7	59.5	12.8	17.1	12.4	6.3	17.6	5.1	4.0	4.1	46.3	27.7	38.0	. .	9.3	. .	12.6	. .	12.2	. . .	. . .	. .
11	59.4	56.8	57.9	11.8	15.2	10.6	2.3	15.8	3.3	2.3	3.0	32	18	31	SW	5.0	E	12.5	E	10.5	E	. . .	. .
12	56.0	52.0	51.6	13.0	19.0	14.0	4.4	19.4	3.7	2.8	4.0	33	17	33	W	12.0	SW	4.5	NW	6.5	. . .	. . .	. .
13	50.8	49.4	50.6	14.2	19.0	13.4	6.5	19.5	4.8	3.8	3.9	40	23	34	NE	7.5	E	11.5	SE	16.5	N	. . .	. .
14	56.9	59.0	62.3	12.8	11.4	6.2	5.1	12.9	6.5	4.6	2.8	59	46	39	SE	26.5	SE	39.5	E	22.5	SE	. . .	. .
15	65.3	63.1	62.6	9.0	15.0	11.9	1.5	15.7	3.5	3.8	4.1	41	30	39	E	7.5	W	9.0	W	5.0	NE	. . .	. .
16	63.7	60.7	60.2	12.6	19.0	13.6	5.6	19.4	4.8	5.0	5.8	44	31	50	SW	2.0	SW	4.0	SE	6.0	. . .	NE	. .
17	60.4	57.1	58.1	16.0	20.0	16.0	8.4	20.8	6.8	6.6	7.3	50	38	54	SW	4.0	SW	4.5	NW	7.0	NE	NNE	. .
18	61.5	60.3	60.5	13.8	16.6	11.0	8.2	16.9	6.4	6.1	6.4	54	44	66	NE	28.0	NE	30.0	NE	18.0	. . .	. . .	. .
19	60.4	58.3	58.5	12.4	19.4	13.4	6.2	19.9	7.2	6.7	5.6	67	40	50	NE	6.0	NE	5.0	SE	11.5	N	. . .	. .
20	59.1	56.9	57.4	16.8	22.6	18.2	8.0	23.0	6.5	6.9	7.7	46	34	50	SE	10.0	W	5.0	W	7.0	. . .	. . .	. .
II. Decade.	59.4	57.4	58.0	13.2	17.7	12.8	5.6	18.3	5.4	4.9	5.1	46.6	32.1	44.6	. .	10.9	. .	12.6	. .	11.1	. . .	. . .	. .
21	58.5	55.7	55.8	17.4	23.2	16.0	9.6	23.9	8.0	8.0	7.8	54	38	58	W	7.0	E	4.0	E	23.0	. . .	. . .	. .
22	55.8	53.7	55.0	17.6	23.8	18.6	10.5	24.5	11.1	8.2	10.2	74	37	64	W	17.5	NW	13.5	NW	11.0	. . .	. . .	. .
23	56.9	54.6	55.3	14.0	20.2	14.6	11.1	20.4	10.0	8.4	7.4	84	48	60	NE	5.5	E	15.0	NE	16.5	. . .	. . .	. .
24	58.9	57.5	57.5	14.8	18.2	12.8	9.6	18.6	5.3	5.7	6.3	42	36	57	E	30.0	E	17.0	NE	16.0	NE	. . .	. .
25	57.5	56.0	56.5	16.4	22.6	16.4	7.1	22.9	7.3	7.5	7.8	52	37	56	SE	1.5	NE	6.0	NE	12.5	. . .	. . .	. .
26	58.4	56.1	56.0	16.6	23.8	17.8	9.0	24.2	9.2	7.3	8.3	66	34	54	NE	3.5	NE	2.5	NE	11.5	. . .	. . .	. .
27	55.2	53.2	51.7	14.6	19.2	16.2	10.8	19.9	10.5	9.0	9.2	85	55	67	NE	5.0	NE	2.0	NE	6.5	. . .	. . .	W
28	48.8	47.3	47.8	15.1	14.6	12.6	11.6	15.1	10.8	11.3	10.1	85	91	93	E	22.0	NE	22.0	NE	20.0	. . .	. . .	. .
29	49.6	50.3	52.7	13.4	15.6	14.0	11.1	16.0	10.4	11.0	11.1	91	83	93	NE	5.0	NE	7.0	SW	3.5	. . .	. . .	. .
30	54.5	53.4	53.5	18.8	21.8	17.0	11.4	22.0	10.1	9.4	11.2	63	49	78	SW	2.0	NE	6.0	E	10.0	WSW	E	. .
31	. .	. .	. .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. .
III. Decade.	55.4	53.8	54.2	15.9	20.3	15.6	10.2	20.8	9.3	8.6	8.9	69.6	50.8	68.0	. .	9.9	. .	9.5	. .	13.1	. . .	. . .	. .
Mese	58.4	56.6	57.2	14.0	18.4	13.6	7.4	18.9	6.6	5.8	6.0	54.2	36.9	50.2	. .	10.0	. .	11.6	. .	12.1	. . .	. . .	. .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9a	3p	9p	9a - 9a	9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p		
0	0	0	2.51	...	...	...	...	≡ n e matt. Orizzonte limpido III.
6 mr	5 mr	3 ms	3.03	...	...	...	...	Orizzonte caliginoso II, chiaro III; ⟶ SE. E. NE 11h am. - 9h pm.
0	0	0	3.00	...	...	...	...	≡° matt. Orizzonte chiaro pom.
0	0	0	2.86	...	...	...	...	≡° mattino.
0	0	6 m	3.65	...	...	...	...	≡° 7h am.
8 mr	5 mr	0	2.66	inc	...	...	inc	◉° notte; ≡° mattino; gocce a 7h am.; ⟶ E. NE. SE mezzanotte - 1h pm.
0	3 r	0	3.06	...	...	...	...	≡° all' orizzonte.
2 r	5 rs	0	3.89	...	...	...	...	≡ mattino.
[illegible] mr	2 r	8 m	3.91	...	...	...	...	≡° all' orizzonte; ⟶ E. SE. NE mezzanotte - 11h am.
8 mr	5 mr	0	3.82	...	...	...	...	≡ mattino. Orizzonte bello pom.; ⟶ E. SE. NE 9h am. - 6h pm.
2.9	2.5	1.7	32.39	...	...	...	...	
2 r	2 r	8 m	3.13	...	...	...	...	V² n; orizzonte chiaro pom.
0	0	5 m	2.83	...	...	...	...	≡° 7h am.
5 r	0	0	3.93	...	...	...	...	≡ mattino.
8 mr	0	0	3.90	...	...	...	...	≡² mattino; ⟶ E. NE. W 8h am. - mezzanotte.
6 rs	2 r	0	2.23	...	...	...	...	V² n e mattino; ≡² 7h am.
0	5 rs	2 r	2.39	...	...	...	...	≡ mattino.
3 r	8 r	5 m	2.18	...	...	...	...	≡² mattino.
0	0	0	3.05	...	...	...	...	≡² mattino; ⟶ NE. E 7h am. - 8h pm.
3 r	0	0	2.48	...	...	...	...	≡² mattino.
0	0	0	2.43	...	...	...	...	≡ mattino.
2.7	1.70	2.0	28.55	...	...	...	...	
0	0	10	2.46	...	...	...	...	≡ matt.; ⟨ a NW. N. NE III; ⊓ ◉ 9h20m - 10h50m pm.; ⟶ vari 7h pm. - mezzanotte.
0	3 r	3 rs	2.45	5.10	...	...	5.10	≡² mattino. Cielo nebbioso III; ⊕ molto distinta dopo mezzanotte.
0	3 r	10 m	2.99	...	...	...	...	≡² mattino.
3 r	0	0	3.32	...	...	...	...	⟶ E e NE n e fra giorno.
0	0	0	2.65	...	...	...	...	≡² 7h am.
0	7 r	8 r	2.28	...	...	...	...	≡² bassa n e mattino.
0	10	10 mr	1.66	...	...	...	...	≡² n e mattino; gocce a 1h pm.
0 m	10 m	10	0.91	0.50	0.80	0.30	1.60	≡ durante il giorno e ◉°; ⟶ NE 8h am. - 9h pm.
0	10 m	10 m	1.57	0.80	0.40	0.35	1.55	≡ durante il giorno e ◉ a riprese.
5 mr	5 mr	0	1.96	...	...	...	...	≡ mattino; orizzonte chiaro pom.; ⟨ N 10h45m - 11h30m pm.
...	...	...	...	...	...	...	...	
4.8	4.8	6.1	22.25	6.40	1.20	0.65	8.25	
3.5	3.0	3.3	83.19	6.40	1.20	0.65	8.25	

MAGGIO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	min.	mass.	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	9_a		3_p		9_p		9_a	3_p	9_p
1	55.9	55.5	56.7	15.6	17.4	14.0	10.2	20.3	11.2	9.8	10.6	85	67	89	NE	5.5	NE	15.0	NE	15.5	. . .	N	. .
2	60.1	58.5	59.3	16.6	20.4	17.6	11.2	20.8	9.8	9.3	9.7	70	52	65	NE	3.5	NE	12.5	SE	14.0	SE	E	. .
3	58.9	56.3	57.9	20.6	23.0	15.4	12.1	23.4	9.8	10.0	9.2	55	48	70	SW	2.5	SW	4.0	NE	24.0	. . .	W	. .
4	59.2	57.6	58.4	17.4	22.2	18.0	10.7	22.9	9.3	7.2	7.2	63	36	47	W	11.0	W	3.5	W	6.0	N	E	. .
5	57.9	55.6	59.4	18.4	17.6	9.4	8.2	21.3	10.4	9.7	7.6	66	65	86	SW	5.0	NE	41.5	SE	25.5	NE	SE	WN
6	59.4	57.4	58.6	12.8	13.8	9.6	6.6	14.3	6.8	4.3	4.2	61	37	47	NE	3.5	E	18.0	NE	14.0	ESE	SE	. .
7	54.9	53.8	55.6	13.6	13.8	9.0	3.7	15.9	4.7	5.9	6.1	40	50	71	NE	4.0	NE	12.0	NE	19.0	NW	W	. .
8	54.6	53.5	55.0	12.4	15.8	13.0	4.7	16.7	6.1	4.7	5.5	57	35	49	NE	5.0	E	4.5	E	3.5	SE	. . .	. .
9	59.4	59.3	60.4	16.4	18.0	13.4	7.7	18.6	7.0	5.5	6.9	51	36	60	E	4.0	NE	29.0	E	15.5	. . .	W	. .
10	60.9	59.4	58.8	13.6	14.1	12.2	10.1	14.9	8.2	9.2	9.3	71	77	88	NE	5.0	NE	7.0	NE	2.0	. . .	E	. .
I. Decade.	58.1	56.7	58.0	15.7	17.6	13.2	8.5	18.9	8.3	7.6	7.6	61.9	50.3	67.2	. .	4.9	. .	14.7	. .	13.9	. . .	. . .	. .
11	57.2	55.3	55.0	14.8	18.4	15.2	10.2	18.6	9.0	8.7	9.8	72	55	76	NE	2.0	E	9.0	E	6.0	W	W	. .
12	54.2	53.6	55.2	13.6	13.2	12.4	11.1	15.4	9.5	9.7	8.2	82	86	77	E	6.5	NE	9.0	NE	9.5	. . .	. . .	. .
13	57.3	57.0	57.5	15.8	20.6	16.6	10.1	21.0	8.4	6.8	8.4	63	38	60	W	19.0	W	4.0	W	9.0	. . .	E	. .
14	59.8	58.3	58.9	19.2	22.8	18.4	10.7	23.2	8.2	7.4	7.9	50	36	50	SW	4.5	SW	11.0	E	13.0	. . .	. . .	. .
15	57.3	54.5	54.1	21.8	25.2	19.8	11.4	25.8	8.8	5.4	8.7	45	22	50	SW	3.5	SE	5.0	SE	14.0	. . .	W	. .
16	53.9	52.8	53.2	22.6	23.8	20.4	13.9	25.5	8.7	7.1	9.7	42	32	54	SW	5.0	W	16.0	W	7.5	S	S	. .
17	54.0	52.1	52.9	21.6	25.4	21.0	14.4	25.9	8.1	7.0	7.7	42	29	41	SW	6.5	SW	5.5	SW	11.0	. . .	WSW	. .
18	54.5	53.4	53.6	19.2	23.6	20.0	16.2	23.9	10.4	10.1	8.5	63	47	49	SW	5.5	SW	6.0	SW	13.0	WSW	W	. .
19	54.5	53.0	53.0	22.0	24.8	19.2	14.7	25.8	11.1	6.8	7.7	56	29	46	SW	2.0	SW	22.5	SW	7.5	W	S	W
20	54.4	52.7	53.0	18.6	22.2	18.8	12.8	22.8	9.8	9.5	11.3	61	48	70	W	6.0	W	6.5	NE	9.5	N	W	. .
II. Decade.	55.7	54.3	54.6	18.9	22.0	18.2	12.6	22.8	9.2	7.9	8.8	57.6	42.2	57.3	. .	6.1	. .	9.5	. .	10.0	. . .	. . .	. .
21	54.5	52.5	53.5	19.8	23.2	18.0	13.3	23.9	10.9	8.9	11.7	64	42	76	NW	3.0	NE	11.0	W	5.5	NE	W	. .
22	52.5	50.8	51.4	18.4	22.0	17.6	13.9	23.1	12.4	10.5	11.1	79	53	74	W	10.5	NE	44.5	NE	27.5	SSE	. . .	. .
23	51.1	52.8	55.8	20.0	20.0	13.6	12.4	21.0	12.6	13.2	10.3	72	76	89	E	16.5	NE	18.0	SW	19.0	. . .	SE	. .
24	55.2	53.7	53.7	19.9	21.6	17.4	11.7	21.9	8.5	9.0	11.0	49	47	74	SW	4.5	NE	13.0	W	17.0	E	W	. .
25	54.7	54.4	54.8	18.8	21.0	18.4	14.4	21.7	11.0	10.2	11.2	68	55	71	SW	1.0	SW	8.0	SE	9.0	E	E	. .
26	56.4	54.7	54.6	19.6	22.8	19.0	14.1	23.2	11.6	10.3	11.7	69	50	72	SW	3.5	E	9.5	E	13.5	W	ENE	NE
27	53.7	52.3	52.9	17.6	18.8	16.0	13.2	19.4	10.6	9.8	10.2	70	61	75	S	7.5	NE	17.0	NE	5.0	. . .	N	. .
28	54.4	53.8	54.6	16.8	20.2	17.4	12.7	20.7	10.2	8.4	8.4	72	48	56	NE	7.5	SE	8.5	SE	8.5	ENE	E	. .
29	54.9	53.7	54.3	19.6	22.5	18.6	11.2	22.9	7.7	6.2	9.4	45	31	59	SE	7.5	E	8.5	SW	1.5	. . .	W	W
30	55.3	53.5	53.6	20.4	23.6	17.6	12.3	24.2	8.0	9.2	11.7	45	43	78	W	4.0	NE	6.0	NE	4.5	W	WSW	W
31	53.1	50.9	51.4	18.6	22.6	17.6	13.7	23.4	12.2	9.8	11.7	77	48	78	NW	3.5	E	5.5	NE	3.5	W	. . .	. .
III. Decade.	54.2	53.0	53.7	19.1	21.7	17.4	13.0	22.3	10.5	9.6	10.8	64.6	50.4	72.9	. .	6.3	. .	13.6	. .	10.4	. . .	. . .	. .
Mese	55.9	54.6	55.4	17.9	20.5	16.3	11.4	21.4	9.4	8.4	9.1	61.5	47.7	66.0	. .	5.8	. .	12.6	. .	11.4	. . .	. . .	. .

MAGGIO

Stato del cielo 9a	3p	9p	Evapor. in 24 ore 9a - 9a	Acqua caduta millimetri 9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p	Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
m	8 mr	0	1.39	. . .	. . .	inc	inc	≡² bassa n e matt.; ◍° 3^h - 3^h20^m pm.; ⌒ da ENE - ESE 3^h25^m pm.
mr	5 r	2 r	2.16	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
r	9 mr	8 mr	2.50	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ matt.; < 7^h45^m - 9^h15^m pm. da SSE - E; ↖ ◍ 9^h15^m - 10^h40^m pm. indi ◍ fino 11^h20^m pm.; [⟿ NE. NW 8^h pm. - mezzanotte.
r	6 r	0	2.48	6.15	. . .	. . .	6.15	Orizzonte limpido pom.
mr	7 mr	8 mr	2.57	. . .	. . .	3.50	3.50	↖ 6^h40^m - 8^h45^m pm. con ◍; ⟿ NE pom.; < a S III e ⟿ SE.
mr	5 mr	0	3.05	. . .	. . .	. . .	. . .	Gocce 2^h27^m pm.; ↖ a N II e 6^h30^m - 8^h pm.; ⟿ E 5^h - 8^h pm.
r	10 m	0	2.43	. . .	inc	. . .	inc	∨ n; ≡° matt.; ◍° 1^h45^m - 2^h15^m pm.; ↖ a Sud II; gocce 4^h25^m - 4^h35^m pm.; ⌒ a SE 5^h pm.; [⟿ NE. E. SE 5^h - 8^h pm.
r	4 r	0	2.21	. . .	. . .	. . .	. . .	∨° n; ≡ mattino.
	5 r	8 m	3.31	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; orizzonte bello II e ⟿ E e NE pom.; ↖ a W III.
m	10 m	10 m	0.91	4.30	. . .	1.50	5.80	◍ n; gocce 10^h a 10^h30^m am. e da 1^h - 1^h20^m pm.; ◍° 4^h40^m - 8^h pm.
.1	6.9	3.6	23.01	10.45	inc	5.00	15.45	
m	9 mr	9 m	1.60	. . .	. . .	. . .	. . .	Tramonto rosso.
m	10	10	1.08	0.90	3.70	0.29	4.89	≡ matt.; ◍° n e 10^h50^m - 11 am.; ↖ 12^h30^m - 1^h5^m pm.; ◍² 1^h pm.; ◍ 1^h10^m - 3^h5^m pm.; 6^h50^m - [7^h30^m pm. e 8^h pm. - mezzanotte; ⌒ S verso N 7^h15^m pm.
r	5 mr	0	2.12	5.20	. . .	. . .	5.20	◍ n - 3^h am. Orizzonte chiaro I; ⟿ W matt.
	0	0	3.57	. . .	. . .	. . .	. . .	≡° orizzonte.
	5 r	5 m	3.66	. . .	. . .	. . .	. . .	≡° orizzonte.
r	8 mr	5 r	3.84	. . .	. . .	. . .	. . .	≡° mattino.
rs	6 r	7 mr	3.68	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
mr	8 mr	6 mr	2.73	inc	. . .	. . .	inc	≡° matt.; ◍° 8^h30^m - 9^h5^m am.; < NE III. [< WSW III; ◍ 11^h10^m - mezz.
7 r	7 mr	8 m	4.15	0.40	. . .	. . .	0.40	≡ matt.; ◍ 4^h - 5^h am.; ↖ 11^h8^m - mezzodì SW - S a E; ⟿ W. SW pom. e ↖ a E II;
7 mr	5 r	4 m	2.49	5.50	. . .	. . .	5.50	↖ ◍ n; orizzonte chiaro durante il giorno; < NW III e ⌓.
.8	6.3	5.4	28.92	12.00	3.70	0.29	15.99	
mr	9 mn	10 n	2.33	. . .	. . .	2.20	2.20	≡ matt.; ↖ WSW - S II; ↖ ◍ 3^h20^m - 4^h12^m pm. e ◍ 7^h50^m - 9^h20^m pm.
m	4 mr	10 mn	3.21	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ bassa, piovosa matt.; ⟿ E. NE pom. [↖ ◍ 7^h50^m - 9^h25^m pm. indi ◍ fino oltre mezz.^{tte}
mn	10 mn	10	1.86	2.30	5.50	17.60	25.40	≡ matt.; ◍ n - 5^h am.; ↖ ◍ 10^h28^m - 11^h35^m am.; ◍ 4^h55^m - 5^h35^m pm.; ↖ 5^h45^m - 6^h40^m pm.;
3 r	7 mr	10 mn	2.38	5.80	. . .	2.90	8.70	Orizzonte chiaro II; ↖ ◍ 6^h35^m - 9^h40^m pm.
m	8 mr	9 m	2.29	0.70	inc	. . .	0.70	◍ n; ≡° matt.; ◍ 10^h25^m - 10^h40^m am.; gocce 12^h20^m pm. e ↖ a SSE.
9 m	7 mr	9 mr	2.86	1.60	. . .	. . .	1.60	≡ matt.; orizz.^{te} limpido pom.; ◍ 5^h - 6^h am. e ↖ a S; < a NE e NW III, ↖ da ENE - WNW, ⌓.
	8 mr	10 n	2.32	1.70	inc	inc	1.70	≡ matt.; ◍ mezz.^{tte} - 3^h am.; 12^h55^m - 1^h15^m pm. e 1^h50^m - 2^h pm.: ◍° 7^h38^m pm. e 8^h15 - 8^h20^m [pm.; ↖ attorno pom.
9 m	7 mr	0	2.69	1.65	. . .	. . .	1.65	≡ matt.; ◍ mezz.^{tte} - 5^h30^m am.; ↖ in vista nel matt. da W - SSE.
3	5 mr	6 rs	3.44	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ matt.; ↖ in vista WSW II.
5 r	7 mr	8 mrs	2.46	. . .	. . .	5.89	5.89	≡ matt.; ↖ ◍² 4^h35^m - 6^h20^m pm. S - ENE; < a NE III.
9 mr	10 m	10 m	1.98	. . .	. . .	inc	inc	≡ matt.; ↖ da S - SE dalle 4^h alle 7^h pm.; ◍° 5^h20^m - 5^h25^m pm. indi ⌒ da SSE - E.
7.8	7.5	8.4	27.82	13.75	5.50	28 59	47.84	
6.6	6.9	5.9	79.75	36.20	9.20	33.88	79.28	

GIUGNO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	min.	mass.	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	9_a		3_p		9_p		9_a	3_p	9_p
1	51.7	50.4	51.6	16.6	20.6	15.6	12.5	21.2	11.7	11.6	12.3	83	64	93	NE	4.0	NE	4.0	SE	9.0	. . .	W	. .
2	51.6	50.3	50.1	15.0	16.4	15.0	12.6	17.1	10.8	11.9	11.9	85	85	93	NE	3.0	NE	10.5	NE	3.0	. . .	. . .	. .
3	47.6	48.0	50.7	19.6	23.8	18.6	12.7	24.4	10.8	9.7	12.1	63	44	76	W	11.0	SW	5.0	E	11.0	WNW	N	. .
4	55.6	55.5	56.6	18.4	23.0	18.8	13.7	23.7	11.8	9.9	11.8	75	47	73	SW	7.0	SE	4.5	SE	12.5	. . .	W	. .
5	58.9	57.2	57.1	20.4	24.4	19.6	13.9	24.9	9.7	7.2	9.0	54	32	53	W	15.0	W	12.5	SW	16.0	NE	. . .	. .
6	56.5	55.7	57.1	19.8	21.4	16.0	12.7	22.4	10.9	8.2	9.1	64	43	67	NW	15.5	SW	12.5	NW	16.0	N	E	N
7	56.9	56.1	56.4	21.6	25.0	19.6	13.3	25.4	7.8	6.3	10.5	41	27	62	W	14.5	NE	5.5	NE	11.5	. . .	E	W
8	58.3	57.3	57.5	20.6	24.4	19.4	15.6	24.9	10.7	8.1	10.3	59	36	62	NE	1.0	SE	12.5	NE	14.5	E	W	. .
9	58.2	56.6	57.3	22.4	24.8	19.4	14.3	26.4	11.1	9.7	13.0	55	42	77	W	5.5	NE	11.5	NE	6.0	. . .	S	. .
10	57.9	56.5	57.0	22.2	22.2	19.8	14.9	25.5	11.9	11.5	13.8	60	58	80	NW	4.0	NW	11.5	SW	6.0	SE	W	. .
I. Decade.	55.3	54.4	55.1	19.7	22.6	18.2	13.6	23.6	10.7	9.4	11.4	63.9	47.8	73.6	. .	8.1	. . .	9.0	. .	10.6	. . .	. . .	. .
11	56.5	54.4	53.9	22.8	25.6	21.6	14.5	26.9	12.1	10.1	11.9	59	41	62	W	9.5	SW	5.0	S	2.0	. . .	W	. .
12	55.1	52.2	53.9	21.0	24.6	17.8	13.1	25.4	11.7	11.5	11.9	63	50	78	NE	3.5	NE	10.0	SE	9.0	W	W	. .
13	54.6	53.0	53.2	18.4	23.0	19.4	13.4	23.9	11.8	10.8	13.3	75	52	79	NE	8.5	E	10.5	NE	15.0	S	SSE	. .
14	54.6	54.0	54.1	22.4	24.2	20.2	14.0	25.4	11.1	9.9	11.3	55	44	64	E	8.5	SE	11.5	NE	8.5	W	. . .	. .
15	54.4	54.5	53.9	20.6	19.6	18.2	16.2	22.4	13.1	13.5	13.7	73	79	88	NW	8.5	NE	11.0	SE	4.0	. . .	. . .	. .
16	55.0	55.8	57.0	20.4	17.0	17.4	14.7	23.9	13.3	12.2	13.0	74	85	88	SE	6.0	NE	12.5	NE	5.0	. . .	. . .	. .
17	59.4	60.1	61.7	21.6	24.4	22.2	14.3	24.8	11.9	11.1	10.6	62	49	54	W	11.0	NE	17.0	SE	6.5	NE	E	. .
18	62.7	60.8	59.2	25.2	27.0	23.4	15.5	27.5	10.9	8.6	11.4	46	32	53	SW	6.5	SE	5.5	SE	11.0	. . .	. . .	. .
19	57.7	55.1	57.5	26.2	29.2	24.4	17.2	29.9	12.2	9.1	13.0	49	30	57	SW	3.0	SW	6.5	SE	11.0	. . .	. . .	. .
20	51.3	48.5	48.0	26.8	29.4	23.6	17.3	30.4	9.4	9.4	7.8	36	31	36	SW	3.5	SW	7.0	SW	13.5	SSW	W	. .
II. Decade.	56.1	54.8	55.2	22.5	24.4	20.8	15.0	26.1	11.8	10.6	11.8	59.2	49.3	65.9	. .	6.9	. .	9.7	. .	8.6	. . .	. . .	. .
21	47.3	45.8	48.3	24.6	27.6	21.2	16.8	28.8	10.3	9.6	12.6	44	34	67	E	8.0	NW	15.5	NW	7.0	. . .	WSW	. .
22	50.6	50.1	50.7	24.2	24.4	22.2	16.8	26.9	12.5	12.7	14.7	56	56	74	W	4.0	SE	14.5	SE	6.5	WSW	. . .	W
23	50.8	49.4	48.3	22.4	26.4	24.0	17.2	27.5	15.3	11.9	7.8	76	46	35	SE	8.0	SW	5.5	SE	20.0	W	W	. .
24	46.4	46.5	47.7	24.0	28.0	22.8	16.6	28.9	13.3	9.6	9.4	60	34	45	NE	5.5	SW	24.5	SW	18.5	W	W	. .
25	50.7	52.2	54.1	24.2	23.6	19.6	16.2	26.4	11.9	12.3	12.8	53	57	76	NW	6.0	NE	26.0	NE	11.5	W	E	E
26	56.7	55.7	56.2	21.0	24.8	21.6	16.3	25.6	10.0	10.0	11.3	54	43	59	E	7.0	NE	4.5	NE	6.5	. . .	W	. .
27	56.9	55.6	56.1	24.8	27.8	23.8	16.7	28.4	10.9	11.1	13.4	47	40	61	SW	3.5	W	5.5	E	14.0	ENE	. . .	. .
28	56.8	55.6	55.6	26.0	29.7	25.2	17.4	30.1	14.4	12.8	14.2	58	41	60	E	5.0	E	11.5	E	12.0	. . .	. . .	W
29	56.0	54.6	55.7	28.4	31.6	27.0	20.7	32.4	11.6	11.0	9.8	40	32	37	SW	6.0	SW	5.0	W	13.0	. . .	. . .	. .
30	57.4	56.0	55.6	26.8	31.2	28.2	21.0	31.8	14.9	15.1	15.5	57	45	54	W	10.0	NW	3.5	NW	4.0	. . .	WNW	W
31	. .	. .	. .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. .
III. Decade.	53.0	52.2	52.8	24.6	27.5	23.6	17.6	28.7	12.5	11.6	12.2	54.5	42.8	56.8	. .	6.3	. .	11.6	. .	11.3	. . .	. . .	. .
Mese	54.8	53.8	54.4	22.3	24.8	20.9	15.4	26.1	11.7	10.6	11.8	59.2	46.6	65.4	. .	7.1	. .	10.1	. .	10.1	. . .	. . .	. .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	9_a - 9_a	9_p - 9_a	9_a - 3_p	3_p - 9_p		
)	8 mr	8 m	1.19	2.90	1.40	22.80	27.10	≡ matt.; ● 6^h45^m am. - 12^h35^m pm.; ⚡ ●² ▲² ⤳ SE da 5^h - 6^h4^m pm. indi ● fino 8^h50^m pm.
)m	10 m	10	0.91	0.50	2.20	4.20	6.90	● 5^h - 6^h am.; ⚡ W-SSE 7^h am.; ●⁰ I; ≡ II; ● 12^h15^m pm. - 8^h20^m pm. e 11^h pm. - mezzanotte.
8 mr	8 mr	7 m	2.40	1.20	. . .	. . .	1.20	● n; ⚡ E verso N a WNW 8^h pm. - 11^h50^m pm. e gocce a 11^h35^m pm.
0 m	6 r	5 m	2.89	3.60	. . .	. . .	3.60	● mezzanotte - 2^h am.; ≡⁰ matt.; ●⁰ 7^h50^m - 8^h20^m am.; ‹ a N e NW III.
6 r	3 mr	0	3.71	. . .	. . .	. . .	. . .	≡⁰ orizzonte.
9 r	10 m	7 mr	3.45	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ matt.; gocce 10^h55^m e 11^h40^m am.; ⚡ SSE - W dalle 3^h alle 3^h55^m pm.
3 r	8 r	8 mr	3.81	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ orizzonte.
9 mr	4 r	3 m	3.90	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
4 r	8 m	7 m	2.93	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; ⚡ in vista SSE - SSW II; ‹ N 10^h pm.
5 mr	9 mn	9 m	2.76	. . .	. . .	inc	inc	≡ matt.; ⚡ in vista attorno 2^h40^m - 3^h45^m pm., ⤳ SW e gocce; ●⁰ 4^h40^m - 4^h50^m pm.
7.4	7.4	6.4	27.95	8.20	3.60	27.00	38.80	
3 r	4 mr	7 m	3.60	. . .	. . .	. . .	. . .	⚡ a SW e N pom.; ‹ a ENE III; ⤳ S. NE. SE 10^h pm. - mezzanotte.
3 r	5 mr	7 m	2.62	1.30	. . .	0.19	1.49	≡ matt.; ⚡ ● 2^h30^m - 2^h50^m am.; ⚡ vicini da 5^h25^m - 6^h30^m pm.; ⌒ ENE e S: ●⁰ 6^h -
8 mr	4 mr	0	2.38	inc	. . .	. . .	inc	●⁰ a riprese n; ≡² mattino. [6^h10^m pm.; ● 8^h30^m - 8^h50^m pm.; ‹ ENE III.
5 r	9 s	9 m	3.66	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ bassa 7^h am.; ⚡ lontano SW - W II. [il giorno.
0 m	10 m	9 m	1.31	. . .	3.20	0.50	3.70	Gocce n; ≡ matt. e II; ● 9^h15^m am. - 1^h20^m pm. e da 4^h15^m - 4^h38^m pm.; ⚡ attorno tutto
0 m	10 m	7 m	1.61	. . .	6.10	1.20	7.30	≡² bassa n e matt.; ⚡ ● N - E - W 10^h48^m am. - 2^h58^m pm., indi ● fino 4^h50^m pm. Gocce
2 r	6 m	0	3.48	0.40	. . .	. . .	0.40	● n; ≡ mattino. [a 5^h45^m pm.
0	0	0	4.17	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
0	0	0	4.90	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
3 r	5 mr	0	4.88	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
4.4	5.3	3.9	32.61	1.70	9.30	1.89	12.89	
2 mr	7 m	9 m	4.21	. . .	. . .	. . .	. . .	⚡ ENE II; da E - S alle 4^h pm.; ⌒ SSE a 4^h30^m pm.; ⤳ NW 3^h - 5^h pm.
5 mr	10 m	8 m	3.05	. . .	. . .	inc	inc	≡ matt.; ⚡ a SSW - W II e da W - N da 3^h30^m - 4^h50^m pm.; gocce 3^h10^m pm. e ●⁰ 4^h - 4^h15^m pm.
0 m	10 m	10 m	4.33	. . .	inc	. . .	inc	≡ bassa n e matt.; ●⁰ 9^h15^m - 9^h25^m am.; ‹ W 10^h45^m pm.
5 mr	7 mr	0	4.79	5.20	. . .	. . .	5.20	● n; ⚡ ●² ▲⁰ W - E 5^h55^m - 6^h45^m am. più fulmini; ≡ matt.; ‹ ENE III, NNW 10^h40^m p.
7 mr	7 mr	10 m	3.46	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ 7^h am.; ●⁰ 11^h25^m am. - 1^h20^m pm.; ⚡ SW - S II; ⤳ NE pm. [⤳ SW 10^h a. - 9^h p.
9 mr	5 mr	2 s	4.24	. . .	. . .	. . .	. . .	Orizzonte puro matt. e II.
4 r	0	0	3.95	. . .	. . .	. . .	. . .	≡⁰ mattino.
0	1 r	6 r	5.06	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
0	1 r	0	5.50	. . .	. . .	. . .	. . .	≡⁰ orizzonte durante il giorno; ‹ NE III.
2	3 r	4 rs	4.36	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; ‹ NE III.
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	
4.4	5.1	4.9	42.95	5.20	inc	inc	5.20	
5.4	5.9	5.1	103.51	15.10	12.90	28.89	56.89	

LUGLIO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nu		
	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	min.	mass.	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	9_a		3_p		9_p		9_a	3_p	9_p
1	56.7	55.1	54.7	27.4	31.8	27.2	20.7	32.4	15.6	13.3	16.8	58	38	63	SW	3.0	NE	6.0	SE	11.0	. . .	. . .	. .
2	55.9	54.8	55.1	28.6	31.8	26.6	22.4	32.4	16.5	16.6	17.6	57	47	68	NE	4.0	NE	10.5	SE	5.0	. . .	W	. .
3	57.0	55.1	55.7	26.2	30.2	24.8	19.7	30.9	14.6	13.9	15.5	58	44	66	NE	4.5	NE	4.5	SE	15.5	N	. . .	. .
4	55.4	53.3	53.9	26.6	30.6	25.4	19.6	31.4	16.1	13.3	12.8	62	41	53	NE	7.5	E	7.0	NE	26.0	. . .	. . .	. .
5	54.0	52.1	51.2	24.0	27.6	23.2	17.2	28.4	16.0	15.9	15.4	72	58	73	N	4.0	SW	5.5	SE	15.0	NW	W	. .
6	51.2	51.5	53.2	18.6	23.8	18.4	15.2	24.3	13.2	14.7	13.0	82	67	82	SW	11.0	W	6.0	NE	11.5	W	ENE	. .
7	54.7	54.4	55.1	23.8	26.2	23.8	16.4	26.7	14.1	9.4	7.9	64	37	36	NW	7.5	NE	11.0	NE	1.0	. . .	. . .	. .
8	56.5	55.2	55.1	26.2	27.8	22.7	16.2	28.3	9.7	9.7	12.5	38	35	61	SW	1.0	E	10.5	E	13.0	. . .	. . .	. .
9	55.9	54.9	55.4	26.0	30.4	26.0	18.3	31.1	11.7	10.8	15.1	47	33	60	W	8.5	NW	3.5	NW	6.5	. . .	. . .	. .
10	56.8	55.6	55.0	25.0	29.4	25.8	19.7	29.9	10.8	11.3	14.2	46	37	57	SW	8.0	SW	6.5	NE	7.0	. . .	WSW	. .
I. Decade.	55.4	54.2	54.4	25.2	29.0	28.4	18.5	29.6	13.8	12.9	14.1	58.4	43.7	61.9	. .	5.9	. .	7.1	. .	11.2	. . .	. . .	. .
11	53.8	51.7	51.4	25.8	29.6	24.4	19.7	30.4	11.5	11.5	14.7	47	37	65	W	8.0	NE	8.5	NE	5.5	. . .	. . .	. .
12	52.3	50.4	50.3	24.8	28.9	24.8	19.2	29.4	13.1	14.0	9.1	57	47	39	W	6.0	SE	6.0	SW	15.0	. . .	SW	. .
13	50.1	48.9	48.8	27.7	29.6	24.6	17.7	30.9	10.4	9.3	8.9	38	30	39	SW	15.0	SW	14.5	W	4.0	W	W	. .
14	47.8	47.7	48.1	18.2	21.6	17.9	16.7	23.9	11.6	12.3	13.0	75	64	85	SW	9.5	SW	8.5	NE	11.0	. . .	W	. .
15	50.6	50.8	53.1	21.2	21.2	18.9	15.4	24.4	12.8	12.2	13.3	68	65	82	W	4.5	SW	10.5	SW	7.5	. . .	SSW	. .
16	55.4	55.2	55.6	21.4	25.2	20.0	15.4	25.9	12.7	11.3	12.6	67	47	72	SW	7.0	SW	5.0	SE	15.5	E	E	. .
17	54.9	53.7	54.4	21.2	26.2	23.2	16.2	26.9	14.4	12.3	13.1	77	49	62	NE	3.5	NW	10.0	W	6.0	. . .	W	. .
18	52.4	50.4	51.8	24.8	28.8	24.6	16.6	29.2	13.5	11.0	12.9	58	37	56	W	2.0	W	15.5	W	4.5	NW	NNW	. .
19	55.4	54.8	55.2	22.4	26.2	22.4	17.2	26.9	16.3	14.3	16.3	81	56	81	NE	5.0	NE	6.0	SE	13.5	E	. . .	. .
20	56.1	54.7	54.7	24.6	28.6	23.4	18.1	29.0	14.9	12.5	15.3	65	43	72	NE	7.0	NE	13.5	E	11.0	. . .	W	. .
II. Decade.	52.9	51.8	52.3	23.2	26.6	22.4	17.2	27.7	13.1	13.1	12.9	63.3	47.5	65.3	. .	6.8	. .	9.8	. .	9.4	. . .	. . .	. .
21	55.8	55.0	54.6	25.2	29.8	25.4	18.9	30.4	16.3	12.7	14.8	68	41	61	NW	10.5	SE	4.5	E	13.5	SW	WSW	. .
22	55.5	54.2	55.8	27.0	29.8	20.8	19.7	30.2	16.2	14.2	15.9	61	45	87	NW	11.5	W	5.0	SE	10.5	W	SW	. .
23	56.7	56.0	57.3	25.1	27.8	24.4	19.6	29.4	15.3	13.6	13.7	65	49	60	NW	12.5	NE	11.5	NE	14.0	. . .	. . .	. .
24	58.7	57.3	57.1	25.4	27.2	23.2	19.0	27.9	15.8	13.0	13.8	66	48	65	NE	5.5	SE	11.0	SE	13.0	E	. . .	. .
25	57.2	54.9	54.6	26.0	28.4	24.2	18.1	28.9	12.7	11.9	14.1	51	41	63	E	3.0	SE	10.0	E	15.5	. . .	. . .	. .
26	53.7	51.7	52.1	26.6	30.0	25.0	18.7	30.4	15.8	13.0	13.0	61	41	55	E	6.0	NE	17.5	E	17.0	. . .	W	W
27	52.3	51.1	52.7	26.0	24.4	22.4	19.9	30.0	15.3	14.4	14.3	61	63	71	W	8.0	SW	17.5	SE	10.0	. . .	WSW	W
28	52.7	52.7	53.7	20.2	21.2	19.0	18.0	22.4	16.3	15.3	14.1	92	82	86	NE	2.0	NW	19.0	SW	11.0	. . .	. . .	. .
29	53.1	51.4	51.5	22.2	22.2	19.2	17.3	25.3	14.7	14.1	14.0	74	71	85	SW	6.0	SE	11.5	W	8.5	NE	N	. .
30	49.7	48.2	48.9	23.0	24.6	18.2	16.7	24.9	13.9	12.9	13.7	66	56	88	SW	1.0	SW	6.5	NE	10.0	W	W	. .
31	49.7	49.4	51.1	21.0	25.6	19.6	15.1	26.0	13.5	12.0	11.9	73	49	70	NE	4.5	SE	7.0	E	16.5	W	. . .	. .
III. Decade.	54.1	52.9	53.6	24.3	26.5	22.0	18.3	27.8	15.1	13.4	13.9	67.1	53.3	71.9	. .	6.4	. .	11.0	. .	12.7	. . .	. . .	. .
Mese	54.1	53.0	53.5	24.3	27.3	24.2	18.0	28.3	14.0	13.1	13.7	63.1	48.3	66.6	. .	6.4	. .	9.4	. .	11.1	. . .	. . .	. .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9a	3p	9p	9a - 9a	9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p		
	2 mr	4 r	4.85	...	...	...	...	≡ mattino.
mr	6 mr	10	4.55	...	...	0.85	0.85	≡ matt.; ꓘ ● SSW - WNW 4h20m pm. - 5h55m pm.; < NNW - N III; ⇀ NW. SW [11h pm. - mezzanotte.
rs	3 mr	2 m	4.04	1.00	...	...	1.00	●° mezzanotte - 1h am. e ⇀ SW.
	0	7 m	5.06	...	...	...	...	≡ bassa n e mattino; ⇀ E. NE 8h pm. - mezzanotte. [10h30m pm.
mr	8 mr	5 m	2.74	16.10	...	...	16.10	ꓘ ● WNW - E, 4 fulmini, <² 3h50m - 5h20m am. indi ● sino 6h5m am.; ꓘ S pm.; < N.NE
m	9 mn	10 mn	1.94	35.50	...	0.80	36.30	ꓘ ●² ▲° ⇀ NW. NE, 1 fulmine, da NNW - SE da 5h58m - 7h40m am. indi ● sino 9h15m [am.; ●° 6h40m - 6h50m e 9h15m - 10h40m pm.
	0	3 r	3.91	2.30	...	...	2.30	≡ mattino.
	0	0	4.30	...	...	...	...	≡ mattino.
	0	0	4.48	...	...	...	...	≡ mattino.
rs	8 r	5 ms	4.44	...	...	...	...	≡ mattino.
.7	3.6	4.6	40.31	54.90	...	1.65	56.55	
mr	7 rs	5 m	4.43	...	...	...	...	≡ durante il giorno; ꓘ NNW - WSW sera e n; < WSW sera a SW n.
)	5 mr	0	5.04	...	...	...	...	≡ mattino; < E e N III; ⇀ SE. W. SW 5h - 9h pm.
mr	9 m	8 m	5.28	...	...	...	...	≡ mattino; < S - ENE sera; < intorno n. [< III NW - S e n SW
)	10 mn	10 n	2.30	1.00	4.20	...	5.20	● 7h10m - 9h35m am.; ꓘ ● SW - S verso E 1h25m - 2h35m pm.; ꓘ attorno, ●° 3h - 9h pm.;
m	7 mr	10 mn	2.24	1.80	0.15	3.90	5.85	● n; ≡ matt.; ꓘ W - N e S - E 12h55m - 1h58m pm.; ●° 1h50m - 2h40m pm.; ꓘ ● SSW - E [4h25m - 7h15m pm.; ● 7h30m - 9h50m pm.
m	7 m	2	2.88	0.50	...	...	0.50	●° n; orizzonte chiaro pom.; < NNW III.
	5 mr	0	2.96	0.30	...	...	0.30	≡ mattino; ●° 5h - 6h am.
mrs	7 mr	0	4.16	...	...	...	...	≡ mattino.
mr	4 mr	0	2.98	inc	...	...	inc	●° n.
)	6 mr	9 m	3.28	...	...	inc	inc	≡ mattino; ꓘ vicino WSW - S - W e ●°.
.1	6.7	4.4	35.55	3.60	4.35	3.90	11.85	
mr	4 r	3 r	3.97	...	...	...	...	≡² mattino.
mr	5 mr	7 mn	3.55	...	...	3.70	3.70	≡ matt.; ꓘ ● SSW. W e WSW - NNE e E 5h45m - 6h40m pm. e ⇀ NE; 2 ⌒ ENE e S; [< E. NE III.
)	2 mr	0	3.68	...	...	...	...	≡° mattino.
mr	0	0	4.12	...	...	...	...	≡ all' orizzonte durante il giorno.
)	0	0	4.52	...	...	...	...	≡ n e mattino.
)	3 r	8 m	5.62	...	...	...	...	≡° n e matt.; ⇀ E. NE pom. [4h20m - 5h35m pm. e ●°; < III.
)	8 mn	9 m	3.69	...	0.90	inc	0.90	≡ bassa n; ≡° matt.; ꓘ ● ▲ WSW - NE 12h58m - 3h18m pm.; ⌒ 4h10m ENE; ꓘ S - E
n	10 mn	10 n	1.43	38.30	1.50	2.10	41.90	ꓘ ● ▲, 4 fulmini, 6h55m-8h25m am.; ●² 8h38m-8h44m am.; ●° a riprese 8h55m am.-1h pm.; [ꓘ pom.; ● 6h5m - 7h55m pm.
m	8 mn	2 r	2.27	...	6.40	0.65	7.05	ꓘ in vista N e SW, ●² 1h12m - 1h35m pm.; ●° 5h20m - 6h15m pm. indi ● sino 7h35m pm.
mr	9 mr	5 mr	2.32	...	...	9.40	9.40	ꓘ ● WNW-SE 4h10m-4h50m pm.; ꓘ WSW-E 5h10m-6h25m pm.; ●° 6h35m-7h20m pm.; 2 ⌒ [6h40m NNE - S.
m	4 mr	9 mn	2.72	...	...	...	...	ꓘ in vista a SW II, indi a W. N e NE nel pm.; < N e W III.
4.7	4.8	4.8	37.89	38.30	8.80	15.85	62.95	
4.5	5.0	4.6	113.75	96.80	13.15	21.40	131.35	

AGOSTO

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle	
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p
1	54.1	53.6	54.5	20.2	23.8	20.2	15.2	24.9	13.4	12.1	11.6	76	55	66	NE	4.5	SE	9.0	SW	10.5	W	W
2	56.6	56.3	57.2	21.8	23.8	18.6	15.1	24.8	12.7	12.4	14.7	65	57	92	NE	12.0	SW	13.5	NE	2.0	W	NE
3	59.4	58.5	58.8	22.2	25.5	22.6	15.6	26.0	14.4	12.3	12.2	72	51	60	NE	6.0	SW	4.0	SW	6.5	N	. . .
4	59.0	56.7	55.6	24.4	27.0	22.8	17.2	27.4	16.0	10.5	13.7	71	40	66	SW	3.0	SW	5.0	SW	12.5	. . .	. . .
5	53.9	52.3	52.2	25.6	28.2	24.4	19.2	28.4	14.0	12.7	15.0	57	45	66	SW	3.5	SW	6.0	SW	2.0	W	W
6	53.5	52.4	55.7	23.8	26.8	19.2	17.7	27.4	15.4	12.9	12.8	70	49	77	E	4.5	NE	6.0	E	16.0	NE	W
7	58.5	57.6	58.8	21.0	24.4	19.6	15.6	24.9	12.3	8.4	9.6	66	37	57	E	4.0	E	13.0	E	11.5	W	W
8	60.8	59.6	60.1	23.1	26.1	21.1	15.2	26.9	9.8	8.5	11.0	47	34	59	E	1.5	E	4.0	E	12.0	. . .	SE
9	59.9	57.9	57.4	23.0	27.0	22.2	16.1	27.4	11.4	9.2	11.2	55	35	57	SW	4.0	E	7.0	E	13.5	. . .	. . .
10	56.7	54.8	54.8	24.4	28.6	25.2	17.7	29.3	13.7	13.8	13.7	60	48	58	E	2.5	E	5.0	E	4.0	N	W
I. Decade.	57.2	56.0	56.5	23.0	26.1	21.6	16.5	26.7	13.3	11.3	12.6	63.9	45.1	65.8	. .	4.6	. .	7.3	. .	9.1	. . .	. . .
11	56.5	55.1	55.5	24.6	29.0	24.4	18.9	29.4	15.9	13.2	11.4	69	44	50	NE	6.0	NE	6.0	NE	14.0	. . .	W
12	56.1	55.6	56.5	26.4	27.3	23.4	19.7	28.9	15.0	10.9	12.7	59	41	59	NE	3.0	SE	16.0	SE	9.5	ENE	E
13	57.5	56.3	56.4	27.0	30.6	25.4	19.0	31.3	12.4	9.2	10.8	47	28	45	SW	5.0	SW	5.0	SW	13.0	. . .	. . .
14	57.0	56.1	56.8	27.8	31.6	26.2	19.2	31.9	10.6	8.3	12.3	38	24	49	SW	4.0	NW	6.5	NW	3.5	. . .	. . .
15	58.7	57.4	58.2	26.2	30.2	24.8	19.2	30.9	13.9	14.6	16.9	55	46	72	SW	4.5	SW	7.0	NE	15.0	. . .	. . .
16	60.4	59.2	59.5	24.5	29.6	24.0	19.0	29.9	18.8	16.1	14.2	82	52	64	NE	3.0	NE	11.0	NE	15.5	. . .	. . .
17	60.3	58.7	59.0	26.0	30.2	25.2	18.7	30.9	16.5	13.9	14.9	66	44	62	NE	2.5	NE	4.0	NE	11.5	. . .	. . .
18	59.6	58.5	58.6	27.8	31.8	26.4	21.2	31.9	16.1	12.9	15.5	58	37	61	NE	3.0	NE	5.0	E	10.5	. . .	. . .
19	59.5	57.7	58.3	27.8	32.4	26.8	20.2	32.9	16.4	11.1	13.0	59	31	50	E	3.0	SE	12.0	NE	8.5	. . .	. . .
20	58.3	56.4	56.6	28.6	32.8	27.0	21.6	33.4	14.2	10.5	13.4	49	28	51	NE	4.5	NE	5.0	NE	10.0	. . .	. . .
II. Decade.	58.4	57.1	57.5	26.7	30.6	25.4	19.7	31.1	15.0	12.1	13.5	58.2	37.5	56.3	. .	3.9	. .	7.8	. .	11.1	. . .	. . .
21	57.3	55.4	56.2	27.4	32.4	27.4	21.2	32.9	12.2	10.1	10.9	45	28	40	NW	8.5	NW	7.0	SW	12.5	. . .	. . .
22	58.0	57.0	57.6	26.8	32.0	27.6	20.6	32.4	13.5	11.5	13.7	52	33	50	SW	9.0	SW	6.0	SW	5.0	N	N
23	59.6	58.2	58.1	27.8	32.7	28.2	22.2	33.2	16.1	11.6	14.8	58	32	52	NW	8.5	NW	4.5	NW	6.0	. . .	. . .
24	58.4	56.7	55.9	29.4	34.4	28.6	22.7	34.9	16.2	13.8	16.0	53	34	55	SW	5.5	SW	8.0	SW	12.5	. . .	N
25	55.9	53.5	53.9	27.2	32.0	26.2	21.9	32.6	14.3	12.8	18.5	53	36	73	NW	9.5	NW	5.0	NE	18.5	. . .	. . .
26	57.0	54.3	53.7	19.8	25.8	21.6	17.2	26.3	14.3	13.5	11.3	83	55	59	NE	2.0	SE	8.0	E	13.0	. . .	E
27	53.5	51.1	52.4	21.6	26.0	21.6	15.6	26.6	12.2	12.1	11.9	64	48	62	NE	9.0	E	13.0	E	15.0	E	W
28	57.0	56.8	58.2	19.0	22.2	19.2	17.3	22.5	12.0	10.6	8.5	73	54	51	E	7.5	NE	21.0	NE	15.0	W	. . .
29	60.1	58.2	57.2	20.8	24.0	21.6	15.3	24.5	10.3	8.6	10.1	56	39	53	NE	5.0	SE	8.0	SE	12.5	S	. . .
30	54.7	53.3	53.0	17.6	19.4	17.2	15.7	19.9	13.2	14.2	12.8	88	85	88	SE	6.0	SE	3.0	SE	6.5	. . .	. . .
31	50.7	48.6	48.8	17.0	18.4	17.2	15.2	18.9	13.2	13.6	13.1	92	86	90	SE	4.0	SE	9.0	W	13.5	. . .	. . .
III. Decade.	56.6	54.8	55.0	23.1	27.2	23.3	18.6	27.7	13.4	12.0	12.9	65.2	48.2	61.2	. .	6.8	. .	8.4	. .	11.8	. . .	. . .
Mese	57.4	55.9	56.3	24.2	27.9	23.4	18.3	28.5	13.9	11.8	13.0	62.5	43.7	61.1	. .	5.1	. .	7.8	. .	10.7	. . .	. . .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$		
…mr	8m	0	2.67	...	...	...	...	⇱ in vista II da S - W.
…mr	9mn	0	2.07	...	...	4.80	4.80	⇱ E 11^h30^m am. - mezzodì; SW. W - N e 1° e 2° quadrante II. ⇱ ● SW. W. N - NE [2^h58^m - 4^h22^m pm. e ⟶ W.SW indi ● sino a 5^h pm.
…r	0	0	2.62	...	...	...	...	≡ solo all'orizzonte fra giorno.
…	0	8m	3.84	...	...	...	...	≡ mattino.
…r	9mn	7m	4.13	...	...	...	...	⇱ vicino W II; ‹ N. NE III.
…m	8m	8mn	3.13	...	...	5.80	5.80	⇱ NE - S 1^h - 2^h am.; ≡ matt.; ⇱ ● N - SE 6^h40^m - 7^h28^m pm.; ‹ SE III; ⟶ NE 6^h - 9^h pm.
…rs	5mr	2r	4.25	...	...	...	...	Orizzonte chiaro nel mattino.
…	7m	0	3.75	...	...	...	...	≡ solo all' orizzonte tutto il giorno.
…	0	0	4.13	...	...	...	...	≡ mattino.
…r	2r	0	3.38	...	...	...	...	≡ mattino.
….7	4.8	2.5	33.97	...	...	10.60	10.60	
…s	7r	10mn	4.24	...	...	...	...	≡ mattino; caligine all' orizzonte pom.
…mr	8mr	0	4.44	...	...	...	...	≡ mattino; ⟶ E. NE 1^h - 2^h pm.
…	0	0	4.65	...	...	...	...	≡° all' orizzonte durante il giorno.
…s	1r	0	4.98	...	...	...	...	≡° all' orizzonte durante il giorno.
…	0	0	3.29	...	...	...	...	≡ solo all' orizzonte tutto giorno.
…	0	0	3.84	...	...	...	...	≡² n e mattino.
…	2r	0	4.65	...	...	...	...	≡ n e mattino.
…	2r	0	3.76	...	...	...	...	≡ n e mattino.
…r	0	0	5.57	...	...	...	...	≡ n e mattino.
…	2r	0	5.33	...	...	...	...	≡ mattino.
….7	2.2	1.0	44.75	...	...	...	...	
	0	0	5.45	...	...	...	...	≡ mattino.
…mr	4r	1s	4.30	...	...	...	...	Caligine all' orizzonte pom.
	0	0	5.13	...	...	...	...	Caligine all' orizzonte nel pom.
	1s	9rs	5.36	...	...	...	...	≡ mattino.
	0	0	4.79	...	...	...	...	‹ E III; ⟶ NE 9^h pm. - mezzanotte.
	8mr	3r	3.20	3.20	...	...	3.20	● 5^h50^m - 6^h20^m am; 8^h58^m - 9^h25^m am.
…r	9mr	2mr	4.14	...	...	...	...	≡ solo all' orizzonte fra giorno, e ⟶ E. NE pom.
…m	10m	10m	3.07	...	...	...	...	●° 8^h55^m am.; ⟶ NE 2^h - 3^h pm.
…mr	4rs	10m	3.44	1.10	...	...	1.10	● 3^h - 4^h am.
	10	10	1.13	4.50	1.75	3.30	9.55	● a riprese 3^h am. - 6^h55^m pm. Piccolissima scossa sussultoria 5^h4^m pm.
	10	9mr	1.24	...	3.00	0.40	3.40	≡ mattino; ◎ 9^h30^m - 9^h50^m am. e 11^h10^m am. - 4^h15^m pm.
….3	5.1	4.9	41.25	8.80	4.75	3.70	17.25	
….3	4.1	2.9	119.97	8.80	4.75	14.30	27.85	

SETTEMBRE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nub[i]		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	51.2	51.0	53.3	23.0	26.0	20.0	15.1	26.4	11.7	10.2	12.6	56	41	72	SW	1.5	SW	7.5	NE	19.0	. . .	. . .	. .
2	56.9	54.2	53.8	19.2	23.0	19.8	14.1	23.8	12.8	12.0	13.3	77	57	78	NE	3.5	NE	1.5	NE	8.5	E	W	. .
3	54.1	53.6	55.6	21.0	23.8	19.4	16.1	24.9	12.6	12.0	13.0	68	55	77	W	2.5	NE	9.0	NE	15.5	. . .	W	. .
4	59.3	58.6	59.2	20.0	22.6	17.2	14.7	22.9	9.6	7.8	8.9	56	38	61	E	14.5	NE	15.0	E	13.5	. . .	. . .	. .
5	60.5	58.7	59.1	19.2	24.2	18.8	12.1	24.9	9.8	8.2	11.0	60	37	68	E	3.5	E	3.5	E	12.5	. . .	. . .	. .
6	59.3	57.5	57.9	22.0	26.0	21.8	14.7	26.4	11.7	10.8	12.7	60	43	65	SW	2.0	SW	2.5	SW	7.0	S	. . .	. .
7	57.1	56.1	56.7	24.4	27.4	22.6	18.1	27.9	13.4	12.0	13.8	59	44	68	SW	6.5	W	4.5	W	8.5	. . .	WNW	. .
8	57.2	54.1	53.2	23.6	27.2	22.8	18.0	28.1	12.9	11.2	15.0	59	41	73	W	7.0	W	3.0	SW	6.0	WSW	WNW	. .
9	50.3	48.5	48.9	23.6	25.8	21.8	16.5	26.4	17.3	14.9	11.8	80	60	61	SW	1.0	SW	4.5	SW	9.5	W	W	. .
10	53.1	53.1	54.1	17.0	20.4	18.6	15.2	21.0	12.3	12.3	12.5	86	69	79	NE	4.0	NE	6.5	SE	7.5	. . .	SE	. .
I. Decade.	55.9	54.5	55.2	21.3	24.6	20.3	15.5	25.3	12.4	11.1	12.5	66.1	48.5	70.2	. .	4.6	. .	5.8	. .	10.8	. . .	. . .	. .
11	57.8	57.3	58.8	18.2	23.6	20.2	14.7	23.4	13.7	12.6	13.7	88	58	78	SE	1.5	NE	14.5	NE	16.0	W	E	. .
12	59.5	59.2	60.6	18.2	18.8	17.8	16.1	20.8	13.1	14.6	13.9	84	90	92	NE	4.0	NE	16.0	NE	10.5	E	. . .	. .
13	62.6	61.8	62.2	17.8	18.6	18.2	16.2	20.3	13.9	14.1	14.6	92	88	94	E	16.0	NE	13.5	NE	4.5	. . .	. . .	. .
14	62.8	60.8	60.9	20.6	24.4	21.2	16.9	24.9	14.4	15.4	16.7	80	68	89	NE	8.0	NE	2.5	NE	8.5	W	. . .	. .
15	62.6	61.4	61.0	23.2	25.0	21.2	17.1	25.7	16.8	15.7	15.7	80	67	84	NE	2.5	E	12.0	E	9.5	E	W	. .
16	59.1	56.3	55.5	22.2	25.6	22.0	16.0	25.9	16.4	15.3	16.5	82	63	84	E	1.0	E	6.0	E	12.0	W	. . .	. .
17	51.9	48.9	48.9	21.6	20.6	18.6	17.3	22.4	16.4	13.8	14.4	86	76	90	NE	8.0	E	14.5	NE	8.0	. . .	W	. .
18	49.5	48.5	49.8	21.6	24.4	20.0	15.6	24.8	13.8	11.8	9.7	72	52	56	NW	6.5	NW	2.5	SW	11.0	WSW	W	W
19	52.8	52.6	52.5	20.0	24.2	20.0	14.8	24.5	12.9	11.3	12.6	74	50	72	SW	6.5	SW	6.0	SW	7.5	. . .	W	. .
20	49.2	47.1	47.8	19.8	20.8	19.4	14.2	21.1	12.4	14.8	12.1	72	81	72	NE	16.5	SE	18.0	W	16.0	WSW	SW	WS
II. Decade.	56.8	55.4	55.8	20.3	22.6	19.9	15.9	23.4	14.4	13.9	14.0	81.0	69.3	81.1	. .	7.1	. .	10.6	. .	10.4	. . .	. . .	. .
21	51.5	51.3	51.9	20.4	24.6	20.4	14.6	24.9	13.9	12.3	10.3	78	53	58	NW	3.0	SW	9.0	SW	10.5	. . .	. . .	. .
22	52.8	52.0	52.9	23.0	25.4	21.0	15.6	26.9	11.4	9.6	9.3	55	40	51	SE	5.5	SW	13.0	W	6.5	WSW	WSW	. .
23	54.2	52.9	53.3	21.6	25.2	19.9	14.4	26.9	11.6	10.3	11.8	60	43	68	E	2.5	E	2.0	E	4.5	. . .	W	. .
24	52.3	52.0	52.9	18.0	20.6	18.6	15.7	20.7	14.1	14.4	13.8	92	80	86	NE	11.0	NE	2.5	NE	6.5	SW	. . .	. .
25	55.2	54.5	54.7	19.4	22.8	20.2	16.5	22.9	14.5	14.0	16.3	87	68	92	NE	2.0	E	7.0	E	13.0	. . .	SSW	. .
26	53.1	51.1	54.5	21.4	24.8	17.2	15.7	25.9	13.3	9.4	9.7	70	40	66	NW	7.5	SW	29.5	SE	14.0	. . .	. . .	. .
27	59.1	58.6	59.0	14.2	18.6	14.8	11.7	19.4	9.6	8.6	9.0	80	54	72	NE	4.5	NE	3.5	NE	9.0	. . .	ENE	. .
28	58.8	56.7	56.9	16.8	21.2	17.2	11.2	21.4	9.7	9.1	10.8	68	48	74	NE	3.5	NE	3.5	NE	2.5	W	W	. .
29	57.1	55.8	55.4	17.2	20.6	18.0	11.7	20.9	8.6	10.7	11.2	59	59	73	NE	1.5	NE	1.5	NE	3.0	. . .	W	W
30	54.8	51.7	50.9	17.8	23.8	19.0	13.6	23.9	11.9	10.0	12.0	78	46	73	W	2.5	SE	15.5	SE	11.5	W	W	. .
31	. .	. .	. .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. .
III. Decade.	54.9	53.7	54.2	19.0	22.8	18.6	14.1	23.4	11.9	10.8	11.4	72.7	53.1	71.3	. .	4.4	. .	8.7	. .	8.1	. . .	. . .	. .
Mese	55.9	54.5	55.1	20.2	23.3	19.6	15.1	24.0	12.9	12.0	12.6	73.3	57.0	74.2	. .	5.3	. .	8.3	. .	9.7	. . .	. . .	. .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9a	3p	9p	9a - 9a	9p - 9a	9a - 3p	3p - 9p		
	0	2 m	2.97	. . .	. . .	. . .	. . .	< E. SE e NNE III e ⟶ NE 9^{h} pm. - mezzanotte.
mr	7 mr	1 r	1.96	. . .	. . .	. . .	. . .	< E III.
mr	5 mr	0	2.61	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; < ESE III.
	0	0	3.82	0.30	. . .	. . .	0.30	◍° 1^{h} - 2^{h} am. e ⟶ SE. NE 9^{h} am. - mezzodì.
	0	0	3.03	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e mattino.
rs	9 mr	0	2.87	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e mattino.
	5 m	0	3.12	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
mr	7 mr	5 m	2.58	. . .	. . .	2.50	2.50	≡ mattino; ◍ 6^{h}20^{m} - 6^{h}55^{m} pm.
m	9 mr	0	3.61	. . .	. . .	. . .	. . .	≡^{2} bassa n e mattino; ≡° I; < E III.
	5 mr	0	1.57	1.30	1.85	. . .	3.15	◍ inc n; ◍ 8^{h}45^{m} - 10^{h}10^{m} am.
.2	4.7	0.8	28.14	1.60	1.85	2.50	5.95	
mr	8 mr	9 m	3.38	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ bassa n e mattino.
m	10 m	10 m	1.78	0.30	7.10	2.19	9.59	◍ n; 8^{h} am. - mezzodì a riprese; mezzodì - 2^{h}45^{m} pm. e 4^{h}55^{m} - 7^{h}35^{m} pm.
	10	10	0.72	4.30	4.65	. . .	8.95	◍ n e matt.; ⟡ N 6^{h}5^{m} - 6^{h}55^{m} am.; ⟡ ◍ 10^{h} am. - 12^{h}10^{m} pm.; ◍° 3^{h} - 4^{h}25^{m} pm.; ≡ I e II.
m	0	0	1.10	. . .	. . .	. . .	. . .	≡° solo all' orizzonte fra giorno.
m	6 mr	0	1.68	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e mattino.
r	0	0	1.60	. . .	. . .	. . .	. . .	≡^{2} n e mattino.
	10 m	2 m	1.14	. . .	7.50	0.10	7.60	≡^{2} n e matt.; ⟡ ◍ WSW. S - NE 10^{h}25^{m} am. - 11^{h}35^{m} am.; fulmine a 10^{h}52^{m} am.; ◍° 4^{h}20^{m} - 4^{h}30^{m} pm. ▽ 7^{h} pm.
r	7 r	8 m	2.36	. . .	. . .	. . .	. . .	<^{2} E e NE III.
	5 mr	5 rs.	2.49	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
m	7 m	8 m	1.40	. . .	3.40	. . .	3.40	◍° 6^{h}50^{m} e 8^{h}15^{m} am.; ⟡ ◍ W - ENE 9^{h}28^{m} am. - 12^{h}30^{m} pm.; fulmine a 12^{h}19^{m} pm.; < W e SSW sera; ⟶ SW. NE. SE 7^{h} am. - 3^{h} pm.
.7	6.3	5.2	17.65	4.60	22.65	2.29	29.54	
	4 mr	3 mr	2.75	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; orizzonte chiaro nel pom.; < ENE III.
mr	7 mr	8 mr	3.43	. . .	. . .	. . .	. . .	Orizzonte chiaro nelle prime ore e al pom.
rs	10 mn	10 mn	2.70	. . .	. . .	inc	inc	≡ mattino; orizzonte chiaro II, solo ⟡ a WNW; ◍° 8^{h}50^{m} - 9^{h} pm.
mn	10 m	10	0.78	1.90	0.50	. . .	2.40	◍ n e 11^{h}5^{m} am. - 12^{h}25^{m} pm.
	9 r	10 m	1.24	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino e III; < E e NE verso sera.
	2 mr	0	3.05	1.10	. . .	. . .	1.10	◍ n; ≡^{2} mattino; orizzonte chiaro II; ⟶ SW. NE pom.
	5 mr	0	1.51	0.50	inc	. . .	0.50	◍ 7^{h}30^{m} - 8^{h}25^{m} am. e ◍° 9^{h}45^{m} - 10^{h}25^{m} am.
r	6 rs	4 r	1.92	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e mattino; ≡° III.
	10 m	1 ms	1.55	. . .	. . .	. . .	. . .	≡° n e mattino.
m	8 mr	8 m	2.83	. . .	. . .	0.90	0.90	≡^{2} n e mattino; ◍° 6^{h} pm.; ◍ 8^{h}10^{m} - 8^{h}25^{m} pm.
. .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	
.8	7.1	5.4	21.76	3.50	0.50	0.90	4.90	
.6	6.0	3.8	67.55	9.70	25.00	5.69	40.39	

OTTOBRE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9a	3p	9p	9a	3p	9p	min.	mass.	9a	3p	9p	9a	3p	9p	9a		3p		9p		9a	3p	9p
1	46.8	47.0	50.0	16.4	22.2	18.0	15.2	22.4	13.3	8.7	6.7	96	43	43	SE	10.0	SW	16.5	NE	12.0	. . .	WSW	. .
2	53.1	51.3	52.3	15.6	21.2	15.8	11.4	21.8	8.8	8.4	7.2	66	45	53	E	2.5	E	3.5	SW	2.5	SW	WSW	. .
3	48.9	46.7	47.2	18.8	20.8	16.4	9.3	21.3	7.4	8.1	10.1	46	44	72	SW	15.5	SW	19.5	W	6.5	W	W	. .
4	47.3	48.2	50.1	15.6	18.0	16.2	13.2	18.3	11.5	11.7	11.7	87	76	85	NE	5.0	NE	4.5	NE	0.0	. . .	W	. .
5	53.0	53.4	54.0	16.2	19.4	17.4	13.7	19.4	12.3	13.9	13.9	89	83	94	NE	4.5	SE	4.0	SE	3.5	. . .	WSW	. .
6	57.4	56.4	57.6	16.6	21.4	17.6	14.9	21.9	13.2	14.9	14.1	94	78	94	NE	3.5	NE	6.5	W	13.0	. . .	WSW	. .
7	57.8	56.3	56.7	16.6	19.2	16.4	14.0	19.7	12.9	13.7	13.1	92	83	95	W	2.0	W	2.0	W	6.0	. . .	E	. .
8	57.2	56.4	57.4	18.2	20.0	18.6	15.4	20.6	13.7	13.8	13.8	88	79	86	W	9.5	NE	10.0	NE	0.5	. . .	W	. .
9	57.5	55.5	55.4	19.4	22.2	18.4	16.2	22.3	14.2	13.4	14.5	85	67	92	NE	1.0	SE	5.5	NE	14.0	E	W	. .
10	57.4	58.2	60.7	19.4	23.0	16.6	14.2	23.5	7.5	6.2	8.2	45	29	58	NE	7.0	W	16.0	NW	7.0	. . .	. . .	. .
I. Decade.	53.6	52.9	54.1	17.3	20.7	17.1	13.8	21.1	11.5	11.3	11.3	78.8	62.7	77.2	. .	6.1	. .	8.8	. .	6.5	. . .	. . .	. .
11	62.5	60.6	60.2	16.1	20.6	16.2	11.2	20.8	9.8	9.8	10.6	72	55	77	SW	9.0	SW	3.5	SW	6.5	. . .	. . .	. .
12	59.2	57.2	57.9	16.8	20.8	16.4	11.0	21.3	9.4	8.0	10.2	66	44	73	SW	3.0	SW	3.0	SW	7.5	. . .	W	. .
13	59.5	58.1	58.8	16.8	20.9	16.0	11.7	21.4	9.9	9.4	10.7	70	51	79	SW	9.5	SW	4.5	SW	9.0	. . .	W	. .
14	60.2	58.6	57.8	17.8	21.2	16.0	12.1	21.5	10.1	9.8	11.8	67	52	87	SW	2.0	SW	1.5	SW	10.5	W	. . .	. .
15	56.4	55.5	56.7	17.0	21.0	16.6	12.2	21.1	10.9	10.3	11.5	76	56	81	SW	4.5	SW	3.0	SW	12.5	N	. . .	. .
16	58.8	57.0	57.4	18.0	22.8	17.4	13.1	23.1	11.7	11.5	13.6	76	56	92	SW	2.0	SW	1.0	SW	8.0	. . .	. . .	. .
17	58.4	57.1	57.6	16.0	20.6	16.2	11.1	20.9	11.0	12.2	12.0	81	68	87	SW	4.0	SW	5.5	SW	6.0	. . .	. . .	. .
18	55.2	52.9	53.8	18.2	22.8	16.8	14.0	23.0	11.0	10.6	12.5	71	51	88	W	2.0	W	2.5	NE	6.0	. . .	WSW	. .
19	57.6	59.3	61.3	15.8	14.4	12.6	11.7	17.8	12.2	11.1	8.3	91	91	77	NE	12.0	NE	16.0	NE	12.0	. . .	. . .	. .
20	64.0	63.2	65.5	11.2	14.6	11.4	7.7	14.9	6.3	6.1	6.7	64	49	66	NE	6.0	E	10.5	NE	7.5	. . .	. . .	. .
II. Decade.	59.2	58.0	58.7	16.4	20.0	15.6	11.6	20.6	10.2	9.9	10.8	73.4	57.3	80.7	. .	5.4	. .	5.1	. .	8.6	. . .	. . .	. .
21	65.7	63.8	63.6	11.6	15.8	10.6	5.7	15.8	7.2	6.4	6.4	71	48	68	SW	4.5	SW	6.5	SW	13.0	. . .	. . .	. .
22	63.9	62.6	62.4	11.6	17.4	12.6	7.1	17.5	6.8	6.4	7.8	66	43	72	SW	2.5	SW	1.5	SW	12.0	. . .	. . .	. .
23	60.1	58.1	59.5	13.4	18.8	14.2	8.4	19.0	7.8	7.9	8.6	69	49	72	SW	11.0	SW	1.0	SW	4.5	WNW	W	. .
24	63.2	62.8	64.3	13.4	18.8	14.0	8.8	18.9	8.8	8.4	9.5	77	52	80	SW	9.5	SW	1.0	SW	2.0	. . .	. . .	. .
25	66.0	64.4	64.1	11.6	17.6	13.0	6.7	17.8	8.4	9.7	10.4	83	65	93	SW	3.5	SW	2.5	SW	9.0	. . .	N	. .
26	62.0	59.2	57.9	11.4	13.4	12.4	9.7	13.9	9.3	10.4	10.2	93	91	95	SW	1.5	SW	3.5	SW	2.0	. . .	. . .	. .
27	53.9	52.5	53.9	11.8	14.0	13.8	10.2	14.0	9.8	10.3	9.9	95	86	84	SW	5.5	SW	7.0	W	9.0	. . .	. . .	. .
28	59.5	59.3	59.7	11.0	15.0	10.8	9.1	16.3	9.3	8.9	8.0	95	70	82	W	3.5	W	1.0	W	8.0	. . .	E	. .
29	58.6	56.7	56.6	10.4	14.6	10.4	6.2	15.4	7.5	7.6	8.2	80	62	87	W	2.0	W	2.5	W	9.5	WNW	WSW	. .
30	56.0	53.9	54.5	10.8	14.8	11.6	6.2	15.4	7.5	8.3	8.9	77	66	88	SW	3.5	SW	2.0	SW	6.5	. . .	W	. .
31	54.4	54.1	55.5	10.0	13.4	11.4	6.5	13.4	8.7	9.4	9.6	95	82	95	SW	0.5	SW	4.5	SW	8.5	. . .	. . .	. .
III. Decade.	60.3	58.9	59.3	11.6	15.8	12.3	7.7	16.1	8.3	8.5	8.9	81.9	64.9	83.3	. .	4.3	. .	3.0	. .	7.6	. . .	. . .	. .
Mese	57.8	56.7	57.4	15.0	18.7	14.9	10.9	19.2	9.9	9.9	10.3	78.2	61.7	80.5	. .	5.2	. .	5.6	. .	7.6	. . .	. . .	. .

Stato del cielo 9a	3p	9p	Evapor. in 24 ore $9_a - 9_a$	Acqua caduta millimetri $9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$	Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
0	7 mr	10	2.39	8.30	1.20	...	9.50	● 3^h - 9^h50^m am. e ⟶ SE; ⊼ 5^h10^m - 9^h45^m am.; ● 11^h - mezzodì; ●² 12^h15^m - 12^h40^m pm.
0 mr	3 mr	0	2.29	...	...	...	...	≡ matt.; orizzonte limpido II; ⟨ E e NNE verso sera, NE III. [Orizzonte chiaro II.
9 mn	4 r	9	2.02	...	0.10	...	0.10	Orizzonte chiaro I e II; ● 11^h35^m am. - 12^h25^m pm.
0	7 mr	6 mr	0.76	2.30	...	...	2.30	● n; ●° 8^h55^m - 9^h25^m am.
0	9 m	10	0.36	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡ bassa III.
0	7 r	0	0.69	0.10*	...	...	0.10*	≡² e bassa n e mattino.
0	6 mr	10	0.54	0.10*	...	...	0.10*	≡ bassa n e matino; ≡² III.
0 m	9 m	3 ms	0.79	...	...	...	...	≡ n e mattino.
0 m	7 mr	10 mn	1.36	...	...	...	...	≡² n e mattino.
0	0	0	3.28	...	...	...	...	≡² bassa n; ≡ NE - S mattino; orizzonte limpido II.
3.8	5.9	5.8	14.48	10.80	1.30	...	12.10	
1 s	0	0	1.54	...	...	...	...	≡ solo all' orizzonte n e tutto il giorno.
1 rs	8 rs	0	1.63	...	...	...	...	≡ n e mattino.
1 s	8 mr	0	1.47	...	...	...	...	≡² n e mattino solo all' orizzonte.
1 r	1 rs	0	1.45	...	...	...	...	≡ n e mattino.
8 mr	6 rs	9 m	1.35	...	...	...	...	≡ n e mattino.
0	0	0	1.30	...	...	...	...	≡ n e mattino.
0	0	10 m	1.19	...	...	...	...	≡² bassa n e mattino; ≡ III.
2 r	7 r	0	1.44	...	...	...	...	≡ n e mattino.
0	10 mn	10 m	1.24	23.90	2.70	...	26.60	● n e 6^h45^m am. - 1^h45^m pm.; ●² 7^h10^m - 10^h15^m am.; ⊼ 7^h10^m - 7^h25^m am. con fulmini [a 7^h12^m am.
0	3 mr	0	1.57	...	...	...	...	Orizzonte chiaro III.
2.4	4.3	2.9	14.18	23.90	2.70	...	26.60	
0	0	7 rs	1.43	...	...	...	...	≡ n e mattino; ⌓ III.
0	0	0	1.19	...	...	...	...	Orizzonte limpido III.
8 mr	9 m	10	1.36	...	...	...	...	≡ III; ⌣ bellissimo. Tramonto rosso.
0	0	1 s	1.16	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡² III e ⌓. Tramonto rosso.
0	4 mr	1 s	0.64	...	...	...	...	≡² e bassa n e mattino; ≡² III.
0	10	10	0.23	...	...	...	...	≡² bassa n, mattino e III; ≡ bassa pom.
0	10	10	0.40	4.65	1.20	...	5.85	≡ bassa mattino; ● 3^h - 8^h am. e 8^h20^m - 11^h55^m am.
0	8 mn	0	0.91	...	...	inc	inc	≡² bassa n e mattino; ●° 3^h pm. - 4^h pm.; ≡ III e orizzonte chiaro.
5 mr	4 mr	0	0.85	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡° III.
0	8 m	7 m	0.59	...	...	...	...	≡² n e mattino.
0	10	10	0.41	...	...	...	...	≡² bassa, piovosa n e matt.; Gocce 7^h30^m - 8^h30^m am. e 8^h - 8^h25^m pm.; ≡ pom. e III.
4.8	5.7	5.1	9.17	4.65	1.20	inc	5.85	
5.3	5.3	4.6	37.83	39.35	5.20	inc	44.55	

NOVEMBRE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nub[i]		
	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	min.	mass.	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	9_a		3_p		9_p		9_a	3_p	9_p
1	55.6	54.6	54.3	11.2	12.4	12.0	10.2	12.4	9.7	10.0	10.2	97	93	98	SW	5.0	SW	5.5	SW	8.0	. . .	. . .	. .
2	53.2	51.8	52.4	14.6	16.2	12.6	11.1	16.5	10.2	10.0	9.8	82	73	90	W	3.5	W	3.0	W	3.5	WNW	W	. .
3	54.2	54.1	56.6	10.6	16.4	12.6	7.4	16.7	9.3	9.4	10.1	97	67	93	W	0.5	W	4.0	W	3.5	. . .	WNW	. .
4	58.1	56.8	56.6	10.8	12.4	11.8	7.6	12.9	9.2	9.5	9.1	95	88	88	W	2.0	W	4.0	W	2.0	. . .	. . .	. .
5	55.8	54.5	54.4	12.4	13.6	13.0	9.7	13.9	9.0	9.5	9.9	83	82	88	W	3.5	W	4.5	W	2.5	E	. . .	. .
6	51.6	49.5	49.7	12.4	13.6	12.2	11.2	13.6	10.2	10.3	10.1	95	89	95	W	5.0	W	6.5	W	7.0	. . .	. . .	. .
7	49.9	48.7	48.8	12.2	13.6	12.2	10.0	13.8	9.8	9.5	9.6	93	82	90	W	1.0	W	2.5	SE	7.0	. . .	. . .	. .
8	46.6	46.6	49.1	9.2	7.6	5.6	4.7	12.4	8.0	7.4	6.2	92	94	91	NE	19.0	NE	7.5	NE	17.0	. . .	. . .	. .
9	54.5	55.3	56.5	4.4	5.2	6.2	3.7	6.4	6.1	6.2	6.7	97	94	94	NE	8.5	NE	3.0	NE	6.0	. . .	. . .	. .
10	55.3	53.8	53.3	5.6	5.2	5.4	4.0	5.9	5.7	6.2	6.6	85	94	98	NE	2.5	NW	9.0	NW	8.5	. . .	. . .	. .
I. Decade.	53.5	52.6	53.2	10.3	11.6	10.4	8.0	12.5	8.7	8.8	8.8	91.6	85.6	92.5	. .	5.1	. .	5.0	. .	6.5	. . .	. . .	. .
11	54.0	56.3	58.5	7.2	9.6	7.6	4.2	9.8	6.3	6.6	6.9	83	74	89	W	5.5	NE	12.0	NE	2.5	. . .	E	. .
12	61.6	62.2	64.4	7.4	10.0	7.4	5.6	10.4	6.3	6.4	6.2	81	70	80	NE	1.5	NE	5.0	NE	9.0	E	E	. .
13	66.6	64.6	64.5	5.6	8.4	6.6	2.9	8.6	4.1	5.8	5.1	61	70	71	NE	6.5	NE	6.0	NE	5.0	. . .	E	. .
14	62.7	60.0	59.8	5.2	6.8	6.2	4.1	6.9	5.2	4.8	5.2	78	65	73	NE	2.0	NE	1.5	NE	1.5	. . .	. . .	. .
15	57.2	55.3	55.3	7.0	8.8	7.6	4.9	9.0	6.4	6.5	6.3	85	77	80	NE	2.0	NE	4.5	NE	5.0	. . .	. . .	. .
16	54.9	53.6	53.7	7.6	7.4	7.4	6.2	8.4	6.9	7.3	7.5	89	94	97	NE	3.0	NE	4.0	NE	9.0	. . .	. . .	. .
17	51.1	48.4	47.3	5.4	8.0	7.6	4.1	8.3	6.5	7.1	7.4	97	89	94	W	3.5	W	3.0	W	1.0	. . .	. . .	. .
18	41.5	35.4	34.1	7.2	8.0	7.6	6.2	8.4	7.3	7.8	7.4	96	97	94	W	8.5	E	14.0	W	14.5	. . .	. . .	. .
19	32.1	32.9	35.5	7.2	9.6	5.8	4.6	9.9	6.5	6.0	5.9	85	66	85	SW	8.0	SW	7.5	W	3.0	WSW	WSW	SW
20	42.7	45.1	49.5	6.0	8.2	6.4	3.2	8.4	5.5	5.6	6.7	79	70	91	W	5.5	W	3.0	W	15.0	. . .	E	E
II. Decade.	52.4	51.4	52.3	6.6	8.5	7.0	4.6	8.8	6.1	6.4	6.5	83.4	77.2	85.4	. .	4.6	. .	6.1	. .	6.6	. . .	. . .	. .
21	54.5	56.8	60.4	7.0	10.0	6.2	3.5	10.4	5.6	5.5	6.0	74	60	85	W	7.5	W	3.5	W	4.0	. . .	. . .	. .
22	62.8	60.0	57.5	5.6	8.6	5.4	3.2	8.8	6.0	6.5	6.3	88	78	94	W	10.0	W	6.5	W	3.5	. . .	. . .	. .
23	51.5	47.2	46.6	3.6	4.6	4.4	2.2	4.9	5.7	6.2	5.7	97	97	90	W	2.5	W	12.0	SW	12.0	. . .	. . .	WN
24	49.4	52.8	55.5	4.8	6.6	6.2	3.2	6.6	6.2	6.4	5.4	97	88	76	W	12.5	W	3.5	W	4.0	. . .	E	. .
25	56.6	56.2	57.1	4.6	7.8	4.2	3.2	8.3	5.3	4.7	5.0	84	59	80	W	8.0	W	3.0	W	6.0	E	. . .	. .
26	56.6	54.4	54.4	1.6	6.4	4.6	0.1	6.9	4.6	5.1	5.5	89	70	87	W	8.5	W	6.5	W	2.0	. . .	W	WS
27	56.3	57.4	60.7	4.0	6.0	4.4	2.1	6.2	5.7	5.7	5.9	93	82	93	W	10.5	W	9.0	W	4.5	. . .	W	. .
28	67.5	67.7	68.7	4.6	7.0	4.2	3.1	7.4	6.0	6.4	6.0	93	85	97	W	6.5	W	8.0	SW	9.0	. . .	. . .	. .
29	68.6	66.4	65.9	2.2	6.6	0.6	-0.5	6.9	4.8	5.4	4.8	89	74	100	SW	1.0	SW	4.5	SW	3.0	. . .	. . .	. .
30	62.4	60.8	58.1	1.2	3.2	3.2	-1.4	3.8	4.8	5.6	5.6	96	97	97	SW	2.5	SW	6.5	W	1.5	. . .	. . .	. .
31	. .	. .	. .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. . .	. . .	. .
III. Decade.	58.6	58.0	58.5	3.9	6.7	4.3	1.9	7.0	5.5	5.8	5.6	90.0	79.0	89.9	. .	7.0	. .	6.3	. .	5.0	. . .	. . .	. .
Mese	54.9	54.0	54.6	7.0	8.9	7.2	4.8	9.4	6.8	7.0	7.0	88.3	80.6	89.3	. .	5.5	. .	5.8	. .	6.0	. . .	. . .	. .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	9_a - 9_a	9_p - 9_a	9_a - 3_p	3_p - 9_p		
)	10	10	0.30	3.40	1.30	0.20	4.90	≡ bassa e piovosa matt.; ● 3^h-7^h am.; 8^h20^m am.-12^h15^m pm.; 6^h-7^h pm. e 11^h-mezzanotte.
7 r	8 r	0	0.55	0.30	. . .	. . .	0.30	≡ mattino. Orizzonte chiaro II.
)	7 rs	0	0.55	. . .	. . .	. . .	. . .	≡^{2} bassa n e mattino.
)	10	10	0.43	. . .	. . .	. . .	. . .	≡^{2} bassa n e mattino; ≡ II.
3 m	10	10	0.89	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e mattino.
)	10	9 m	0.37	1.70	0.19	. . .	1.89	● 4^h - 7^h am. e 8^h20^m - 10^h am.; ≡ durante il giorno, piovosa 12^h45^m - 1^h15^m pm.
)	10	9 m	0.40	0.20*	. . .	. . .	0.20*	≡ piovosa n; ≡ bassa mattino.
)	10	10	0.53	1.00	12.30	29.10	42.40	● n e 9^h5^m - mezzanotte; ⟶ NE 7^h - 9^h am.
)	10	10	0.38	14.60	1.00	0.60	16.20	● mezzanotte 7^h15^m am., indi ●^{0} sino 5^h25^m pm.; ≡ tutto il giorno.
)	10	10	0.30	0.80	4.30	0.50	5.60	≡ pom. ● 8^h am.-12^h15^m pm., indi ● minuta a riprese durante il giorno; ≡ piovosa III.
9.5	9.5	7.8	4.70	22.00	19.09	30.40	71.49	
)	4 m	9 m	0.57	1.10	. . .	. . .	1.10	≡ mattino da NE - S; ●^{0} mezzanotte - 4^h am.
) m	9 mr	10	0.72	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ solo all' orizzonte tutto il giorno.
2 r	9 m	10 mn	0.84	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino.
)	10	10	0.61	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ soltanto all' orizzonte durante il giorno.
)	10	10	0.49	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ n e mattino.
)	10	10	0.21	. . .	. . .	1.30	1.30	≡ n e per tutto il giorno; ●^{0} pom.; ≡ piovosa III.
)	10	10	0.10	0.20*	. . .	. . .	0.20*	≡^{2} bassa n e mattino; ≡ pom. [⟶ NE. W 5^h - 7^h pm.
)	10	10	0.30	. . .	4.50	0.60	5.10	≡^{2} n e per tutto il giorno; ● 12^h20^m - 3^h50^m pm. indi ≡ piovosa, bassa, sino 6^h pm.;
9 m	9 mn	8 mr	0.69	. . .	inc	. . .	inc	≡^{0} n e matt.; ≡ W - S III; ●^{0} 9^h40^m - 10^h10^m am.; ● 11^h - mezzanotte.
4 mr	9 m	10 m	0.56	4.60	. . .	. . .	4.60	● mezzanotte - 3^h am.; ≡^{0} tutto il giorno.
7.5	9.0	9.7	5.09	5.90	4.50	1.90	12.30	
)	0	0	0.58	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino; ≡^{2} III.
)	4 mr	9 s	0.34	inc	0.10	. . .	0.10	≡^{0} matt.; ≡ bassa III; ●^{0} 8^h30^m - 8^h50^m am. e 10^h15^m - 10^h40^m am.; ∪ III.
)	10	10 m	0.23	0.60	9.30	3.90	13.80	≡^{2} bassa n e matt.; ≡ bassa pom.; ● 8^h55^m am. - 7^h10^m pm. e 11^h - mezzanotte.
)	10 mn	10 m	0.34	2.70	0.28	. . .	2.98	≡ bassa n e matt.; ● mezzanotte - 5^h am. e 6^h - 10^h30^m am.; ⟶ W. SW n.
3 mr	0	0	0.65	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ mattino e III. Tramonto rosso.
)	7 m	7 mr	0.28	. . .	. . .	. . .	. . .	V ≡ n e mattino; ≡ III.
)	9 m	2 r	0.32	3.30	3.90	. . .	7.20	≡ bassa n e mattino; ● mezzanotte - 3^h am. e 5^h - 10^h20^m am.; ≡^{2} III.
)	0	0	0.22	. . .	. . .	. . .	. . .	≡ piovosa n; ≡ bassa tutto il giorno.
)	0	10	0.19	. . .	. . .	. . .	. . .	V ≡^{2} n e mattino; ≡^{2} bassa sera e III.
)	10	10	0.07	. . .	1.50	12.50	14.00	≡ ⌴ n e matt.; ≡ bassa pom. e III; ●^{0} 8^h am. e mezzodì - 1^h pm.; ● 2^h15^m pm. - [mezzanotte.
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	
6.8	5.0	5.8	3.22	6.60	15.08	16.40	38.08	
7.9	7.8	7.8	13.01	34.50	38.67	48.70	121.87	

DICEMBRE

GIORNO	Press. Barom. a 0° millimetri 700 +			Temperatura Centigrada					Tensione del vapore millimetri			Umidità relativa			Direzione e velocità del vento in chilometri						Direzione delle nubi		
	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	min.	mass.	9_a	3_p	9_p	9_a	3_p	9_p	9_a		3_p		9_p		9_a	3_p	9_p
1	54.1	53.2	54.0	4.4	7.2	6.4	2.2	7.3	6.1	7.2	7.0	97	94	97	W	13.5	W	9.0	W	7.5	. . .	. . .	. .
2	55.9	56.8	59.2	7.0	9.0	8.0	5.3	9.2	7.1	7.7	7.8	94	89	97	W	10.5	W	0.0	W	4.0	. . .	. . .	. .
3	61.2	59.8	60.4	4.6	5.4	3.0	2.0	6.1	3.7	3.7	3.4	59	55	59	NE	10.5	NE	12.0	NE	10.0	E	W	. .
4	60.1	57.6	57.5	2.8	5.2	2.2	0.1	5.4	3.7	3.4	4.4	65	51	82	NE	2.5	NE	2.5	NE	2.5	. . .	. . .	. .
5	56.6	55.1	56.4	-0.4	2.4	0.8	-1.8	2.6	4.1	4.5	3.8	92	82	79	NE	8.0	NE	11.0	W	19.0	E	. . .	. .
6	58.3	57.9	59.0	0.0	5.0	3.6	-2.5	5.7	3.4	3.5	3.4	74	54	57	W	16.0	W	4.5	W	7.5	. . .	E	. .
7	57.6	55.5	55.6	2.2	5.2	1.8	-0.3	5.4	3.3	3.1	3.9	60	47	74	W	5.0	W	1.0	W	6.5	WSW	. . .	. .
8	55.8	54.1	53.8	0.2	3.2	3.0	-1.7	3.4	3.8	4.2	4.3	81	73	76	W	11.5	W	8.0	W	13.5	E	. . .	. .
9	51.1	49.3	49.8	3.2	6.2	5.6	2.1	6.8	5.2	5.8	4.8	90	82	69	W	8.5	SW	3.0	SW	3.0	. . .	. . .	. .
10	53.5	54.5	55.8	4.6	9.0	6.0	3.8	9.5	5.5	6.5	6.6	87	76	94	SW	4.5	SW	4.0	SW	4.0	E	E	. .
I. Decade.	56.4	55.4	56.2	2.9	5.8	4.0	0.9	6.1	4.6	5.0	4.9	79.9	70.3	78.4	. .	9.1	. .	5.5	. .	7.8	. . .	. . .	. .
11	56.8	55.9	56.3	4.6	7.8	5.0	2.1	8.2	5.5	5.7	6.3	87	72	97	W	5.0	W	4.0	W	5.5	. . .	WNW	. .
12	55.7	54.3	55.0	5.3	5.7	5.0	3.9	6.4	6.6	6.8	6.1	98	98	94	W	13.0	W	17.0	W	18.0	. . .	. . .	. .
13	58.6	59.2	60.1	4.6	8.8	6.2	3.0	9.0	5.7	6.2	6.2	90	73	88	SW	8.5	W	3.5	W	1.0	. . .	. . .	. .
14	60.0	59.9	61.6	4.0	6.0	6.0	1.1	6.4	5.9	7.0	6.8	97	100	97	W	1.5	W	2.0	W	7.5	. . .	. . .	. .
15	66.0	67.7	70.8	6.4	8.8	6.2	5.0	9.0	6.3	6.9	6.9	88	81	97	W	9.0	W	7.0	W	14.5	. . .	W	. .
16	71.7	70.1	70.2	5.2	9.2	2.0	1.1	9.4	5.8	6.6	5.1	87	76	96	W	6.5	NW	7.5	NW	4.0	. . .	. . .	. .
17	68.0	65.9	65.5	3.0	9.0	4.8	0.6	9.4	5.1	5.4	5.6	89	63	87	W	8.5	W	2.5	W	6.0	. . .	. . .	. .
18	64.1	62.8	62.8	4.8	8.2	4.2	1.6	8.3	4.8	5.9	5.4	74	72	87	W	8.0	W	6.5	W	10.0	. . .	. . .	. .
19	61.5	59.8	58.9	3.2	6.6	3.6	0.7	7.0	4.8	5.6	5.7	83	77	97	W	7.0	W	1.0	W	4.5	S	SSE	SSW
20	57.1	55.2	54.0	3.2	4.6	4.4	0.2	4.6	5.6	6.2	6.1	97	97	97	W	12.0	W	10.5	W	2.5	. . .	. . .	SSW
II. Decade.	62.0	61.1	61.5	4.4	7.5	4.7	1.9	7.8	5.6	6.2	6.0	89.0	80.9	93.7	. .	7.9	. .	6.2	. .	7.4	. . .	. . .	. .
21	50.4	48.9	49.6	3.6	6.0	4.6	1.9	6.4	5.5	6.8	6.2	93	97	97	SE	3.5	SE	10.5	SW	12.0	. . .	. . .	. .
22	54.4	56.9	60.0	5.2	6.4	6.8	3.5	6.8	6.2	6.8	7.2	94	94	97	W	5.5	W	22.5	W	14.5	. . .	. . .	. .
23	62.1	61.9	62.2	7.6	9.8	7.4	5.6	10.2	7.1	7.4	6.4	91	82	83	W	12.0	SW	9.5	SW	7.0	. . .	NE	. .
24	62.7	61.9	62.1	7.0	9.6	5.8	5.0	9.7	6.4	5.9	6.1	85	66	88	W	12.0	W	10.5	W	11.5	. . .	. . .	. .
25	62.1	61.2	61.4	3.8	8.2	4.0	2.0	8.3	5.2	5.7	5.9	87	70	97	W	9.0	W	9.0	W	12.5	. . .	. . .	. .
26	61.8	59.0	59.7	3.6	8.2	3.8	1.2	8.4	4.3	4.8	5.0	73	59	83	SW	6.0	NW	6.0	SW	5.5	W	W	. .
27	61.0	61.0	62.6	3.8	7.8	3.6	0.7	7.9	3.5	4.0	3.4	58	51	57	W	16.5	W	5.5	SW	17.5	. . .	. . .	. .
28	63.0	62.6	64.2	2.8	6.4	1.6	-0.6	6.8	3.1	3.3	3.6	56	46	69	SW	15.0	W	8.0	W	5.5	E	. . .	. .
29	68.5	69.0	70.0	1.2	3.6	0.4	-1.2	4.2	2.7	2.4	2.5	55	42	54	NE	10.5	E	12.5	NE	7.0	. . .	. . .	. .
30	72.2	71.7	71.7	-2.2	0.6	-1.4	-4.1	1.6	2.6	3.1	2.8	67	64	68	NW	8.5	W	14.0	W	15.0	N	. . .	. .
31	68.5	65.0	62.9	-1.4	1.4	-1.8	-4.4	1.9	2.8	2.8	2.9	68	56	72	SW	7.0	SW	6.0	SW	9.0	. . .	. . .	. .
III. Decade.	62.4	61.7	62.4	3.2	6.1	3.2	0.9	6.6	4.5	4.8	4.7	75.2	66.1	78.6	. .	9.6	. .	10.4	. .	10.6	. . .	. . .	. .
Mese	60.3	59.5	60.1	3.5	6.5	4.0	1.2	6.8	4.9	5.3	5.2	81.2	72.2	83.4	. .	8.9	. .	7.4	. .	8.7	. . .	. . .	. .

Stato del cielo			Evapor. in 24 ore	Acqua caduta millimetri			Totale della pioggia mm.	ANNOTAZIONI
9_a	3_p	9_p	$9_a - 9_a$	$9_p - 9_a$	$9_a - 3_p$	$3_p - 9_p$		
.0	10	10	0.11	16.19	...	...	16.19	● mezzanotte - 5^h am., indi ≡ bassa piovosa sino 9^h am.; ●° 9^h15^m - 9^h30^m pm.
.0	10	10	0.56	0.60	...	2.60	3.20	●° mezzanotte - 2^h am.; ≡ bassa III; ● 5^h30^m pm. - 10^h15^m pm.; → W.NE.E 10^h pm. - [mezzanotte.
9 m	9 m	7 m	1.05	0.50	...	...	0.50	≡ solo all'orizzonte tutto il giorno; → E.SE mezzanotte - 1^h am.
3 rs	1 rs	0	gelato	...	...	...	...	≡² ∨ n e mattino. Tramonto rosso.
.0 m	10 m	1 mr	1.05	...	...	...	...	∨ ⎵ ≡ n e mattino; ≡ II. Tramonto rosso; → W 6^h - 9^h pm.
1 mr	7 mr	9 m	0.62	...	...	...	...	∨ ⎵ n e mattino; ≡ pom.; ≡² verso sera.
8 mr	0	0	0.59	...	...	...	...	≡ ⎵ n e mattino; ≡ III. Tramonto rosso.
7 m	10 m	10	0.67	...	...	...	...	≡² ∨ ⎵ n e mattino; ≡ II; ≡² III.
.0	10	10	0.42	0.60	...	...	0.60	● 6^h - 7^h30^m am.; ●° 7^h40^m - 8^h20^m am.
7 mr	9 m	5 m	0.34	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡° bassa III.
7.5	7.6	6.2	5.41	17.89	...	2.60	20.49	
.0	9 m	10	0.25	...	...	...	...	≡ bassa n, mattino e III; ≡° pom.
.0	10	10	0.20	...	...	1.39	1.39	≡² bassa n e per tutto il giorno; ●° 3^h40^m - 7^h30^m pm.; → W pm.
9 s	0	0	0.34	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡ bassa III; ϖ 6^h - 7^h pm.
.0	10	10	0.06	...	...	...	...	≡² n e mattino; ≡² bassa II e III.
10	9 m	0	0.28	...	...	...	...	≡ n e mattino; ≡° III.
1 rs	0	8 rs	0.30	...	...	...	...	≡ ∨° n e mattino; ≡ bassa III; ϖ 5^h30^m pm. e III; → W 2^h-4^h am.
0	0	0	0.41	...	...	...	...	≡ ∨° n e mattino. Tramonto rosso; ≡ III.
0	0	0	0.34	...	...	...	...	≡ ∨ n e mattino. Tramonto rosso; ≡ III.
8 mr	8 r	8 mr	0.25	...	...	...	...	≡ ∨ n e mattino; ≡² III.
10	10	9 m	0.04	1.10	...	...	1.10	≡ bassa n e per tutto il giorno; ≡² III; ● 5^h - 7^h30^m am.
6.8	5.6	5.5	2.47	1.10	...	1.39	2.49	
.0	10	10	0.14	0.21*	...	...	0.21*	≡ bassa n e mattino; ≡° pom. e III.
.0	10	10	0.19	1.40	1.55	4.60	7.55	≡ matt. e III; ● a riprese da 1^h - 10^h10^m am. e 5^h pm. - mezzanotte; ∾ 5^h10^m - 5^h20^m [pm.; → W.NW pm.
.0	8 mr	8 mr	0.31	1.51	...	...	1.51	● 3^h am. - 5^h am.; ≡ III; ϖ III.
4 mrs	0	0	0.55	...	...	...	...	≡ n e mattino.
0	0	0	0.42	...	...	...	...	≡ ∨° n e mattino; ≡ III.
2 r	8 r	5 mr	0.65	...	...	...	...	≡ ∨ n e mattino. Tramonto rosso; ≡ III.
1 r	0	0	0.98	...	...	...	...	∨ mattino; → W 5^h - 9^h am.
8 mr	0	0	1.12	...	...	...	...	≡° ⎵ mattino; → W mezzanotte - 2^h am.
0	0	0	gelato	...	...	...	...	≡° ∨ ⎵ n e mattino; → NE 1^h - 4^h am.
3 mr	8 m	8 m	»	...	...	...	...	≡ ∨ ⎵ n e mattino.
0	0	0	»	...	...	...	...	≡ ∨ ⎵ n e mattino.
3.5	4.0	3.7	4.36	3.12	1.55	4.60	9.27	
6.2	5.7	5.1	12.24	22.11	1.55	8.59	32.25	

PIOGGIA

1893	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
1.......	....	....	0.50*	....	inc	27.10	....	....	....	9.50	4.90	16.19
2.......	....	....	....	....	....	6.90	0.85	4.80	....	....	0.30	3.20
3.......	....	....	....	....	....	1.20	1.00	....	....	0.10	....	0.50
4.......	....	19.20*	....	....	6.15	3.60	....	....	0.30	2.30	....	....
5.......	....	....	....	....	3.50	....	16.10	....	....	....	....	....
6.......	....	....	....	inc	....	....	36.30	5.80	....	0.10*	1.89	....
7.......	....	....	....	....	inc	....	2.30	....	....	0.10*	0.20*	....
8.......	....	....	....	....	....	....	....	....	2.50	....	42.40	....
9.......	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	16.20	0.60
10.......	....	2.00*	....	....	5.80	inc	....	....	3.15	....	5.60	....
Decade I ..	....	**21.20**	**0.50**	inc	**15.45**	**38.80**	**56.55**	**10.60**	**5.95**	**12.10**	**71.49**	**20.49**
11.......	....	1.50*	....	....	....	....	....	....	....	....	1.10	....
12.......	....	....	....	....	4.89	1.49	....	....	9.59	....	....	1.39
13.......	....	1.10*	....	....	5.20	inc	....	....	8.95	....	....	....
14.......	....	....	....	....	....	....	5.20	....	....	....	....	....
15.......	....	inc	2.70	....	....	3.70	5.85	....	....	....	....	....
16.......	....	....	0.70*	....	....	7.30	0.50	....	....	....	1.30	....
17.......	....	....	0.10*	....	....	0.40	0.30	....	7.60	....	0.20*	....
18.......	....	....	....	....	inc	....	....	....	....	....	5.10	....
19.......	....	....	....	....	0.40	....	inc	....	....	26.60	inc	....
20.......	....	....	....	....	5.50	....	inc	....	3.40	....	4.60	1.10
Decade II ..	....	**2.60**	**3.50**	....	**15.99**	**12.89**	**11.85**	....	**29.54**	**26.60**	**12.30**	**2.49**
21.......	....	1.31*	....	....	2.20	....	....	....	....	....	....	0.21*
22.......	....	0.40	....	5.10	....	inc	3.70	....	....	....	0.10	7,55
23.......	....	....	....	....	25.40	inc	....	....	inc	....	13.80	1.51
24.......	....	0.25	....	....	8.70	5.20	....	....	2.40	....	2.98	....
25.......	....	18.20	....	....	0.70	....	....	....	....	....	....	....
26.......	....	....	....	....	1.60	....	....	3.20	1.10	....	....	....
27.......	....	0.10*	....	....	1.70	....	0.90	....	0.50	5.85	7.20	....
28.......	....	0.20	....	1.60	1.65	....	41.90	....	....	inc	....	....
29.......	....	...	....	1.55	....	....	7.05	1.10	....	....	....	....
30.......	....	....	....	....	5.89	....	9.40	9.55	0.90	....	14.00	....
31.......	....	....	....	....	inc	....	....	3.40	....	....	....	....
Decade III .	....	**20.46**	....	**8.25**	**47.84**	**5.20**	**69.25**	**17.25**	**4.90**	**5.85**	**38.08**	**9.27**
Mese	**0.00**	**44.26**	**4.00**	**8.25**	**79.28**	**56.89**	**131.35**	**27.85**	**40.39**	**44.55**	**121.87**	**32.25**
Diff. colla norm.	— 41.56	— 3.45	— 48.41	— 54.98	+ 6.66	— 2.07	+ 87.58	— 20.03	— 29.70	— 40.45	+ 42.69	— 26.22

Pioggia caduta nell' anno mm. 590.94
Differenza colla normale » — 129.93

NEVE

Gennaio cm. 106.8 in 7 giorni.

1893	I.ª DECADE				II.ª DECADE				III.ª DECADE				MESE			
	Temperatura centigrada				Temperatura centigrada				Temperatura centigrada				Temperatura centigrada			
	Media	Assoluta Min.	Assoluta Mass.	Data del Min. e del Massimo	Media	Assoluta Min.	Assoluta Mass.	Data del Min. e del Massimo	Media	Assoluta Min.	Assoluta Mass.	Data del Min. e del Massimo	Media	Assoluta Min.	Assoluta Mass.	Data del Min. e del Massimo
Gennaio .	—3.24	—12.3	2.0	9–6	— 5.39	—13.7	0.9	13—11	— 2.13	—10.5	5.0	24–21	— 3.54	—13.7	5.0	13–21
Febbraio .	—0.33	— 8.9	9.3	1–3	3.61	— 4.3	9.9	14–20	5.36	— 0.2	10.8	24–23	2.70	— 8.9	10.8	1—23
Marzo . . .	8.97	0.9	17.3	5–8	9.20	0.4	16.9	12–17	8.97	— 0.3	17.9	28–25	9.04	— 0.3	17.9	28–25
Aprile. . .	12.27	4.1	20.4	4—5	12.51	1.5	23.0	15–20	15.60	7.1	24.5	25–22	13.46	1.5	24.5	15—22
Maggio . .	14.08	3.7	23.4	7—3	18.11	10.1	25.9	13—17	17.93	11.2	24.2	29–30	16.75	3.7	25.9	7—17
Giugno . .	18.76	12.5	26.4	1–9	21.11	13.1	30.4	12—20	23.61	16.2	32.4	25–29	21.16	12.5	32.4	1–29
Luglio . .	25.44	15.2	32.4	6–1/2	22.64	15.4	30.9	15/16–13	23.09	15.1	30.4	31–21/26	23.70	15.1	32.4	31–1/2
Agosto . .	21.94	15.1	29.3	2–10	25.71	18.9	33.4	11—20	23.19	15.2	34.9	31–24	23.60	15.1	34.9	2—24
Settembre	20.58	12.1	28.1	5–8	19.86	14.2	25.9	20–16	18.77	11.2	26.9	28–22/23	19.74	11.2	28.1	28–8
Ottobre . .	17.32	9.3	23.5	3–10	16.02	7.7	23.1	20–16	11.91	5.7	19.0	21–23	14.98	5.7	23.5	21—10
Novembre	10.28	3.7	16.7	9–3	6.75	2.9	10.4	13—12	4.29	— 1.4	10.4	30—21	7.11	— 1.4	16.7	30—3
Dicembre.	3.49	— 2.5	9.5	6–10	4.72	0.2	9.4	20–16/17	3.44	— 4.4	10.2	31—23	3.87	— 4.4	10.2	31 23
Anno . . .	. . .	. . .	. . .	. . . .	. . .	. . .	. . .	. . . .	. . .	. . .	. . .	. . . .	12.71	—13.7	34.9	13 Genn. 24 Agos.

	Temperatura media osservata.	Temperatura media normale.	Differenza colla normale.
Inverno	1.01	2.69	— 1.68
Primavera . . .	13.08	13.34	— 0.26
Estate	22.82	23.77	— 0.95
Autunno	13.94	13.87	+ 0.07
Anno.	12.71	13.42	— 0.71

RISULTATI ELIOFANOMETRICI

OTTENUTI

AL R. OSSERVATORIO DI MODENA

nell' anno 1893

Da quando ebbi l' onore di essere chiamato alla Direzione dell' Osservatorio di Modena, pensai subito che per questa plaga eminentemente agricola, sarebbero tornate utili le misure eliofanometriche.

Fatta la proposta al R. Ufficio Centrale di Meteorologia, ottenni subito che l' Osservatorio fosse fornito di un Eliofanometro di Campbell e Stokes.

Lo strumento venne collocato fino dal luglio del 1892 e si trova precisamente sull' angolo del torrione dell' Osservatorio che guarda a SE.

L' eliofanometro è completamente libero, vale a dire dal punto occupato dallo strumento si vede sempre il Sole (quando le nubi non lo impediscano) dal nascere al tramontare.

Nelle tavole che seguono sono riportati: 1.° i valori diurni dei rapporti fra la durata dello splendore effettivo del Sole e la durata del Sole sull' orizzonte; 2.° i valori decadici e mensili di questi rapporti; 3.° la durata oraria dello splendore del Sole per pentadi ed i rapporti pentadici fra la durata effettiva dello splendore del Sole e la durata del Sole sull' orizzonte.

Tornerebbe inutile tentare uno studio di questi dati, che risultano dalle misure di un solo anno; però va osservato che nelle prime ore e nelle ultime della durata del Sole sull' orizzonte, la durata effettiva dello splendore del Sole è minima, anzi nella maggiore parte dei casi nulla; ciò che dimostra che l' orizzonte di Modena in generale è nebbioso.

Potrebbe però darsi che questo fatto riescisse molto più accentuato del vero, per causa della debole sensibilità della carta, che va applicata all' eliofanometro.

In tutto l' anno nella prima ora (di tempo vero) della durata del Sole sull' orizzonte l' eliofanometro segnò

per 4 giorni in febbraio
» 1 giorno » marzo
» 3 giorni » aprile
» 1 giorno » maggio
» 4 giorni » giugno
» 3 » » agosto
» 2 » » ottobre

totale nell' anno = 18 giorni.

Nell' ultima ora (di tempo vero) della durata del Sole sull' orizzonte, l' eliofanometro segnò

per 3 giorni in gennaio
» 5 » » marzo
» 2 » » aprile
» 4 » » ottobre
» 3 » » novembre

totale nell' anno = 17 giorni.

Durante l' anno il numero dei giorni nei quali il Sole è stato coperto dalle nubi, risultò di 69 così ripartiti:

Gennaio . .	12	Maggio . . .	2	Settembre .	3
Febbraio . .	7	Giugno . . .	1	Ottobre . . .	6
Marzo . . .	2	Luglio . . .	1	Novembre .	18
Aprile . . .	2	Agosto . . .	2	Dicembre. .	13.

Il periodo più lungo durante il quale non si è veduto il Sole è stato di giorni 7 consecutivi in novembre dal 4 al 10 inclusivi.

Il numero dei giorni nei quali il rapporto fra la durata effettiva dello splendore del Sole e la durata del Sole sull' orizzonte è stato minore di 0,5 sale a 94, e cioè

Gennaio . .	9	Maggio . . .	10	Settembre .	12
Febbraio . .	13	Giugno . . .	8	Ottobre . . .	8
Marzo . . .	7	Luglio . . .	9	Novembre .	7
Aprile . . .	4	Agosto . . .	3	Dicembre. .	4.

Il massimo assoluto di detto rapporto (0,94) si ebbe il 25 di aprile.

Dai valori pentadici risulta il minimo (0,033) nella dodicesima pentade (dal 25 di febbraio al 1° marzo inclusi) ed il massimo (0,818) nella quarantesimasesta (dal 14 al 18 agosto inclusivi).

Dai valori decadici risulta il minimo (0,089) nella prima decade di novembre ed il massimo (0,798) nella seconda decade di agosto.

Il rapporto minimo mensile (0,181) appartiene al novembre ed il massimo (0,672) all' agosto.

In tutto l' anno 1893 la durata effettiva dello splendore del Sole è stata di ore 2224,8, che divisa per la durata annuale del Sole sull' orizzonte di Modena (ore 4469,9) dà per rapporto 0,498; ossia in realtà durante l' anno la durata dello splendore del Sole è stata a Modena un po' meno della metà della durata del Sole sull' orizzonte.

Nello spoglio delle carte dell' eliofanometro e nei relativi calcoli sono stato validamente aiutato dall' Assistente Ing. A. Manzini.

Prof. Ciro Chistoni.

RISULTATI ELIOFANOMETRICI per l'anno 1893

A = Durata dello splendore del Sole in ore B = Durata del Sole sull'orizzonte in ore

Giorni	Gennaio			Febbraio			Marzo			Aprile			Maggio			Giugno		
	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B
1	—	8.8	0.00	0.5	9.8	0.05	0.6	11.1	0.05	10.4	12.8	0.81	2.6	14.2	0.18	2.2	15.4	0.14
2	—	8.8	0.00	3.9	9.9	0.39	8.2	11.2	0.73	8.3	12.8	0.65	10.7	14.2	0.75	—	15.4	0.00
3	—	8.9	0.00	8.8	9.9	0.89	8.0	11.3	0.71	10.2	12.8	0.80	5.2	14.3	0.36	11.0	15.4	0.71
4	6.2	8.9	0.70	8.3	9.9	0.84	9.9	11.3	0.88	10.3	12.8	0.80	11.5	14.3	0.80	7.2	15.4	0.47
5	2.7	8.9	0.30	9.2	10.0	0.92	7.3	11.3	0.64	10.3	12.9	0.80	9.2	14.3	0.64	10.4	15.4	0.68
6	7.5	9.0	0.83	5.1	10.0	0.51	5.3	11.4	0.46	6.2	13.0	0.48	9.0	14.4	0.62	3.9	15.6	0.25
7	4.0	9.0	0.44	9.4	10.0	0.94	10.0	11.4	0.88	10.6	13.0	0.82	7.7	14.4	0.53	9.7	15.6	0.62
8	6.4	9.1	0.70	4.4	10.1	0.44	5.2	11.4	0.46	9.0	13.1	0.69	11.9	14.5	0.82	8.3	15.6	0.53
9	4.2	9.1	0.46	1.6	10.1	0.16	7.3	11.5	0.63	9.5	13.1	0.73	11.0	14.5	0.76	10.5	15.6	0.67
10	2.9	9.1	0.32	2.8	10.2	0.27	7.5	11.5	0.65	6.5	13.2	0.49	—	14.6	0.00	7.4	15.6	0.47
11	—	9.1	0.00	9.4	10.2	0.92	8.8	11.7	0.75	10.5	13.2	0.80	3.6	14.6	0.25	12.5	15.6	0.80
12	1.4	9.1	0.15	—	10.3	0.00	6.3	11.7	0.54	10.7	13.3	0.80	—	14.6	0.00	10.1	15.6	0.65
13	7.5	9.2	0.82	3.8	10.3	0.37	7.6	11.7	0.65	10.7	13.3	0.80	10.3	14.7	0.70	8.3	15.6	0.53
14	3.8	9.2	0.41	2.0	10.4	0.19	—	11.8	0.00	10.2	13.4	0.76	13.7	14.7	0.93	7.1	15.6	0.46
15	—	9.2	0.00	1.0	10.4	0.10	1.0	11.9	0.08	7.7	13.4	0.57	13.3	14.7	0.90	1.2	15.6	0.08
16	—	9.3	0.00	8.5	10.5	0.81	—	11.9	0.00	10.7	13.5	0.79	11.0	14.8	0.74	1.3	15.6	0.08
17	—	9.3	0.00	6.1	10.5	0.58	9.0	12.0	0.75	7.2	13.5	0.53	9.6	14.8	0.65	12.1	15.6	0.78
18	2.5	9.3	0.27	3.0	10.6	0.28	8.4	12.0	0.70	9.7	13.6	0.71	0.3	14.9	0.02	13.6	15.6	0.87
19	7.4	9.4	0.79	—	10.6	0.00	9.9	12.0	0.83	8.9	13.6	0.65	10.1	14.9	0.68	13.7	15.6	0.88
20	7.2	9.4	0.77	2.8	10.7	0.26	9.9	12.1	0.82	11.6	13.7	0.85	9.7	14.9	0.65	12.4	15.6	0.79
21	4.4	9.4	0.49	—	10.7	0.00	9.4	12.1	0.78	11.6	13.7	0.85	7.1	15.0	0.47	8.5	15.6	0.54
22	8.8	9.5	0.93	2.8	10.7	0.26	6.3	12.2	0.52	12.0	13.7	0.88	5.0	15.0	0.33	10.1	15.6	0.65
23	—	9.5	0.00	5.3	10.8	0.49	7.3	12.3	0.59	4.7	13.8	0.34	3.4	15.0	0.23	2.5	15.6	0.16
24	7.8	9.5	0.82	—	10.9	0.00	9.2	12.3	0.75	11.1	13.9	0.80	8.9	15.1	0.59	9.2	15.6	0.59
25	8.3	9.5	0.87	—	10.9	0.00	8.2	12.3	0.67	13.0	13.9	0.94	1.4	15.1	0.09	10.0	15.6	0.64
26	6.4	9.6	0.67	1.2	11.0	0.11	6.1	12.4	0.49	8.6	14.0	0.61	7.9	15.1	0.52	8.0	15.6	0.51
27	—	9.7	0.00	—	11.0	0.00	7.2	12.5	0.58	1.0	14.0	0.07	2.3	15.1	0.15	13.5	15.5	0.87
28	—	9.7	0.00	—	11.0	0.00	9.6	12.5	0.77	—	14.1	0.00	7.5	15.1	0.50	13.0	15.5	0.84
29	—	9.7	0.00	. . .	. . .	. . .	8.5	12.6	0.67	—	14.1	0.00	9.5	15.2	0.63	13.7	15.5	0.88
30	1.4	9.8	0.14	. . .	. . .	. . .	3.1	12.6	0.25	11.7	14.2	0.82	8.1	15.2	0.53	11.7	15.5	0.75
31	—	9.8	0.00	. . .	. . .	. . .	5.0	12.7	0.39	. . .	. . .	. . .	2.0	15.3	0.13	. . .	. . .	. . .
I decade	33.9	89.6	0.379	54.0	99.9	0.551	69.3	113.4	0.611	91.3	129.5	0.710	78.8	143.7	0.548	70.6	155.0	0.456
II »	29.8	92.5	0.322	36.6	104.5	0.350	60.9	118.8	0.513	97.9	134.5	0.730	81.6	147.6	0.553	92.3	156.0	0.592
III »	37.1	105.7	0.351	9.3	87.0	0.107	79.9	136.5	0.585	73.7	139.4	0.530	63.1	166.2	0.380	100.2	155.6	0.644
Mese . .	100.8	287.8	0.350	99.9	291.4	0.343	210.1	368.7	0.570	262.9	403.4	0.650	223.5	457.5	0.489	263.1	466.6	0.564

Seguito dei Risultati Eliofanometrici per l'anno 1893.

Giorni	Luglio			Agosto			Settembre			Ottobre			Novembre			Dicembre		
	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B
1	13.5	15.5	0.87	5.5	14.6	0.38	10.4	13.2	0.79	4.7	11.7	0.40	—	10.3	0.00	—	9.1	0.00
2	10.4	15.5	0.67	8.1	14.6	0.55	7.8	13.2	0.59	6.2	11.7	0.53	4.1	10.2	0.40	—	9.1	0.00
3	12.8	15.5	0.83	13.0	14.6	0.89	10.5	13.2	0.80	3.5	11.7	0.30	4.9	10.2	0.48	0.6	9.1	0.07
4	11.6	15.5	0.75	12.7	14.6	0.87	9.5	13.1	0.73	0.9	11.7	0.08	—	10.2	0.00	5.8	9.1	0.64
5	7.5	15.5	0.48	5.1	14.5	0.35	10.6	13.1	0.81	—	11.6	0.00	—	10.1	0.00	—	9.1	0.00
6	1.4	15.5	0.09	11.0	14.4	0.76	7.0	13.0	0.54	4.1	11.5	0.36	—	10.0	0.00	6.3	9.1	0.69
7	12.4	15.5	0.80	11.3	14.4	0.78	6.9	12.9	0.53	—	11.5	0.00	—	10.0	0.00	6.3	9.1	0.69
8	12.4	15.5	0.80	12.6	14.4	0.88	6.4	12.9	0.50	0.2	11.4	0.02	—	10.0	0.00	—	9.1	0.00
9	12.5	15.5	0.81	13.2	14.4	0.92	2.8	12.9	0.22	4.0	11.4	0.35	—	9.9	0.00	—	9.1	0.00
10	3.6	15.5	0.23	11.0	14.4	0.76	4.2	12.8	0.33	10.6	11.4	0.93	—	9.9	0.00	1.2	9.1	0.13
11	8.7	15.3	0.57	8.9	14.2	0.63	2.1	12.7	0.17	10.0	11.2	0.89	6.0	9.8	0.61	—	9.0	0.00
12	11.8	15.3	0.77	10.0	14.2	0.70	—	12.7	0.00	9.3	11.2	0.83	0.5	9.8	0.05	—	9.0	0.00
13	6.9	15.3	0.45	12.8	14.2	0.90	0.5	12.7	0.04	8.6	11.2	0.77	4.3	9.8	0.44	6.0	9.0	0.67
14	2.2	15.3	0.14	12.1	14.2	0.85	5.3	12.6	0.42	8.3	11.1	0.75	—	9.8	0.00	—	9.0	0.00
15	3.1	15.3	0.20	12.4	14.1	0.88	5.3	12.6	0.42	4.5	11.1	0 41	—	9.8	0.00	—	9.0	0.00
16	9.6	15.2	0.63	9.4	14.0	0.67	7.7	12.5	0.62	9.4	11.0	0.85	—	9.7	0.00	7.7	9.0	0.86
17	9.9	15.2	0.65	11.6	14.0	0.83	—	12.4	0.00	8.5	10.9	0.78	—	9.7	0.00	7.6	9.0	0.84
18	12.6	15.2	0.83	11.9	13.9	0.86	7.5	12.4	0.60	8.7	10.9	0.80	—	9.6	0.00	7.2	9.0	0.80
19	10.7	15.2	0.70	11.5	13.9	0.83	9.0	12.4	0.73	—	10.9	0.00	2.9	9.6	0.30	1.1	9.0	0.12
20	10.5	15.2	0.69	11.6	13.9	0.83	3.0	12.3	0.24	9.2	10.9	0.84	1.8	9.6	0.19	—	9.0	0.00
21	10.6	15.0	0.71	11.7	13.7	0.85	9.4	12.2	0.77	8.8	10.7	0.82	7.7	9.5	0.81	—	8.9	0.00
22	9.4	15.0	0.63	10.2	13.7	0.74	5.3	12.2	0.43	9.0	10.7	0.84	1.4	9.5	0.15	—	8.9	0.00
23	12.3	15.0	0.82	11.2	13.7	0.82	6.5	12.2	0.53	6.0	10.7	0.56	—	9.5	0.00	—	8.9	0.00
24	13.5	15.0	0.90	11.0	13.6	0.81	—	12.1	0.00	8.6	10.7	0.80	—	9.5	0.00	7.3	8.9	0.82
25	13.6	15.0	0.91	10.4	13.6	0.76	1.7	12.1	0.14	7.4	10.7	0.69	4.8	9.4	0.51	6.9	8.9	0.78
26	13.1	14.8	0.89	6.7	13.5	0.50	9.1	12.0	0.76	—	10.5	0.00	6.9	9.3	0.74	6.5	9.0	0.72
27	7.5	14.8	0.51	9.0	13.4	0.67	5.2	11.9	0.44	—	10.5	0.00	—	9.3	0.00	7.7	9.0	0.86
28	—	14.8	0.00	1.1	13.4	0.08	8.1	11.9	0.68	2.3	10.5	0.22	—	9.3	0.00	5.5	9.0	0.61
29	5.9	14.8	0.40	8.3	13.4	0.62	4 2	11.9	0.35	6.3	10.5	0.60	7.4	9.2	0.80	7.1	9.0	0.79
30	1.0	14.8	0.07	—	13.3	0.00	4.7	11.8	0.40	5.8	10.5	0.55	—	9.2	0.00	1.7	9.0	0.19
31	9.8	14.6	0.67	—	13.2	0.00	. . .	. . .	. . .	—	10.3	0.00	. . .	. . .	. . .	7.6	9.0	0.84
I decade	98.1	155.0	0.633	103.5	144.9	0.714	76.1	130.3	0.584	34.2	115.6	0.296	9.0	100.8	0.089	20.2	91.0	0.222
II »	86.0	152.5	0.564	112.2	140.6	0.798	40.4	125.3	0.322	76.5	110.4	0.693	15.5	97.2	0.159	29.6	90.0	0.329
III »	96.7	163.6	0.591	79.6	148.5	0.536	54.2	120.3	0.451	54.2	116.3	0.466	28.2	93.7	0.301	50.3	98.5	0.511
Mese . .	280.8	471.1	0.596	295.3	434.0	0.680	170.7	375.9	0.454	164.9	342.3	0.482	52.7	291.7	0.181	100.1	279.5	0.358

Risultati pentadici

Pentadi	4^h-5^h	5^h-6^h	6^h-7^h	7^h-8^h	8^h-9^h	9^h-10^h	10^h-11^h	11^h-12^h	12^h-13^h	13^h-14^h	14^h-15^h	15^h-16^h	16^h-17^h	17^h-18^h	18^h-19^h	19^h-20^h	A	B	$\frac{A}{B}$
1	. .	. .	. .	—	—	1.2	1.4	2.0	1.6	1.1	1.0	0.6	—	. . .	. . .	. . .	8.9	44.3	0.201
2	. .	. .	. .	—	1.0	2 7	3.7	4.6	4.6	3.9	3.5	1.0	—	. . .	. . .	. . .	25.0	45.3	0.552
3	. .	. .	. .	0.2	1.1	1.8	1.2	1.6	2.0	1.5	1.7	1.6	—	. . .	. . .	. . .	12.7	45.8	0.277
4	. .	. .	. .	—	0.9	2.5	3.0	2.6	2.4	2.0	2.0	1.5	0.2	. . .	. . .	. . .	17.1	46.7	0.366
5	. .	. .	. .	0.9	2.7	3.1	3.4	3.1	3.9	4.0	4.0	3.4	0.8	. . .	. . .	. . .	29.3	47.4	0.618
6	. .	. .	. .	—	0.6	0.5	1.0	1.2	1.3	1.8	0.9	0.5	—	. . .	. . .	. . .	7.8	48.5	0.161
7	. .	. .	. .	0.9	2.5	2.0	2.7	2.1	2.5	2.4	3.1	2.4	0.9	—	. . .	. . .	21.5	49.3	0.436
8	. .	. .	. .	2.2	4.0	3.1	4.0	3.5	3.0	2.2	3.2	3.0	1.5	—	. . .	. . .	29.7	50.2	0.592
9	. .	. .	. .	2.1	2.1	2.0	2.3	1.9	1.7	2.1	2.0	1.1	0.7	—	. . .	. . .	18.0	51.4	0.350
10	. .	. .	—	0.4	1.5	1.8	2.2	2.7	2.8	3.0	1.9	1.5	0.8	—	. . .	. . .	18.6	52.6	0.354
11	. .	. .	—	0.6	2.7	1.7	1.0	1.6	1.2	1.4	0.1	0.5	0.1	—	. . .	. . .	10.9	53.8	0.203
12	. .	. .	—	—	—	0.3	0.6	--	0.1	—	—	0.4	0.4	—	. . .	. . .	1.8	55.0	0.033
13	. .	. .	—	2.0	3.1	3.5	3.7	3.7	4.3	4.4	4.9	4.9	4.0	0.2	. . .	. . .	38.7	56.5	0.685
14	. .	. .	0.1	2.1	3.7	4.0	4.0	4.0	4.2	4.9	4.6	3.5	3.1	0.6	. . .	. .	38.8	57.5	0.675
15	. .	. .	—	0.3	0.9	1.0	1.4	2.0	1.9	2.7	2.3	1.5	0.9	—	—	. . .	14.9	59.0	0.253
16	. .	. .	—	4.1	4.7	5.0	4.8	4.7	5.0	4.5	5.0	4.2	4.4	0.2	—	. . .	46.6	60.2	0.774
17	. .	. .	—	1.2	1.8	3.1	3.6	4.8	5.0	5.0	5.0	4.4	3.2	—	—	. . .	37.1	61.5	0.603
18	. .	—	0.1	1.5	1.9	2.9	4.6	4.3	4.3	4.6	3.1	3.3	2.6	0.2	—	. . .	33.4	62.9	0.531
19	. .	—	0.8	3.5	4.8	4.6	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	4.5	1.3	—	. . .	49.5	64.1	0.772
20	. .	—	0.6	2.7	2.6	3.3	4.1	5.0	4.9	5.0	4.9	4.9	3.1	0.7	—	. . .	41.8	65.4	0.639
21	. .	—	1.5	4.0	4.4	4.4	4.7	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	4.2	1.6	—	. . .	49.8	66.6	0.748
22	. .	—	1.4	3.3	4.6	5.0	5.0	4.9	4.9	4.4	4.3	4.2	4.2	1.9	—	. . .	48.1	67.9	0.708
23	. .	0.9	2.7	3.6	3.9	4.0	4.0	4.3	4.4	4.7	5.0	5.0	5.0	3.8	1.1	. . .	52.4	69.0	0.759
24	. .	0.1	1.1	2.0	2.0	2.0	2.0	1.7	2.0	2.0	1.3	2.0	1.8	1.0	0.3	—	21.3	70.4	0.303
25	—	0.6	2.5	3.7	3.7	3.6	3.2	3.6	3.8	2.7	3.0	2.7	2.3	2.6	1.2	—	39.2	71.3	0.550
26	—	1.5	2.8	3.3	4.0	3.6	3.5	3.2	2.8	2.4	2.4	3.0	2.4	3.2	1.5	—	39.6	72.4	0.547
27	—	2.0	2.0	2.0	2.6	3.0	3.0	3.1	3.7	3.9	3.9	3.8	3.2	3.0	1.7	—	40.9	73.3	0.558
28	—	1.4	2.4	1.7	3.8	3.9	3.2	2.7	3.7	4.0	3.7	3.6	2.9	2.9	0.8	—	40.7	74.3	0.548
29	0.2	0.9	1.4	1.6	1.4	1.5	2.0	2.3	3.0	3.2	3.1	2.6	1.5	0.8	0.3	—	25.8	75.2	0.343
30	—	0.1	0.4	1.7	1.8	1.7	2.8	3.2	4.4	4.5	3.4	3.4	3.0	2.9	2.0	—	35.3	75.7	0.466
31	—	—	0.2	0.9	1.0	1.0	1.4	1.9	2.6	2.6	2.3	3.0	2.5	1.8	1.2	—	22.4	76.9	0.291
32	0.1	1.4	3.0	3.2	2.4	3.3	3.4	3.9	4.5	4.4	3.7	2.9	3.2	2.3	1.1	—	42.8	77.8	0.550
33	0.1	2.2	1.9	3.8	3.1	4.0	4.8	3.7	4.7	4.1	2.9	3.2	3.2	2.4	1.3	—	45.4	78.0	0.582
34	—	2.4	2.7	3.4	3.0	3.0	3.8	3.4	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	2.2	—	41.9	78.0	0.537
35	—	2.0	2.5	2.8	2.5	4.2	4.8	4.8	4.1	4.0	3.1	2.4	1.8	2.5	1.2	—	42.7	78.0	0.547
36	0.4	3.1	3.3	3.7	3.4	3.9	4.6	4.0	4.5	4.8	5.0	4.7	4.9	5.0	2.9	—	58.2	77.7	0.749
37	—	2.8	3.6	4.3	5.0	5.0	4.7	5.0	4.9	4.6	5.0	5.0	4.0	3.7	2.4	—	60.0	77.5	0.774

Seguito dei Risultati pentadici.

Pentadi	4h-5h	5h-6h	6h-7h	7h-8h	8h-9h	9h-10h	10h-11h	11h-12h	12h-13h	13h-14h	14h-15h	15h-16h	16h-17h	17h-18h	18h-19h	19h-20h	A	B	A/B
38	—	1.2	2.2	3.0	3.0	3.2	4.0	3.8	4.0	4.5	4.5	3.7	4.0	3.6	1.5	—	46.2	77.5	0.596
39	—	0.6	1.0	2.7	2.3	2.3	3.1	3.3	4.0	3.4	3.0	2.2	1.9	2.2	1.2	—	33.2	76.7	0.433
40	—	0.6	1.0	1.7	3.1	3.9	4.0	4.2	4.5	3.8	4.0	4.4	4.2	3.9	2.6	—	45.9	76.1	0.603
41	—	2.5	3.6	3.7	4.4	4.4	4.9	4.7	5.0	5.0	5.0	4.6	3.4	3.3	1.8	—	56.3	75.2	0.749
42	—	1.5	3.2	3.2	3.7	3.9	4.0	3.9	3.8	2.2	2.1	2.9	2.5	2.0	1.2	—	40.1	74.2	0.540
43	—	1.1	2.5	2.8	3.3	3.7	3.7	3.9	3.8	2.9	2.9	1.6	1.3	1.9	2.0	—	37.4	73.2	0.511
44	—	1.5	3.4	4.4	5.0	4.8	4.6	4.4	4.0	4.6	4.0	3.7	3.7	3.3	1.3	—	52.7	72.3	0.729
45	—	1.2	3.2	4.1	4.4	4.9	4.6	4.7	4.8	4.5	5.0	4.4	4.0	4.0	2.1	—	55.9	71.4	0.783
46	. .	0.3	2.9	3.9	4.3	5.0	5.0	5.0	5.0	4.8	5.0	5.0	5.0	5.0	1.2	—	57.4	70.2	0.818
47	. .	—	2.8	5.0	4.3	4.8	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	4.3	—	. . .	56.2	68.9	0.816
48	. .	—	1.6	2.7	2.9	3.1	3.5	4.5	4.0	4.0	4.1	3.5	2.8	1.5	—	. . .	38.2	67.5	0.566
49	. .	—	0.1	2.3	2.0	2.4	2.9	3.0	2.8	2.0	2.2	3.0	2.8	1.0	—	. . .	26.5	66.3	0.400
50	. .	—	0.4	3.0	4.9	4.8	3.7	3.5	5.0	5.0	4.8	4.1	3.9	1.4	—	. . .	44.5	65.3	0.682
51	. .	—	—	0.4	1.2	0.7	1.3	1.3	1.6	2.3	2.1	2.4	2.1	0.1	—	. . .	15.5	64.0	0.242
52	. .	—	—	0.8	1.0	1.0	1.7	2.0	3.3	3.0	2.8	1.7	1.5	—	—	. . .	18.8	62.8	0.299
53	. .	—	—	2.5	3.3	3.4	3.2	4.0	4.0	4.6	3.7	3.1	2.2	0.2	—	. . .	34.2	61.5	0.556
54	. .	—	—	0.4	1.8	2.0	2.2	2.7	3.3	3.1	2.8	2.0	2.0	0.2	. . .	. . .	22.5	60.3	0.373
55	. .	—	—	1.3	1.5	2.4	3.1	3.7	3.3	3.3	3.9	2.9	2.1	0.4	. . .	. . .	27.9	59.0	0.473
56	. .	. .	—	—	0.5	0.4	—	—	1.0	1.8	2.4	1.6	0.8	—	. . .	. . .	8.5	58.0	0.147
57	. .	. .	0.4	2.7	3.0	3.0	3.0	3.7	3.3	3.7	4.2	3.7	2.9	0.5	. . .	. . .	34.1	56.6	0.603
58	. .	. .	—	2.1	4.0	4.8	3.8	3.8	4.7	3.8	4.8	4.6	2.9	—	. . .	. . .	39.3	55.3	0.711
59	. .	. .	—	1.7	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	3.9	2.1	—	. . .	. . .	35.7	54.1	0.660
60	. .	. .	—	0.5	2.2	2.4	2.7	2.9	2.8	3.0	2.6	2.0	0.9	—	. . .	. . .	22.0	53.1	0.414
61	. .	. .	—	—	0.8	1.4	2.0	2.0	2.6	2.8	1.6	1.0	0.2	. . .	. . .	. . .	14.4	52.1	0.276
62	. .	. .	—	—	0.8	1.0	1.0	0.7	1.6	1.0	1.2	1.1	0.6	. . .	. . .	. . .	9.0	50.7	0.178
63	. .	. .	—	0.1	1.0	1.0	0.9	0.7	0.5	0.6	0.6	0.5	0.1	. . .	. . .	. . .	6.0	49.6	0.121
64	. .	. .	—	0.1	0.4	1.0	0.9	0.2	0.2	1.1	0.9	—	—	. . .	. . .	. . .	4.8	48.9	0.098
65	. .	. .	—	—	1.3	1.8	2.5	2.0	1.6	1.1	1.2	0.9	—	. . .	. . .	. . .	12.4	48.0	0.258
66	. .	. .	. .	—	0.9	1.0	1.4	2.1	2.1	1.9	2.4	1.3	—	. . .	. . .	. . .	13.1	47.2	0.278
67	. .	. .	. .	—	0.8	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.7	—	. . .	. . .	. . .	7.4	46.1	0.161
68	. .	. .	. .	—	2.2	1.4	1.4	2.0	2.0	2.0	1.3	0.4	—	. . .	. . .	. . .	12.7	45.5	0.279
69	. .	. .	. .	—	—	0.7	1.0	1.0	1.7	1.5	1.0	0.6	—	. . .	. . .	. . .	7.5	45.4	0.165
70	. .	. .	. .	—	1.0	1.2	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	1.5	—	. . .	. . .	. . .	13.7	45.0	0.304
71	. .	. .	. .	—	1.5	2.0	2.0	2.3	2.2	2.6	1.9	1.4	—	. . .	. . .	. . .	15.9	44.9	0.354
72	. .	. .	. .	—	1.5	2.8	3.0	3.0	3.0	3.0	2.3	2.1	—	. . .	. . .	. . .	20.7	44.6	0.464
73	. .	. .	. .	—	2.4	4.4	4.3	3.9	4.0	3.8	4.0	2.8	—	. . .	. . .	. . .	29.6	45.0	0.658
Anno	0.8	31.9	65.3	128.8	179.9	203.1	220.0	226.0	239.2	234.5	224.6	199.0	149.2	86.4	36.1	—	2224.8	4469.9	0.498

OPERE INVIATE ALLA R. ACCADEMIA

negli Anni 1892, 1893

I.

Istituti, ec.

AGRAM. . . . . Vedi ZAGABRIA.

AMSTERDAM . . *Koninklijke Akademie van Wetenschappen.* — **Verhandelingen.** — Afdeeling Natuurkunde: XXIX Deel, 1892. — Afdeeling Letterkunde: XX Deel, 1891. — Eerste Sectie (Wiskunde. — Natuurkunde. — Scheikunde. — Kristallenleer. — Sterrenkunde. — Weerkunde en Ingenieurswetenschappen). Deel I, 1892-1893. — Tweede Sectie (Plantkunde. — Dierkunde. — Aardkunde. — Delfstofkunde. — Ontleedkunde. — Physiologie. — Gezondheidsleer-en Ziektekunde). Deel I, 1892-93. — Deel II (1. Hyménomycètes 2. Gastéromycètes 3. Hypodermées) 1892-93. — Afdeeling Letterkunde. Deel I, N. 1-2, 1892-93. — **Verslagen en Mededeelingen.** — Afdeeling Natuurkunde; Derde Reeks, VIII Deel 1891; IX Deel 1892. — **Register:** Deel I-IX, 1893. — Afdeeling Letterkunde; Derde Reeks, VIII Deel 1892; IX Deel, 1893. — **Verslagen der Zittingen van de Wiss-en Natuurkunde Afdeeling** van 25 Juni 1892 tot 28 April 1893. — **Jaarboek:** voor 1892. — **Programma** certaminis poetici ab Accademia Regia Disciplinarum Nederlandica ex legato Hoeufftiano in annum MDCCCXCIII indicti. Amstelodami non. April a. MDCCCXCIII. — Vedi *Autori:* GIOVANNINI, PASCOLI, ROSATI, SCHMITS, STERZA. — **Catalugus** van des Boekerij der K. Akademie van Wetenschappen. Eerste Vervolg, 1891.

» . . *Societé Mathematique.* — Revue semestrielle, Tome I (première partie) 1893.

ATENE. . . . . Αρχαιολογικη Εταιρια εν Αθήναις. Πρακτικα: 1890, 1891 (1893).

AUXERRE . . . *Société des Sciences historiques et naturelles de l' Yonne.* — **Bulletin:** Année 1890, 44ᵉ Vol. 2ᵐᵉ Semestre (1891). Année 1891, 45ᵉ Vol. 1ᵉʳ Semestre (1891), 2ᵐᵉ Semestre (1892). Année 1892, 46ᵉ Vol. 1ᵉʳ Semestre (1892), 2ᵐᵉ Semestre (1893).

BALTIMORA . *Johns Hopkins University.* — **Circulars:** Vol. XI, N.° 95-100, (1892); Vol. XII, N.° 101-107, (1892-93).

BARCELONA . *R. Academia de Ciencias y Artes.* — **Boletin:** Tercere Época. Año I. Vol. I, N.° 1-8, (1892-93).

BATAVIA. . *Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen.* — **Verhandelingen:** Deel XLV; 3ᵉ Stuk, 1891 (Verzameling Lampongsche Teksten.... van O. F. HELFRICH); 4ᵉ Stuk, 1891 (Proeve van een Lampongsch-Hollandsche Woordenlijst... door O. L. HELFRICH); Deel XLVI Oudheden van Java. Lijst der Voornaamste overblijfselen uit den Hindoetijd op Java met eene oudheidkundige kaart door Dr. R. D. M. VERBEEK 1891; Deel XLVII, 1ᵉ Stuk, 1892. — Bijdragen tot de Kennis van het Tompakewasch Verzameld door E. I. JELLESME. — **Notulen** van de algemeene en Bestuurs-vergaderingen; Deel XXIX, Afl. II-IV, 1891; Deel XXX, Afl. I-IV, 1892. — **Tijdschrift** voor Indische Taal-Land-en Wolkenkunde... (onder Redactie Dr. J. BRANDES en Mr. J. H. ABENDANON); Deel XXXIV, Afl. VI, 1891; Deel XXXV, Afl. I-VI, 1891-1893; Deel XXXVI, Afl. I-III, 1892-1893. — **Dagh-Register** gehouden int Casteel Batavia vant passerende daer ter plaetse als oveor geheel Nederlandts-India. Anno 1663 (Mr. I. A. van der CHIJS), 1891. — **Nederlandsch-Indisch Plakaatboek,** 1602-1811; IX Deel (Nieuwe Statuten van Batavia) 1891; X Deel (1766-1787) 1892. — **Beschrijving** der oudhenen nabij de grens der residentie's Soerakarta en Djogdjakarta, door I. W. IJZERMAN. met Atlas.

BERGEN . . . . *Bergens Museum.* — **Aarsberetning** for 1890 (1891) for 1891 (1892). — **Aarbog** for 1892. Afhandlinger og Aarsberetning... (1893).

BERLINO. . . . *K. Akademie der Wissenschaften.* — **Abhandlungen:** Jahr. 1891 (1892); Jahr. 1892 (1892). — Vedi *Autori:* NÖLDEKE, CURTIUS.

» . . . . *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematick* (von CARL ORHTMANN): Band XXI, Heft 1-3, 1889 (1892); Band XXII, Heft 1-3, 1890 (1893).

BESANÇON . . . *Société d'Émulation du Doubs.* — **Mémoires:** 6ᵐᵉ Série, Vol. V, 1890 (1891); Vol. VI, 1891 (1892).

BOLOGNA . . . *R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna.* — Vedi *Autori:* RUFFINI F. P.).

BOLOGNA . . . *Società Medico-Chirurgica.* — **Bullettino** delle Scienze mediche: Serie VII, Vol. II, Fasc. 11-12; Vol. III, Fasc. 1, 3-5, 7-10, 12; Vol. IV, Fasc. 2-4, 7-9, 10. — **Relazione** della solenne adunanza tenuta il 27 dicembre 1891 per celebrare il cinquantesimo anniversario della nomina del prof. comm. Giovanni Brugnoli a socio residente. Bologna 1892. — Vedi *Autori:* MAZZOTTI L.

» . . . *R. Università.* — Vedi *Autori:* RUFFINI.

BORDEAUX . . *Société des Sciences Phisiques et Naturelles.* — **Mémoires:** 3me Serie, T. V, 2 Cahier, 1890. — Appendice au T. V, 3me Serie: Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le Département de la Gironde de Juin 1889 à Mai 1890; de Juin 1890 à Mai 1891; de Juin 1891 à Mai 1892; (1890-92) par M. G. RAYET; 4me Serie, T. I, 1893; T. II, 1891; T. III, 1er Cahier, 1893.

» . . *Académie Nationale des Sciences Belles-Lettres et Arts.* — **Actes:** 3me Serie, 51e, 52e et 53e Années; (1889-1891).

BOSTON . . . . *Boston Society of Natural History.* — **Memoirs:** Vol. IV, N.° X, 1892. — **Proceedings:** Vol. XXV, Part. II-IV, 1891-92.

» . . . . *American Academy of Arts and Sciences.* — **Proceedings:** New Series, Vol. XVIII, 1891; Vol. XIX, 1893.

BRUNSWICH . . *Verein für Naturwissenschaft.* — **Jahresbericht** N. 7; für die Vereinsjahre 1889-90 und 1890-91. (1893).

BRUXELLES . . *Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts.* — **Mémoires:** T. XLVIII, 1892; T. XLIX, 1893; T. L, 1er partie 1891. — **Mémoires couronnés** et **Mémoires des Savants étrangers:** T. L, 1890; T. LI, 1889; T. LII, 1893. — **Mémoires couronnés** et **autres Mémoires:** Collection in-8° T. XLIII, 1889; T. XLIV, 1891; T. XLV, 1891; T. XLVI, 1892. — **Bulletins:** 3me Serie, T. XVII, XVIII, 1889; T. XIX, XX, 1890; T. XXI, XXII, 1891; T. XXIII, XXIV, 1892; T. XXV, 1893. — **Annuaire:** 1890, 1891, 1892, 1893. — **Catalogue des livres de la Bibliothéque:** 2de partie, 3me fascicule: Sciences morales et politiques, Beaux-Arts 1890.

» . . *Commissions Royales d'Arts et d'Archéologie.* — **Bulletin:** Années XXIXe, Nos 1-12, 1890; XXXe, 1-12, 1891.

» . . *Académie Royale de Médicine de Belgique.* — **Mémoires couronnés** et **autres Mémoires:** Collection in-8°, T. X, Fasc. 5me 1892; T. XI, Fasc. 1er-5me 1893. — **Bulletin:** IV Serie, T. V, Nos 11 (dernier) 1891; T. VI, Nos 1-11, 1892; T. VII, Nos 1-9, 1893.

» . . *Société Entomologique de Belgique.* — **Annales:** T. XXXIV, 1890; T. XXXV, 1891.

BRUXELLES . . *Société Belge de Microscopie.* — **Annales:** T. XV, 1891; T. XVI, 1892; T. XVII, 1er fascicule 1893. — **Bulletin:** 18me Année, Nos II-X, 1892, 19me Année, Nos I-X, 1892-93.

BUCAREST. . . *Institut météorologique de Roumanie.* — **Annales:** Année 1889, T. V (1892); Année 1890, T. VI (1893).

BUDAPEST . . . *K. Ungarische Akademie der Wissenschaften und K. Ung. Naturwissenschaftliche Gesellschaft.* — **Berichte aus Ungarn** (*mathematische und naturwissenschaftliche*): VIII Band (october 1889-october 1890) 1891; IX Band (october 1890-october 1891) 1892. — I. S. di Petényi der Begrunder Wissenschaftlichen Ornithologie in Ungarn 1799-1855. Ein Lebensbild unter Mitwirkung von Julius v. Madarász, Stefan v. Chernel und Géza v. Vastach verfasst von Otten HERMAN Reichstagsabgeoordneten und Präsidenten des Ungarischen Willenschaftlichen Comités für den zweiten Internat. Ornith. Congress. 1891. — A Magyar Allattani Irodalom ismertetése 1881tol-1880ig bezárólag tekintettel a Kúlföldi Allattani irodalom Magiar Vonatkozásu termékeire is. összéallitota D.r DADAY Jenö; 1891. — Histoire naturelle des gryllides de Hongrie par PUNGUR Gyula, 1891. — Vedi *Autori:* CHERNEL, DADAY, HERMAN, MADARÀSZ, PUNGUR, VASTAGH.

BUENOS-AIRES *Sociedad Cientifica Argentina.* **Anales:** T. XXXII Entrega VI, 1891; T. XXXIII, XXXIV, 1892; T. XXXV Entrega I-V, 1893. — La Mineria en la provincia de Mendoza (**Memoria** presentada à la Sociedad cientifica Argentina, 1890).

» » *Revista Argentina de Historia Natural,* diryida por FLORENTINO AMEGHINO. — T. I, Entrega VI, 1891.

CAIRO . . . . . *Institut Égyptien.* — **Bulletin:** 3me Série N.° 2, Année 1891 (1892); N.° 3, Année 1892 (1893); N.° 4, Année 1893, fasc. 1-3.

CALIFORNIA . . (Vedi S. Francisco).

CAMBRAI . . . *Société d' Émulation de Cambrai.* — **Mémoires:** T. XLVI, 1891; T. XLVII, 1892.

CATANIA. . . . *Accademia Gioenia di Scienze Naturali.* — **Atti:** Serie 4a, T. III, 1891; T. IV, 1892; T. V, 1892. — **Bullettino mensile:** Fasc. XXIII-XXXIII, 1892-93.

» . . . . *R. Osservatorio di Catania.* — (Vedi *Autori:* RICCÒ A.).

CHAMBERY . . *Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Savoie.* — **Mémoires:** Histoire de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Savoie de 1820 à 1860 par M. LOUIS PILLET, 1891, 4e Série, T. III, 1892; T. IV, 1893,

CAMBRIDGE . . *American Academy of Arts and Sciences.* — **Memorial** of Joseph Lovering, 1892.

CHERBOURG . . *Société Nationale Académique de Cherbourg.* — **Mémoires:** 1890-91.

CHERBOURG . . *Société Nationale des Sciences Naturelles et Mathématiques de Cherbourg.* — **Mémoires**: T. XXVII, 1891; T. XXVIII, 1892.

COPENHAGEN . *Académie Royale Danoise des Sciences et des Lettres.* — **Mémoires**: Classe des Sciences, 6e Série, Vol. V, N.° 4, 1891; Vol. VI, N.° 3, 1892; Vol, VII, N.° 3-9, 1892-93. — Classe des Lettres, 5e Série, Vol. V. N.° 4, 1892; 6e Série, T. I, N.° 2, 1893; T. IV, § I, 1893. — **Bulletin**: 1891, N.° 2, 3; 1892, N.° 1-3; 1893, N.° 1-2.

Fortegnelse over de af det Kgl. Danske videnskabernes Selskab. I. Tidsrummet 1742-1891 udgiune videnskabelige arbejder. 1892.

CORDOBA. . . . (Argentina). *Academia Nacional de Ciencias.* — **Bolettin**: T. X, Entrega 4a; T. XI, Entrega 4a.

CRACOVIA . . . *Académie de Sciences de Cracovie.* — **Bulletin International** (Comptes Rendus des Séances): Année 1891, Nos 10, 1891; Année 1892, Nos 1-10, 1892; Année 1893, Nos 1-9, 1893.

CHRISTIANIA . . *Kongelige Federiks Universitet.* — Magnetische Beobachtungen und studliche temperaturbeobachtungen im. terminjahre august 1882, august 1883... von H. GEELMUYDEN, 1891. — **Supplement** zu den Zonenbeobachtungen in Christiania... von H. GEELMUYDEN, 1891.

» . . *Norwegische Meteorologische Institut.* — **Jarbuch**; für 1889 (1891): herausgegeben von D.r H. MOHN.

DELFT. . . . . *École Polytecnique.* — **Annales**: T. VII, Livr. 2me, 3me et 4me, 1892.

DIJON . . . . . *Académie des Sciences Arts et Belles-Lettres.* — **Mémoires**: 4me Série, T. II, Années 1890-1891 (1891); T. III, Années 1892 (1892).

DOUAI. . . . . *Société d'Agriculture de Sciences et d'Arts Centrale du Département du Nord.* — **Bulletin Agricole**: Année 1888 (1889). — **Mémoires**: Deuxiéme Série, Tomo XV, 1878-1880 (2e partie) 1891; Troisiéme Série, Tomo II, 1886-1888 (1889).

DRESDA . . . . *Verein für Erdkunde.* — **Jahresbericht**: XXII, 1892; XXIII, 1893. — **Litteratur** der Landes-und Volkskunde des königreischs Sanchsen.., von Paul Emil RICHTER, Nachtrag 1, 1892.

DUBLINO. . . . *R. Dublin Society.* — **Scientific Transactions**: Series II, Vol. IV, Parts IX-XIII (1891). — **Proceedings**: N. S. Vol. VII, Parts 3, 4 (1892).

» . . . . *R. Irish Academy.* — **Transactions**: Vol. XXXIX, Parts XVII, XVIII, XIX (1891-92); Vol. XXX Parts I-IV (1892-93). — **Cunningham Mémoirs**: N. VII (1892). — **Proceedings**: Third Series, Vol. II, N.° 2, 4, 5 (1892-93) Todd Lecture Series, Vol. III (The Codex Palatino-Vaticanus N.° 830, by B. MACCARTHY, 1892); Vol. IV. (Cath. Ruis na rig for bóinn, by E. HOGAN, 1892).

EDIMBURGO . . *Royal Society of Edimburgh.* — **Transactions:** Vol. XXXVI, Parts II e III, 1891, 1892. — **Proceedings:** Vol. XVIII, 1890-91.

» . . *Royal College of Physicians.* — **Reports** from the Laboratory, Vol. IV, 1892.

FILADELFIA . . *American Philosophical Society.* — **Transactions:** New Series, Vol. XVII, Parts I-III, 1892-1893; Vol. XVIII, Part. I, 1893. — **Proceedings:** Vol. XXIX. N.° 136, 1891; Vol. XXX, N.° 137-139, 1892; Vol. XXX, N.° 140 e 141, 1893.

» . . *Historical Society of Pennsylvania.* — **The Pennsylvania Magazine of History and Biography.** — Vol. XV, N^{os} 2-4, 1891, 1892; Vol. XVI, N^{os} 1-4, 1892, 1893; Vol. XVII, N^{os} 1 e 2, 1893.

» . . *Academy of Natural Sciences.* — **Proceedings:** 1891, Part II-III (1891); 1892, Part I-III (1892); 1893, Part I (1893).

» . . *Wagner Free Institute of Science.* — **Transactions:** Vol. III, Part II, 1892.

FIRENZE . . . . *R. Accademia della Crusca.* — **Atti:** Adunanza pubblica del 27 di dicembre 1891 (1892). — Adunanza pubblica del 4 di dicembre 1892 (1893) **Vocabolario:** Vol. VII, Fasc. III ed ultimo (1893).

» . . . . *R. Istituto di Studi Superiori pratici e di perfezionamento.* — **Pubblicazioni:** Sezione di Medicina e Chirurgia — Vedi *Autori:* INVERARDI.

» . . . . *Biblioteca Nazionale Centrale.* — **Bollettino delle pubblicazioni italiane** ricevute per diritto di stampa. — Anno 1891. Bollettino N. 144. — Anno 1892. Bollettino N. 145-168. — Anno 1893. Bollettino N. 169-191.

» . . . . *Edizione nazionale delle Opere di Galileo Galilei, sotto gli auspicii di Sua M. il Re d' Italia.* — Vol. III, Parte I, 1892.

» . . . . *Collegio dei Professori della R. Accademia di Belle Arti.* — **Atti:** Anno 1890 (1891); Anno 1891 (1892).

FRIBURGO . . . *Naturforschenden Gesellschaft zu Friburg J. B.* — **Berichte:** Vol. VI, Heft I-IV (1891-1892); Vol. VII, Heft I-II. — **Verhandlungen:** 74 Jahresversammlung, Jahresbericht 1890-91 (1892).

GENOVA . . . . *Società Ligure di Storia Patria.* — **Atti:** Vol. XXIV, Fasc. I (1891). — Atti del Quinto Congresso storico Italiano (19-27 settembre 1892, 1893).

» . . . . *R. Università di Genova.* — **Atti:** 1892.

» . . . . *Museo Civico di Storia Naturale.* — **Annali:** Serie 2^{a}, Vol. X, 1890-92; Vol. XI, 1891-92; Vol. XII, 1892.

» . . . . *Giornale Ligustico di Archeologia, Storia e Letteratura.* — Anno XIX, Fasc. I-XII, 1892; Anno XX, Fasc. I-X, 1893.

GINEVRA. . . . *Institut National Genevois.* — **Bulletin:** T. XXXI, 1892.

» . . . . *Société de Physique et d' Histoire Naturelle de Genève.* — **Mémoires:** Vol. Supplementaire. Centenaire de la fondation de la Société, 1891.

HALIFAX (Nova Scotia Canadà). — *Nova Scotian Institute of Science.* — **Proceedings and Transactions:** Session of 1890-91, Second Series, Vol. I, Part 1-2 (1891).

HELSINGFORS . *Societas pro Fauna et Flora Fennica.* — **Acta:** Vol. V, Pars 1-2, 1892; Vol. VI, 1889-1890; Vol. VII, 1890; Vol. VIII, 1890-1893. — **Meddelanden:** Häftet 16, 1888-1891; 17, 1890-1892; 18, 1891-1892.

KÖNIGSBERG. . *Physikalisch-Oekonomische Gesellschaft.* — **Schriften:** Jahr. XXXII, (1891); Jahr. XXXIII, (1892). — **Beiträge zur Naturkunde Preussens:** N^os^ 6, 7, 1890.

LIEGI . . . . . *Société Géologique de Belgique.* — **Annales:** T. XIX, 1^er^-4^me^ Livr., (1891-1892), T. XVIII, 1^er^-3^me^ Livr. (1891-1892); T. XIX, 1^er^-4^me^ Livr., (1891-1892).

LIONE . . . . . *Académie des Sciences, Belles-Lettres ed Arts de Lyon.* — **Mémoires:** Classe des Sciences, Vol. XXX, 1889-1890; Vol. XXXI, 1892. — Classe des Lettres, Vol. XXVII, 1890-1891; Vol. XXVIII, 1892. — Sciences et Lettres, Troisieme Série, Tome 1^er^, 1893.

LIPSIA . . . . . *K. Sächsiche Gesellschaft der Wissenschaften.* — **Abhandlungen:** Mathematisch-Physische Classe: XVIII Band, N^os^ II-VIII, 1892; XIX Band, 1893; XX Band, N^os^ I-IV, 1893. — Philologisch-Historiche Classe: XIII Band, N^os^ IV-VII, 1892-1893; XIV Band, N^os^ I-IV, 1893. — **Berichte über die Werhandlungen:** Matematisch-Phisische Classe: 1891, III-IV (1891); 1892, I-VI (1892-93); 1893, I-VI (1893). — Philologisch-Historische Classe: 1891, II-III (1892); 1892, I-III (1892-1893); 1893, I (1893).

LONDRA . . . . *London Mathematical Society.* — **Proceedings:** Vol. XXII, N^os^ 426-429 (1891); Vol. XXIII, N^os^ 430-449, 1891-1892; Vol. XXIV, N^os^ 450-468, 1892-1893.

» . . . . *British Association for the advancement of Science.* — **Reports:** of the sixty-first Meeting held at Cardiff in august 1891. London, 1892; — of the sixty-second Meeting held at Edimburgh in august 1892. London, 1893.

LUCCA. . . . . *R. Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti.* — **Atti:** T. XXVI, (1893).

LUSSEMBURGO. *Institut Royal Grand-Ducal.* — **Pubblications:** Section historique, Vol. XXXIX (1891) Vol. XLI (1890); Vol. XLII, 1^er^ Fasc. (1891).

C

MACON . . . . *Académie de Macon.* — **Annales:** 2e Série, T. VIII (1891) T. IX (1892).

MADISON WIS — *Wisconsin Academy of Sciences, Arts and Lettres.* — **Transactions:** Vol. VIII, 1888-1891.

MANCHESTER . *Literary and Philosophical Society.* — **Memoirs and Proceedings:** 4th Series, T. IV, N.° 3-4, 1891; T. V, N.° 1-2, 1892; T. VI, 1892; T. VII, N.° 1, 1893.

MELBOURNE . . *Royal Society of Victoria.* — **Transactions:** Vol. II, Part. I, 1890; Vol. II, Part. II, 1891; Vol. III, Part. I, 1891. — **Proceedings:** New Series, Vol. III, 1891; Vol. IV, Part. I-II, 1892.

MESSICO . . . . *Observatorio Meteorológico-Magnético Central de Mexico.* — **Boletin Mensual:** Tomo III, N.° 3-4, 1890.

» . . . . *Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya,* — **Boletin:** T. I, N.° 7-14 (1891). — **Anuario:** para el año de 1893; año XIII, 1892.

» . . . . *Sociedad Cientifica « Antonio Alzate ».* — **Memorias y Revista:** T. V, Cuaderno 1-12 (1891-1892); T. VI, Nos 1-12 (1892-1893); T. VII, Nos 1-2 (1893-94).

» . . . . *El Instructor periodico cientifico y literario.* — **Aguascalientes:** 1892-93.

MINNEAPOLIS . *Minnesota Academy of Natural Sciences.* — **Bulletin:** Vol. III, N.° 2, 1891.

MILANO . . . . *Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.* — **Memorie:** Classe di Scienze Matematiche e Naturali: Vol. XVII, Fasc. I-II, 1892. — Classe di Scienze Storiche e Morali: Vol. XIX, Fasc. I, 1892. — **Rendiconti:** Serie II, Vol. XXV, Fasc. I-XX, 1892; Vol. XXVI, Fasc. I-XVII, 1893. — Vedi *Autori:* RAJNA M.

» . . . . *R. Osservatorio di Brera.* — **Calendario Astronomico** di Milano per l' anno bistestile 1892 e per l' anno 1893 (1891-1892). — **Osservazioni Meteorologiche** eseguite nell' anno 1891 e 1892 da E. PINI.

» . . . . *Annuario Scientifico ed Industriale.* — Anno XXVIII, Parte I, Parte II (1891); Anno XXIX, (1892); Anno XXX (1893).

MODENA . . . . *Consiglio Provinciale.* — **Atti:** 1890 (1892). — **Annuario della Provincia** per l' anno 1892, per l' anno 1893.

» . . . . *Consiglio Comunale.* — **Atti:** Anno 1890-91 (1891); Anno 1891-92 (1892).

» . . . . *R. Università degli Studi.* — **Annuario:** Anno Scolastico 1891-92 (1882); Anno Scolastico 1892-93 (1893). — Vedi *Autori:* MAGGIORA A.

» . . . . *R. Deputazione di Storia Patria per le Provincie Modenesi* — **Atti e Memorie:** Serie IV, Vol. I-III, 1892. — **Monumenti:** Serie delle Cronache (Agiografie ecc.); T. XIV, Fasc. II, 1891. — Serie degli Statuti; T. III, Parte II, Testo, 1893.

MODENA . . . . *Corte d'Appello - Sezione di Modena.* — **Statistica Giudiziaria:** 1892 (1893).

» . . . . *R. Biblioteca Estense.* — **Elenco dei cataloghi** della R. Biblioteca e Museo Estense, 1892.

MONACO . . . . *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.* — **Abhandlungen:** Philosophisch-Philologische Classe: XIX Band, II Abth. (1891); III Abth. (1892). — Historische Classe: XIX Band, III Abth. 1891; XX Band, I Abth. 1892; II Abth. 1893. — Mathematisch-Phisikalische Classe; XVII Band, III Abth. 1892; XVIII Band, I Abth. 1893. — **Sitzungsberichte:** Philosophisch-Philologische und Historiche Classe: 1890 Band. II, Heft III (1891); 1891 Heft I-V (1891, 1892); 1892 Heft I-IV (1892, 1893); 1893 Heft I-II (1893). — Mathematisch-Physikalische Classe; 1891 Heft I-III (1891, 1892); 1892 Heft I-III (1892, 1893); 1893 Heft I-II, 1893.

» . . . . *K. Sternwarte in Bogenhausen bei München.* — **Neue Annalen:** Band II, 1891 (Zweites Münchener sternverzeichniss enthalden die mittleren Oerter von 13200 sternen für das Aequinotium 1880: beobachtet und berechnet von D.r JULIUS BANSCHINGER). — **Festrede**, 14 November 1891; 15 November 1892; 21 März 1893. Vedi *Autori:* WECKLEIN N.; REBER (v) F.; CARRIERE M. **Gedächtnisrede** auf Wilhelm von Giesebrecht; 21 März 1891; auf Konrad Hofmann; 28 März 1892; auf Karl von Nägeli; 21 März 1893; Vedi *Autori:* RIEZLER S., HERTZ WILHELM, GOEBEL K. — **Rede** Ueber allgemeine Probleme der Mecanik des Himmels. — Vedi *Autori:* SEELIGER H.

MONCALIERI. . *Osservatorio Centrale del Real Collegio Carlo Alberto in Moncalieri.* — **Bollettino Mensuale:** Serie II, Vol. XI, N. XII (1891); Vol. XII, Ni I-XII (1892); Vol. XIII, N. I-XI (1893).

MONS . . . . . *Société des Sciences des Arts et des Lettres du Hainaut.* — **Mémoires et publications:** Vme Série, T. II (1890); T. III (1891).

MONTPELLIER . *Accadémie des Sciences et Lettres de Montpellier.* — **Mémoires:** Section des Lettres, T. IX, Années 1890-1892; Section des Sciences, T. XI, IIe e IIIe Fasc. Années 1885-1886 (1892).

MONTEVIDEO . . *Observatorio Meteorólogico del Colegio Pio de Villa Colon.* — **Boletin Mensual:** Año III, No. 7, 1991.

MOSCA. . . . . *Société Impériale des Naturalistes de Moscou.* — **Bulletin:** Année 1891, No. 1-4 (1891-1892); Année 1892, No. 1-4, (1892-1893); Année 1893, No. 1 (1893).

NANCY. . . . . *Académie de Stanislas.* — **Mémoires:** 5e Série, T. VIII (1890); T. IX (1891).

NAPOLI . . . . *Società Reale. R. Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche.* — **Atti**: Ser. II, Vol. V, 1893. — **Rendiconto**: Vol. V (Anno XXX), Fasc. 9-12, 1891; Vol. VI (Anno XXXI), Fasc. 1-12, 1892; Vol. VII, (Anno XXXII), Fasc. 1-7, 1893. — **Rendiconto** delle tornate e dei lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti. Nuova Serie, Anno VI, Gennaio a Dicembre 1892. — **Annuario** 1893.

» . . . . *Società Italiana delle Scienze.* — **Memorie** di Matematica e di Fisica. Serie III, T. VIII, 1892; T. IX, 1893.

» . . . . *Accademia Pontaniana.* — **Atti**: Vol. XXI, 1891. — **Indice** dei lavori scientifici e letterari contenuti nei Rendiconti pubblicati dal 1853 al 1877. Vedi *Autori:* ZINNO S.

» . . . . *Reale Istituto d' Incoraggiamento.* — **Atti**: Serie 4, Vol. V, 1892.

» . . . . *Ospedale Clinico.* — Vedi *Autori:* COZZOLINO V.

NEW HAVEN . *Connecticut Academy of Arts and Sciences.* — **Transactions**: Vol. VIII, Part 2, 1893; Vol. IX, Part 1, 1892.

» . *Astronomical Observatory of Yale University.* — **Transactions**: Vol. 1, Part III, and IV, 1893. — **Report** for the Year 1891-92: for the Year 1892-93.

NIMES. . . . . *Académie de Nimes.* — **Mémoires**: VII Série, T. XII, (Année 1889), 1890; T. XIII, (Annèe 1890. 1891.

PADOVA . . . . *R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova.* — **Atti e Memorie**: Nuova Serie, Vol. VII (1890-91) 1891; Vol. VIII (1891-92) 1893.

» . . . . *Società Veneto-Trentina di Scienze Naturali.* — **Bullettino**: T. V, N. 2, 1892. Vedi *Autori:* FAVARO A.

PALERMO . . . *Società Siciliana per la Storia Patria.* — **Archivio Storico Siciliano**: Nuova Serie, Anno XVI, Fasc. I-II, 1891; Fasc. III-IV, 1892; Anno XVII, Fasc. I-III, 1892; Fasc. IV, 1893; Anno XVIII, Fasc. I-III, 1893. — **Documenti**: Prima Serie. — Diplomatica, Vol. V, Fasc. XII, Appendice; Vol. XII, Fasc. II-IV (1892); Vol. XIII, Fasc. II-III (1893). — Quarta Serie. Cronache e Scrittori. Vol. I, 1892.

» . . . *Circolo Matematico.* — **Rendiconti**: Tomo VI, Fasc. I-VI, 1892; Tomo VII, Fasc. I-V, 1893.

» . . . *R. Osservatorio di Palermo.* — Vedi *Autori:* RICCÒ A.

PARIGI . . . . *Institut de France.* — **Mémoires** de l'Academie des Sciences; Tomes XXXIX, XLI-XLIV, 1877-1879. Tables générales des travaux contenus dans les Mémoires de l'Académie. Prémière Série, Tomes 1 a XIV (An VI, 1815). — Seconde Série, Tomes I a XL (1816-1878). — Mémoires presentés par divers Savants. Tomes XXVI a XXX, (1879-1889). Tables générales des travaux contenus dans les Mémoires présentés par divers Savant.

Prémiére Serie, Tomes I et II (1806-1811). Seconde Serie, Tomes I a XXV (1827-1877). — Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences. Tomes 82 a 115 (1876-1892). — Tables génerales des Comptes rendus des Sèances. Tomes LXII a XCI, 2 Janvier 1866 a 27 Dècembre 1880.

PARIGI . . . . *Recueil des Mémoires*, **Raports** et **Documents** relatifs à l'observations du passage de Venus sur le Soleil, T. II, Ie et II Partie (1878-1880); T. III, Ie-III Partie 1882-1885).

» . . . . *Société des Études Historiques.* — **Revue:** 4me Série; T. VIII, 1890; T. IX, 1891; T. X, 1892.

» . . . . *Société Nationale des Antiquaires de France.* — **Mémoires:** 5me Séries, T. X, 1889; 6me Série, T. I, 1890. — **Bulletin:** 1889-1890. Vedi *Autori:* COZZOLINO, SAINT-LAGER.

PARMA . . . . *R. Università.* — Vedi *Autori:* VECCHI S.

PIETROBURGO . *Académie Impériale des Sciences.* — **Mémoires:** T. XXXVIII, N.° 5-14, 1891, 1892; T. XXXIX, 1891; T. XL, N.° 1-2, 1892, 1893; T. XLI, N.° I, 1892. — **Bulletin:** Nouvelle Série, T. XXXIV, N.° 2-4. 1892; T. XXXV, N.° 1-3, 1893.

» . *Société Physico-Chimique Russe à l' Université de S. Petersbourg.* — **Journal:** T. XXIV, N.° 1-9, 1891; T. XXV, N.° 1-9, 1892. Vedi *Autori:* FRITSCHE.

PISA. . . . . . *Società Toscana di Scienze Naturali.* — **(Atti) Memorie:** Vol. VI, Fasc. 3.° e ultimo 1892, p. 385-444, Vol. XII, 1893. — **Processi Verbali:** Vol. VIII (1891-93), p. 1-241.

PRAGA. . . . . *K. Boem. Gesellschaft der Wissenschaften.* — **Abhandlungen:** Matematisch-Naturwissenschaftliche Classe. VII Folge, 4 Band, 1890-91 (1892). Classe für Philosophie, Geschichte und Philologie. VII Folge, 4 Band, 1890-91 (1892). — **Sitzungsberichte:** Matematisch-Naturwissenschaftliche Classe, Jahrgang 1891. Classe für Philosophie, Geschichte und Philologie. Jahrgang 1891. — **Jahresbericht:** 1891. — Vedi *Autori:* WEIR ED.

PRESBURGO . . *Verein für Natur und Heilkunde zu Presburg.* — **Verhandlungen:** Neue Folge; 7 Heft, 1887-1891 (1891).

QUITO . . . . . *Universidad Central del Ecuador.* — **Anales:** Serie 8.ª, N, 58-59 (1893); Serie 9.ª, N. 60-61.

RIO DE JANEIRO. *Obsevatorio do Rio de Janeiro.* — **Revista:** Anno VI, N. 11-12, 1891; Anno VII, N. 1, 1892. — **Annuario** para o anno de 1892. Vedi *Autori:* CRULS L.

ROMA . . . . . *Ministero di Grazia e Giustizia e dei Culti.* — **Lavori preparatorii pel Codice civile:** Vol. VI-VII della raccolta; 1892.

» . . . . . *Ministero dell' Istruzione Pubblica.* — **Annuario Ufficiale** 1892, 1893. — **Stato di previsione della spesa** per l'esercizio

finanziario dal 1.° Luglio 1892 al 30 Giugno 1893. — **Bollettino Ufficiale:** Anno XIX, Parte I-II (1892); Anno XX, Parte I-II (1893). — **Indici e Cataloghi:** XI. Annali di Gabriel Giolito de' Ferrari, Vol I, Fasc. IV, (1893); XV. I Manoscritti della R. Biblioteca Riccardiana di Firenze, Vol. I, Fasc. I-II (1893).

ROMA . . . . . *Ministero d'Agricoltura Industria e Commercio.* — **Annuario Statistico Italiano** 1892 (1893). — **Annali di Statistica:** Statistica Industriale, Fasc. XXXVI-XLVI (1891-93). — Tavole della frequenza e durata delle malattie osservate nelle persone inscritte a società di mutuo soccorso, 1892. — **Popolazione. Movimento dello Stato Civile:** Anno XXIX, 1890 (1892). — **Statistica della Istruzione Elementare** per l'anno 1889-90 (1892). — **Statistica della Istruzione secondaria e superiore** per l'anno 1889-90 (1892). — **Cause di morte. Statistica** dell'anno 1890 e **Notizie sommarie del 1891.** Introduzione, 1892. — **Annualità vitalizie ad uso delle Società di mutuo soccorso, delle Casse pensioni e delle Società di assicurazione sulla vita dell'uomo:** 1892. — **Statistica delle Confraternite:** Vol. I, Piemonte, Liguria, Lombardia, Veneto, Emilia, Toscana, Umbria e Lazio, 1892.

» . . . . . *Direzione Generale della Statistica.* — **Statistica Giudiziaria civile e commerciale:** per l'anno 1890 (1892); per l'anno 1891 (1893). — **Statistica Giudiziaria penale:** per l'anno 1890 (1892); per l'anno 1891 (1893). — **Studi preparatorii per il IV Censimento decennale della popolazione del Regno. Studi e Proposte:** 1892.

» . . . . . *Commissione Reale per l'inchiesta sulle Opere Pie.* Vol. IX. Appunti di legislazione e statistica comparata sulla pubblica beneficenza in Francia, Inghilterra, Germania, Austria e Svizzera, 1892. — **Statistica delle Opere Pie** al 31 Dicembre 1880 e **dei lasciti di beneficenza fatti negli anni 1881-90. Spese di beneficenza sostenute dai Comuni e dalle Provincie negli anni 1880-90:** Emilia e Marche (1892). — **Statistica delle Biblioteche:** Parte I, Vol. I. Piemonte, Liguria, Lombardia, Veneto ed Emilia, 1893.

» . . . . . *Institut International de Statistique.* — **Bulletin:** Tome VI, I-II livraison 1892; Tome VII, I livraison 1893.

» . . . . . *Ministero degli Affari Esteri.* — **Emigrazione e Colonie:** Rapporti dei RR. Agenti Diplomatici e consolari, 1893.

» . . . . . *R. Accademia dei Lincei.* — **Atti:** Anno CCLXXXVI, Serie IV. — **Memorie:** Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Na-

turali; Vol. VI (1890). — Anni CCLXXXVI, CCLXXXVII, Serie IV. Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche; Vol. VI Parte I, Vol. VII Parte I, Vol. VIII Parte I, Vol. IX Parte II, Notizie degli Scavi; Settembre-Dicembre; Indice topografico (1891); Vol. X Parte II, Gennaio-Dicembre; Indice topografico (1892), Serie V, Vol. I, Parte II, Gennaio-Luglio (1893). — **Rendiconti** pubblicati per cura dei Segretarii; Serie IV, Vol. VII, 2.° Semestre, Fasc. 11-12, 1891; Serie V, Vol. I, 1.° Semestre, Fasc. 1-12, 1892; 2.° Semestre, Fasc. 1-12, 1892; Vol. II, 1.° Semestre 1-12, 1893; Vol. II, 2.° Semestre, Fasc. 1-5, 7-11, 1893. — **Rendiconti**: Serie V, Vol. I, Fasc. 1-12, 1892; Vol II, Fasc. 1-10, 1893. — **Rendiconti** dell'Adunanza solenne del 5 Giugno 1892, e del 4 giugno 1893. — **Annuario** 1893.

ROMA . . . . . *R. Accademia Medica di Roma.* — **Bullettino**: Anno XVII, Fasc. VI-VIII (1891-93); Anno XVIII, Fasc. I-VIII (1892-93); Anno XIX, Fasc. I-IV (1893).

» . . . . . *Comitato di sanità militare.* – **Giornale Medico** del R.° Esercito e della R.ª Marina, Anno XXXIX, N. 11-12 (1891); Anno XL, N. 1-12 (1892): Anno XLI, N. 1-11 (1893).

» . . . . . *R. Comitato di Artiglieria e Genio.* — **Rivista** di Artiglieria e Genio; Anno 1891, Vol IV, Dicembre; Anno 1892, Vol. I, Gennaio, Febbraio, Marzo; Vol. II, Aprile, Maggio, Giugno; Vol III, Luglio, Agosto, Settembre; Vol. IV, Ottobre, Novembre, Dicembre; Anno 1893, Vol. I, Gennaio, Febbraio, Marzo; Vol. II, Aprile, Maggio, Giugno; Vol. III, Luglio, Agosto, Settembre; Vol. IV, Ottobre, Novembre.

» . . . . . *R. Comitato Geologico d'Italia.* — **Bollettino**: Anno XXII, Vol. XXII, N. 1 a 4 (1891); Anno XXIII, Vol. XXIII, N. 1 a 4 (1892).

» . . . . . *Uffizio Centrale Meteorologico e Geodinamico Italiano.* — **Annali**: Serie II, Vol. X, Parte I-IV (1888); Vol. XI, Parte I-III (1889).

» . . . . . *Biblioteca Nazionale Centrale Vittorio Emanuele di Roma.* — Vol. V, 5-12, 1890; ed Indice Alfabetico; Vol. VI, N. 12, 1891; ed Indice Alfabetico; Vol. VII, N. 13-14, 16-24, 1892; ed Indice Alfabetico.

» . . . . . *Società degli Spettroscopisti Italiani.* — **Memorie**: Vol. XXI, 1892, Disp. 1-12 (1892-93) Vol. XXII, 1893, Disp. 1-10 (1893).

» . . . . . *Clinica oculistica diretta dal comm. prof. Francesco Businelli.* — **Resoconto** per l'anno scolastico 1890-91, redatto dal dott. Gaetano Geronsi assistente, Pavia, 1892.

ROUEN. . . . . *Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Rouen.* — **Précis analytique des Travaux:** Année 1889-90 (1891); 1890-91 (1892).

ROVERETO. . . *Accademia degli Agiati di Rovereto.* — **Atti:** Anno IX, 1891; Anno X, 1892.

SAN FRANCISCO. *California Academy of Sciences.* — **Proceedings:** Second Series, Vol. III, Parte I, 1890-91. — **Occasional Papers:** III, 1893.

S.t LOUIS . . . *Academy of Science of S.t Louis.* — **Transactions:** Vol. V, N. 3-4 (1888-91); Vol. V, N. 1-8 (1892-93).

STRASBURGO. . *Kaiser Wilhelms-Universität.* — Vedi *Autori:* ANKER M., ARAKI T., ARIMORI S., ASCHOFF A., AUTENRIETH A., BAENTSCH M., BERGEMANN I., BERINGER W., BERMANN F., BERNHARDT F., BETHE M., BEYER E., BLAS O., BLIND A., BOHM H., BOPP P., BOSSERT E., BRANDI K., BRENNSCHEIDT E., BROGAN H., BURGUBURU P., BURWELL A., BUTTNER H., CAPAUNER J., CARO G., CLUTTERBUCK M. C., CRON I., DAVIDSOHN S., DIETRICH G., ENGELMANN W., FAULLIMEL EMIL., FIRMENICH-RICHARTZ E., FOSTER T. S., FRANTZ G., FRANTZEN J. J. A. A., FRENTZEL A, FRIDENBERG P. H., FÜCHTENBUSCH H., FUNKE A., GANTER L., GARKE H., GIERLICH N., GILSON E., GINSBURGER M., GISS E., GLIMM P., GÖSSGEN C., GRAF J., GLASER F., GORDON-PARKER J., HAPPEL F., HAUN F. J., HAUSTAEDT G., HAUTH E., HEIDECKER H., HENNEBERG H., HERGESELL W., HESS N., HINTZE K., HIRSCH K., HIRSCHFELD I. H., HOEFFEL T., HOEFFT C. T., HOFF C., HOFFMANN P., HOFFMANN R., HOFFMANN T., HOFMEISTER H. E., HÖLSCHER M., HOLZAPFEL K., HOYER H., IRMER W., JACOBSOHN F., JACOBSSOHN J., JAHN P., JEWETT J. R., JUTROSINSKI R., KAHN A., KASSEWITZ J., KAUFFMANN K., KAUSCH W., KAYSER R., KEESÉ F., KINNE C. H., KOCHS E., KOHN J., KRAFT H., KRANZ M. F., KRIEHN D., KROTOSCHIN A., KUHN A., KUZMITZKY M., LAAS M., LACHNER-SANDOVAL V., LANDAU M., LANGE B., LEBEDEW P., LECLERC C., LEINEN R., LIENHART H., LINSENMANN J., LUGENBÜHL E., LUIB A., LÜRMEN A., MANN O., MAYER W., MEDERNAC W., METZ A., MEZ A., MILLER J., MOLLATH G., MOSES J., MÖLKEN H., MYERS H. C., NESSLER A., NETTER N., NORDMANN A., OBERMULLER P., OTT F., PRÜSSIAN A., RECH J., REGNERY J., RINGEISEN A., ROETHER O., ROGHÈ E., ROSCH E., ROSENTHAL L. A., RUBENSOHN O., SACK A., SAMUEL E., SARASIN CH., SCHELB H., SCHMITZ O., SCHMOLL D., SCHNEEGANS E., SCHNITTER O., SCHOLL A., SCHÖNDORF J., SCHREIBER R., SCHROEDER H., SCHÜLLER H., SCHÜRMANN J., SCHWEITZER J., SELTER P., SHIELDS J., SHRADER W., SIEVEKING H., SIMON R., STÖBER F., SÜTTERLIN A., TAUBER E., TEREY (VON) G., THOMAS R., THOMPSON J. O., TOLMAN A. H., TORONSKI S. M., TORSTEINSÖN STRÖM K., ULRICH A., URBAN K.,

VALENTIN J., VOGEL L., VÖGE W., WAGNER P., WARSOW P., WASBUTZKI M., WEDEL R., WEHMANN M., WEILL E., WEILL G., WENDLING AEM., WESTPHAL J., WILLIAMS CH. A., WITTE H., WITTICH W., WITTKOWSKY G., ZAHN G. H., ZILLESSEN H.

SYDNEY . . . . *Royal Society of New South Wales.* — **Journal and Proceedings:** Vol. XXIV, Part II (1890); Vol. XXV, (1891); Vol. XXVI (1892).

» . . . . *Australasian Associations for the Advancement of Science.* — **Report** of the third Meeting held at Christchurch, New Zealand in January, 1891. Wellington, 1891; Report of the fourt Meeting held at Hobart, Tasmania in January, 1892, Tasmania, 1892.

TOLOSA . . . . *Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres.* — **Mémoires:** IX^me^ Série, T. III (1891); T. IV (1892).

» . . . . *Société Archéologique du Midi de la France.* — **Bulletin:** Série in 8.° N. 7-10 (1891-1892). Vedi *Autori:* BOUGLON (DE), REY-PAILHADE (DE).

TORINO . . . . *R. Accademia delle Scienze.* — **Memorie:** Serie II, T. XLII (1892); T. XLIII (1893). — **Atti:** Vol. XXVII, Disp. 1.ª-15.ª (1891-1892); Vol. XXVIII, Disp. 1.ª-15.ª (1892-1893). Osservazioni meteorologiche fatte all'Osservatorio della R. Università, Anni 1891, 1892 (1892-93). Vedi *Autori:* D'OVIDIO.

» . . . . *R. Accademia di Medicina.* — **Giornale:** Anno LIV, N. 11-12 (1891); LV, N. 1-12 (1892); Anno LVI, N. 1-7 (1893).

» . . . . *Società Meteorologica Italiana.* — **Annuario** meteorologico Italiano, Anno VII (1892).

» . . . . *Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino.* — **Atti:** Vol. V, Fasc. V (1892).

» . . . . *R. Accademia Albertina di Belle Arti.* — **Atti:** Anno 1891.

» . . . . *Prima Esposizione d'Architettura.* — **Conferenze:** Ottobre, Novembre 1890 (1891).

» . . . . *Campagne del Principe Eugenio di Savoia.* — Serie I, Vol. I-V (1889-1893); Allegati grafici. Dono di S. M. il Re.

TOKIO . . . . . (Vedi YOKOHAMA).

TRIESTE . . . . *Osservatorio Marittimo (IV Sezione della I. R. Accademia di Commercio e Nautica).* — **Rapporto Annuale:** contenente le Osservazioni meteorologiche e mareografiche di Trieste e le Osservazioni meteorologiche di alcune altre Stazioni Adriatiche per l'anno 1889; redatto da EDOARDO MAZELLE, Vol. VI, 1889 (1892); Vol. VII, 1890 (1892).

» . . . . *Società Adriatica di Scienze Naturali.* — **Bollettino:** Vol. XIII, Parte I-II (1891-1892); Vol. XIV (1893). Vedi *Autori:* STOSSICH M.

VENEZIA . . . *R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti.* — **Memorie:** Vol. XXIV, 1891. Vedi *Autori:* OMBONI G.

VICENZA. . . . *Accademia Olimpica.* — **Atti:** Vol. XXV, 1891; Vol. XXVI, 1892. Vedi *Autori:* OMBONI G.

VIENNA . . . . *K. Akademie der Wissenschaften.* — **Denkschriften:** Mathemat. — Naturwiss. Classe. LVIII, LIX Bd., 1891, 1892. — Philos-Histor. Classe. XL, XLI Bd., 1892. — **Sitzungsberichte:** Mathem. -- Naturwiss. Classe. Erste Abtheilung; C Bd., I-X Heft., 1891; CI Bd., I-X Heft., 1892; Abtheilung IIa; C Bd., I-X Heft., 1891; CI Bd., I-X Heft, 1892; Abtheilung IIb; C Bd., I-X Heft., 1891; CI Bd., I-X Heft., 1892; Abtheilung III; C Bd., I-X Heft., 1891; CI Bd., I-X Heft., 1892. — Philos-Histor. Classe. CXXIV Bd., 1891; CXXV Bd., 1891 (1892); CXXVI Bd., 1892; CXXVII Bd., 1893; CXXVIII Bd., 1893. — **Register** zu den Bänden 97 bis 100 der Sitzungsberichte der Mathem. Naturwiss. Classe. XIII, 1892; Register zu den Bänden 111 bis 120 der Sitzungsberichte der Philos-Histor. Classe. XII, 1890. — **Archiv für österreichische Geschichte:** LXXVII Bd., II Hälfte, 1891; LXXVIII Bd., I Hälfte 1892. — **Almanach:** XLI Jahrgang, 1891; XLII Jahrgang 1892.

» . . . . *K. K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.* — **Verhandlungen:** Jahrgang 1891, XLI Bd., III-IV Quartal; Jahrgang 1892 XLII Bd., I-IV Quartal; Jahrgang 1893 XLIII Bd., I-II Quartal.

» . . . . *K. K. Central Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.* — **Jahrbücher:** Jahrgang 1887. Neue Folge XXIV Bd., (1888); Jahrgang 1889. Neue Folge XXVI Bd., (1890); Jahrgang 1890. Neue Folge XXVII Bd., (1892); Jahrgang 1891. Neue Folge XXVIII Bd., (1893).

WASHINGTON . *Smithsonian Institution.* — **Annual Report** for the year ending Iune 30, 1889 (1891): to Iuly, 1890 (1891): for the year ending Iune 30, 1890 (1891). — **Miscellaneous Collections:** List of the Coleoptera of North America, 1863. Catalogue of Minerals, wilh their formules, etc., 1863. New Species of North American Coleoptera Part. I., 1863. List of the Institutions, Libraries, Colleges and other establishments in the United states in corrispondence with the Smithsonian Institution, 1872. List of the principal scientific and literary Institutions in the United States May, 1879. Catalogue of Pubblications of the Smithsonian Institution (1846-1882) 1882. Directory of Officers, Collaborators Employés, etc., of the Smithsonian Institution, National Museum Geological Survey, and fish commission. 1882.

WASHINGTON . *United States Coast and Geodetic Survey.* — **Report** of the Superintendant: Iune 1890 Part I Text, Part II Sketches (1892). — **Bulletin:** 25 (1892). Vedi *Autori:* CLAYBANGH GORDON I.

» . *United States Geological Survey.* — **Annual Report:** Tenth, 1888-89 Part I-II (1890). — **Monographs:** XVII, The Flora of the Dakota Group a posthumous work by LEO LESQUEREUX, 1891. — XVIII, Gasteropoda and Cephalopoda, of the Raritan Clays and Grensand Marls of New Jersey by ROBERT PARE WHITFIELD, 1892. — XX, Geology of the Eureka District, Nevada with an Atlas by ARNOLD HAGUE, 1892. — **Mineral Resources** of the United States. Calendar year 1889 and 1890 (1892). Calendar year 1891 (1893). — **Bulletins** N. 67-86, 1890-1892, 90-96, 1892.

» . *United States Naval Observatory.* — **Reports** of the Superintendent: for the year ending Iune 30, 1891; for the year ending Iune 30, 1892. — **Observations** made during the year 1886 (1891): made during the year 1887 (1892): made during the year 1888 (1892).

WELLINGTON . *New Zealand Institute.* — **Transactions and Proceedings:** Vol. XXIV, 1891; Vol. XXV, 1892.

YOKOHAMA . . *Deutsche Gesellschaft für Natur-und Völkerkunde Ostasiens in Tokio.* — **Mittheilungen:** Band V, 47, 48, 49, 50 Heft, Seite 295-512 (1889-1892). Supplement Heft. II und III zu Band V (1892). Band. VI, 51, 52 Heft, Seite 1-102 Tokio (1892-1893).

ZAGABRIA . . . (Agram). *Societas historico-naturalis Croatica.* — Vedi *Autori:* STOSSICH M.

ZURIGO . . . . *Société Helvétique des Sciences Naturelles.* — **Nouveaux Mémoires:** Vol. XXXII, 2^{me} livraison: Zurich 1891.

II.

Autori:

Anker Martin. — *Ueber das Vorkommen intermittirenden Fiebers bei chronischen Krankheiten ohne Eiterung.* Strassburg, 1890.

Araki Trasaburo. — *Über die Bildung von Milchsäure und Glycose im Organismus bei Sauertoffmangel.* Strassburg, 1881.

Arimori Sinkiti aus Okayama (Japan). — *Das Staatsrecht von Japan.* Strassburg, 1892.

Aschoff Albrecht. — *Beitrag zur Entwiklungsgeschichte der Arterien beim menschlichen Embryo.* Jena, 1892.

Autenrieth Alfred. — *Ueber die funktionellen Resultate der Chopart'schen Fussexartikulation.* Stuttgard, 1891.

Baentsch Max. — *Ueber die Grenzen der Operirbarkeit des Gebärmutterkrebses.* Sorau N.-L. 1890.

Bergemann Julius. — *Ein Fall von Abblassen der Tätowirung nach traumatischer Neuritis, mit Bemerkungenkungen über Tätowirung und über den Einfluss der Nerven auf die Pigmentationen.* Strassburg, 1891.

Beringer Werner. *Die Dictio Dotis.* Metz, 1891.

Bermann Ferdinand. — *Ueber traumatische Neurosen,* Strassburg, 1892.

Bernhardt Franz. — *Ein Fall von kyphotischem Becken in der geburtschilflichen Klinik zu Strassburg* Bad Reinerz (Schles).

Bertoni Giuseppe. — *Il Nuoto secondo la scienza e secondo la pratica.* Modena, 1891.

Bethe Martin. — *Beiträge zur Kenntniss der Zahl-und Maassverhältnisse der rothen Blutkörperchen.* Naumburg a/S, 1891.

Beyer Ernst. — *Untersuchung der Skeletteile aus einem Gräberfelde bei Illkirch.* Strassburg, 1892.

Blas Otto. — *Ueber Fremdkörper in der Nase und Rhinolithenbildung.* Strassburg, 1892.

Blind August. — *Beitrag zur Aetiologie der Uterusruptur während der Schwangerschaft un unter der Geburt.* Strassburg, 1892.

Bohm Hermann. — *Ueber cerebellare Ataxie nebts einem casuistischen Beitrag zur Lehre von den Kleinhirngeschwülsten.* Strassburg, 1891.

Bopp Peter. — *Ein Fall von retrogradem Catheterismus.* Strassburg, 1891.

Bossert Eduard. — *Über Mastdarmpolypen bei Kindern.* Strassburg, 1892.

BOUGLON (de) R. — *Le reclus de Tolouse sous la terreur.* Toulouse, 1893.

BRANDI KARL. — *Kritisches Verzeichnis der reichenauer Urkunden des* VIII-XII. Jahrhunderts. Heidelberg, 1890.

BRENNSCHEIDT EMIL. — *Ueber das Einpressen des Kindskopfes in das Becken.* Strassburg, 1891.

BROGAN HUGO HEINRICH. — *Das magnetische Feld im physikalischen Laboratorium und die ermagnetischen Constanten von Strassburg.* Strassburg, 1892.

BURGUBURU P. — *Zur Bakteriologie des Vaginalsekrets Schwangerer.* Würzburg, 1883 Wien.

BURWELL ARTHUR W. — *Ueber die Einwirkung von Natriumaethylat auf Isopropylparaconsäureaethylester.* Strassburg, 1892.

BUTTNER HERMANN. — *Die Überlieferung des Roman de Renart insbesondere die Handschritft O.* Strassburg, 1891.

CAMPORI MATTEO. — *Regesto della corrispondenza di Raimondo Montecuccoli col Principe Mattia de' Medici conservata nella Biblioteca nazionale di Firenze e nell'Archivio mediceo.* Modena, 1893.

CAPAUNER ISMAR. — *Beitrag zur Kenntniss der sympathiscen Ophtalmie.* Breslau, 1890,

CARO GEORG. — *Die Verfassung Genuas zur Zeit der Podestats.* Strassburg, 1891.

CARRIERE M. — *Erkennen Erleben Erschliessen.* (Festrede gehalten in der öffentlichen Sitzung de k. b. Akademie der Wissenschaften zu München). München, 1893.

CERRETTI CESARE. — *In memoria di Cesare Foucard.* 7 dicembre 1893.

CHERNEL S. — Vedi *Istituti:* Budapest.

CLAYBAUGH GORDON M. A. Ph. D. — *Notes and Observations upon the education of the deaf with a revised index — Education of deaf. Children.* Washington, 1892.

CLUTTEMBERG M. C. — *On tetrolic Acid.* Strassburg, 1891,

CORRADINI MAURO. — *La Contabilità comunale e i deliberati del V Congresso Nazionale dei Ragionieri.* Torino, 1893.

COZZOLINO V. Prof. pareggiato della R. Università di Napoli, e Direttore della Clinica pareggiata per le malattie dell'orecchio, naso e gola nell'Ospedale Clinico di Napoli. — *Formulario clinico terapeutico regionato per le malattie dell'orecchio.* Napoli, 1887. — *Igiene pubblica e privata nella difteria (difterite, faringea, laringea, ecc). basate sulle più diligenti ricerche statistiche e batteriologiche.* Napoli, 1890. — *Terapia clinica dei difterici coll'esame critico degli ultimi metodi di cura in specie della scuola medica francese basato sulla propria osservazione clinica e sugli ultimi progressi della batteriologia nella difteria.* Milano 1891. — *Igiene dell'orecchio.* Napoli, 1891. – *Elenco delle pubblicazioni e dei titoti* del prof. V. Cozzolino. Napoli, 1891. — *Les instruments et la technique chirurgicale employés dans les affections des sinus du nez* (frontaux,

maxillaires, elhmoidaux, sphénoïdaux et ethmoïdo-lacrymaux). Paris, 1891.

CRON S. — *Die Stellung des attributiven Adjektivs im Altfranzösischen.* Strassburg, 1891.

CRULS L. Directeur de l'Observatoire de Rio de Janeiro. — *Le Climat de Rio de Janeiro.* 1892.

CURTIUS H.rn — *Die Tempelgiebel von Olympia.* Berlin, 1891.

DADAY J. (D.r). — Vedi *Istituti:* Budapest.

DALLOLIO ALBERTO. — *Discorso per la solenne apertura del Museo dell'ottavo centenario dello Studio Bolognese, XIV marzo 1892.* Bologna, 1892.

DAVIDSOHN SEMMY. — *Über die Arteria uterina und das untere Uterinsegment. Ein Beitrag zur Theorie der Placenta praevia.* Hannover, 1892.

DENZA P. FRANCESCO. — *Bolide del 20 gennaio 1891.* Roma, 1891. — *Terremoto del 20 gennaio 1891.* Roma, 1891. — *Gli strumenti registratori della Specola Vaticana e lo scoppio della polveriera del 23 aprile 1891.* Roma, 1891. — *Pioggia di sabbia.* Roma, 1891.

DIETRICH G. — *Beitrag zur Statistik des Mammacarcinoms.* Leipzig, 1892.

D'OVIDIO ENRICO. — *Discorso in commemorazione di Angelo Genocchi.* Torino, 1892.

ENGELMANN WILHELM. — *Ueber das Traumatische Aneurysma der Carotis communis. Beitrag zur Casuistik der Aneurysmen und ihrer Therapie.* Erlagen, 1892.

FAULLIMEL EMIL. — *Ueber die Enterolithen und deren Behandlung.* Bischweiler, 1890.

FAVARO ANTONIO. — *Della Vita e delle Opere del Senatore Domenico Turazza.* — Commemorazione letta nell'aula magna della R. Università di Padova addì 27 marzo 1892. Padova, 1892.

FILIPPI BONAVIA Conte FILIPPO. — *Dodici Lettere direttegli da illustri letterati viventi o da poco defunti.* Osimo, 1883. — *Commemorazioni del conte Romolo Grimaldi e di Pacifico Fortunati.* Bologna, 1887. — *Necrologia di Antonio Gregori Min. Oss.* Osimo, 1890.

FIORENTINO VINCENZO. — *I probi viri,* 1892.

FIRMENICH-RICHARTZ E. — *Bartholomaeus Bruyn und seine Schule.* Leipzig, 1891.

FOSTER T. G. — *Iudith Studies in Metre, Language and Style, with a view to determining the Date of the oldenglisch Fragment and the Home ist Author.* Strassburg, 1892.

FRANTZ GUILELMUS. — *De Comoediae atticae prologis.* Augustae Treverorum, 1891.

FRANTZEN J. J. A. A. — *Kritische Bemerkungen zu fischarts Uebersetzung von of Rabelais' Gargantua.* Strassburg, 1892.

FRENTZEL A. — *Zur Semiotik und Therapie mesenterialer Cysten.* Leipzig, 1892.

FRIDENBERG PERCY. H. — *Ueber die Sternfigur der Cristall-Linse.* Strassburg, 1891.

FÜCHTENBUSCH HERMANN. — *Beiträge zur Casuistik der Schwangerschaft, der Geburt u. des Wochenbetts bei Vagina septa, Uterus unicornis, bicornis u. septus.* Strasshurg, 1892.

FUNKE ALBRECHT. — *Ueber gangränöse Fibromyome des Uterus.* Strassburg, 1891.

GANTER LUDWIG. — *Die Provinzialverwaltung der Triumvirn.* Strassburg, 1892.

GARKE HERMANN. — *Prothese und Aphaerese des H im Altochdeutschen.* Strassburg, 1891.

GEELMUYDEN H. — Vedi *Istituti:* Cristiania (Università).

GIERLICH NIC. — *Ueber secundäre Degeneration bei cerebraler Kinderlähmung.* Berlin, 1891.

GILSON EUGEN. — *La Subérine et les cellules du Liège.* Lierre, Louvain, 1890.

GINSBURGER MOSES. — *Die Anthropomorphismen in den Thargumim* Braunschweig, 1891.

GIOVANNINI ANTONIO. — *Inventa et Mores, Carmen in certamine poetico Hoeufftiano praemio aureo ornatum.* Amstelodami, 1893.

GISS EUGEN. — *Casuisticher Beitrag zur Lehre von den Hirntumoren.* Strassburg, 1890.

GLASER FRITZ. — *Ueber Aethylitaconsäure und die durch Umlagerung daraus gebildeten isomeren Säuren.* Strassburg, 1891.

GLIMM PAUL. — *Ein Beitrag zur operativen Behandlung von Prolapsus uteri und Retroflexio.* — Strassburg, 1891.

GOEBEL K. — *Gedächtnisrede auf Karl von Nägeli gehalten in der öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wissenschaften zu Munchen am 21 Marz 1893.* München, 1893.

GORDON PARKER J. — *Ueber neue Synthesen mit Brenztraubensaure.* Strassburg, 1891.

GÖSSGEN CARL. — *Rousseau und Basedow.* Burg, 1891.

GRAF JOSEPH. — *Die Germanischen Bestandtheile des Patois Messin.* Mezt, 1890.

HAPPEL FRIEDRICH. — *Das Resorptionsvermögen der menschlichen Haut für zerstäubte Lösungen.* Strassburg, 1891.

HAUN FRIEDRICH JOHANNES. — *Bauer und Gutscherr in Kursachsen. Schilderung der Ländlichen Wirtschaft und Werfassung im 16, 17 und 18 Jahrhundert.* Strassburg, 1891.

HAUSTAEDT GUSTAV. — *Die Hauptursachen der Harnbeschwerden alter Männer.* Strassburg, 1890.

HAUHT ERNST. — *Beitrag zur Lehre des Ersatzes von Knochendefekten.* Strassburg, 1891.

HEIDECKER HUGO. — *Ueber die Bedeutung der §§ 660, 661 der Deutschen C. P. O. für die materielle Rechtskraft ausländischer Urteile insbesondere ausländischer Ehescheidungsurteile.* Strassburg, 1892.

HENNEBERG HERMANN. — *Die politischen Beziehungen zwischen Deutschland un Frankreich unter König Albrecht I. 1289-1308.* Strassburg, 1891.

HERGESELL WILLY. — *Ueber die Formel von G. G. Stokes zur Berechnung regionaler Abweichungen des Geoids vom Normalsphäroid. Ein Beitrag zu den neueren Untersuchungen über die Gestalt der Erdoberfläche.* Strassburg, 1891.

HERMANN O. — Vedi *Istituti:* Budapest.

HERTZ WILHELM. — *Gedachtnisrede auf Konrad Hoffmann gehalten in der öffentlichen Sitzung del k. b. Akademie der Wissenschaften zu Munchen am 28 März 1892.* München, 1892.

HESS NATHAN. — *Ein Beitrag zur Lehre von der Verdauung und Resorption der Kohlehydrate.* Frankfurt, 1892.

HINTZE KURT — *Ueber die Entwicklung der Zungenpapillen beim Menschen.* Strassburg, 1890.

HIRSCH KARL. — *Beiträge zum Verhalten der Hautreflexe an den unteren Extremitäten bei Erkrankungen des Rückenmarks.* Berlin, 1890.

HIRSCHFELD IMANUEL HERMANN. — *Ueber die Behandlung der Carcinomatösen Oesophagus-Strikturen mit Morphium.* Leipzig, 1890.

HOEFFEL TIMOTHEUS. — *Dystrophia muscularis progressiva.* Strassburg, 1891.

HOEFFT CARL THEODOR. — *France, Franceis und Franc im Rolansliede.* Strassburg, 1891.

HOFF CARL. — *Zur Aetiologie der septischen und pyämischen Erkrankungsprocesse.* Strassburg, 1890.

HOFFMANN PAUL. — *Ueber den Horner' schen Symptomencomplex* (Ptosis, Myosis, Anidrosis, Enophthalmus unilateralis). Strassburg, 1891.

HOFFMANN REINHOLD. — *Beiträge zur Kenntnis der Keratitis parenchymatosa.* Strassburg, 1891.

HOFFMANN THEODOR. — *Ueber die Umwandlung der Phenyl-βγ-pentensäure* (Cinnamenylpropionsäure) *in Penyl-αβ-pentensäure.* Strassburg, 1892.

HOFMEISTER HERMANN EMIL. — *Statistik über 232 Fälle von placenta praevia.* Strassburg, 1890.

HOGAN E. — Vedi *Istituti:* Dublino.

HÖLSCHER MATTHIAS. — *Die mit dem Suffix — acum, — iacum gebildeten Frazösischen Ortsnamen.* Strassburg, 1890.

HOLZAPFEL KARL. — *Ueber Indicationen und Erfolge der gynäkologischen Massage.* Wien, 1890.

HOYER HEINRICH. — *Ueber den Feineren bau der Milz von Fischen, Amphibien, Reptilien und Vögeln.* Strassburg, 1892.

INVERARDI GIOVANNI. — *Rendiconto Sommario dell' Istituto ostetrico-ginecologico* (maternità) *di Firenze.* Firenze, 1892.

IRMER W. — *Ueber Rückenmarkserkrankungen nach Typhus.* Strassburg, 1899.

JACOBSOHN FRANZ. — *Untersuchungen über den Weissen Infarct der Placenta.* Stuttgart, 1890.

JACOBSSOHN JACQUES. — *Ueber den Defect und die rudimentäre Entwicklung der Scheide.* Kempen, 1890.

JAHN PAUL. — *Beiträge zur Kenntniss der histologischen Vorgänge bei der Wachsthumsbehinderung der Röhrenknochen durch Vesletzungen der Intermediärknorpels.* Naumburg, 1891.

JELLESMA E. I. — Vedi *Istituti:* Amsterdam.

JEWETT JAMES RICHARD. — *Arabic Proverbs and proverbial Phrases.* New Haven, 1891.

JUTROSINSKI RICHARD. — *Influenza-Psychosen.* Berlin, 1890.

KAHN ADOLF. — *Das Resorptionsvermögen der intacten Haut unter der Wirkung des constanten Stromes.* Strassburg, 1891.

KASSEWITZ JOSEPH. — *Die Französischen Wörter im Mittelhochdeustschen.* Strassburg, 1890.

KAUFMANN KARL. — *Ueber Hysterie beim Manne.* Strassburg, 1891.

KAUSCH WALTER. — *Ueber den Gehalt der Leber und der Galle an Cholestearin unter pathologischen Verältnissen.* Strassburg, 1891.

KAYSER ROBERT. — *Beitrag zur Aetiologie der tertiären Lues.* Colmar, 1891.

KEESÉ F. — *Beitrag zur Therapie der Tubenschwangerschaft unter berücksichtigung der Haematocele retrouterina.* Strassburg, 1890.

KINNE CHARLES H. — *Formulas in the language of the french Poet-dramatists of the seventeenth century.* Boston, U. S, A., 1891.

KOCHS EWALD. — *Beitrag zur Isomerie der festen und flüssigen Crotonsäure.* Strassburg, 1890.

KOHN IULIUS. — *Beiträge zur Casuistik der extragenitalen Sclerosen.* Strassburg, 1891.

KRAFT HEINRICH. — *Zur Physiologie der Flimmerepithels bei Wirbelthieren.* Strassburg, 1891.

KRANZ MELCHIOR FREMONT. — *Die Clitoridectomie. Historisch-Kritisch dargestellt.* Strassburg, 1891.

KRIEHN GEORGE. — *The English Rising in 1450.* Strassburg, 1892.

KROTOSCHIN ALEXANDER. — *Anatomischer Beitrag zur Entstehung der Myopie.* Wiesbaden, 1890.

KUHN ADOLF. — *Beiträge zur Geschichte der Seleukiden vom Tode Antiochos VII. sidetes bis auf Antiochos XIII. Asiatikos 129-64 V. C.* Altkirch, 1891.

KUZNITZKY MARTIN. — *Wie und wann ist Syphilis zu behandeln?* Strassburg, 1892.

LAAS MARTIN. — *Ueber den Einfluss der Luft aut den Widerstand des Quecksilbers.* Berlin, 1892.

LA CHINA MONSIGNOR. — *Uomini e cose. Vol. 2. Vittoria* (Sicilia) 1893.

LACHNER-SANDOVAL V. — *Beitrag zur Kenntniss der Gattung Roxburghia.* Cassel, 1892.

LANDAU MAX. — *Ueber infantilen Habitus infantile und Zwergbecken.* Strassburg, *1891.*

LANGE BOGUMIL. — *Ueber den Eeinfluss des Nervenzystems auf die Aufsaugung.* Strassburg, 1891.

LEBEDEW PETER. — *Ueber Messungen der Dielectricitätsconstanten der Dämpfe und ueber die Mossoticlausius' sche Theorie der dielectrica.* Leipzig, 1891.

LECLERC CARL. — *Ueber den Einfluss der Influenza anf das Wachsthum der Geschwülste der weiblichen Geschlechtstheile.* Wien. 1891.

LEINEN RUDOLF. — *Ueber Wesen un Entstehung der trennbaren Zusammensetzung des deuschen Zeitwortes mit besonderer Berüchsichtigung des Gotischen und Althochdeutschen.* Strassburg, 1891.

LIENHART HANS. — *Laut-und flexionslehre der Mundart des mittleren zornthales im Elsass.* Strassburg, 1891.

LINSENMANN JOHANNES. — *Ueber die Anwendung des Jodkalium in hohen Dosen.* Würzburg, 1890.

LOEWENBERG (D.r). — *L' Otite Grippale observeé a Paris en 1891.* Tours, 1892.

LORIA GINO. — *Nicola Fergola e la scuola de' Matematici che lo ebbe a duce.* Genova, 1892.

LUGENBÜHL EMIL. — *Zur Casuistik der Urethrafisteln der Mannes.* Wiesbaden, 1891.

LUIB ALFONS. — *Ueber die Einwirkung von Natronlauge auf die Phenylisocrotonsäure.* Strassburg, 1891.

LURMAN AUGUST. — *Ueber die Recidive der acuten, infectiösen Osteomyelitis.* Strassburg, 1890.

MACCARTHY B. — Vedi *Istituti:* Dublino.

MADARÀSZ I. — Vedi *Istituti:* Budapest.

MAGGIORA ARNALDO prof. nella R. Università di Modena. — *Untersuchungen über die Wirkung der Massage auf die Muskeln des Menschen.* (Separatabdruck ans dem Archiv. für Higiene). — *Lodovico Antonio Muratori igienista. Prolusione al corso d' Igiene per l' anno scolastico 1892-93.* Milano, 1893.

MAGGIORA A. e MUSSO G. — *Carni fresche.* Torino, 1893.

MANN OSCAR. — (Fasc. I: Geschichte Persiens in den Jahren 1747-1750). Leiden, 1891.

MARTONE M. — *Introduzione alla teoria delle Serie* — Parte seconda — *Il problema universale del Wronski e la risoluzione algebrica dell' equazione.* Catanzaro, 1892.

MAYER WILLY. — *Ein Fall von traumatischer uterusruptur wärhrend der Geburt, Laparotomie-Heilung.* Strassburg, 1880.

MAZZOTTI LUIGI. — *Necrologia del Prof. Alfonso Corradi.* Bologna, 1893.

MEDERNAC WILLHELM. — *Die Hypertrophye der Tonsilla pharingea und ihre Behandlung.* Würzburg, 1890.

MELUCCI P. — *Il Sistema ipotecario nel diritto civile italiano.* Torino, 1893.

METZ AUGUST. — *Ueber die therapeutischen Wirkungen des Solanins bei Nervenkrankheiten.* Strassburg, 1891.

MEZ A. — *Geschichte der Stadt Harrân in Mesopotamien bis zum Einfall der Araber.* Strassburg, 1892.

MILLER IULIUS. — *Ueber Sehnen und Muskelluxationen.* Tübingen, 1892.

MOHN. H. — Vedi *Istituti:* Cristiania (Istituto Meteorologico).

MÖLKEN HENRICUS. — *In commentarium de bello africano quaestiones cristicae.* Argentorati, 1892.

MOLLATH GEORG. — *Klinisch-experimentelle Untersuchungen über die wehenerregende und-befördernde Wirkung des elektrichen Schröpfkopfes.* Wien, 1891.

MOSES IULIUS. — *Aus der psychiatrischen Klinik in Strassburg. Beiträge zur Kenntnis der Aetiologie un Genese psychischer Störungen im Kindesalter.* Strassburg, 1892.

MYERS HARRY C. — *Ueber Dichlormethylparaconsäure.* Strassburg, 1891,

MUSSO G. e MAGGIORA A. — *Carni fresche.* Torino, 1893.

NESSLER ANTON. — *Ueber die nach Verletzungen der Hinterhauptslappen auftretenden Störungen.* Strassburg, 1891.

NETTER NATHAN. — *Die Geschichte Noahs und der Sündflut. Eine Uebersetzung und kritische Behandlung des Midrasch Rabbah: Genes. Par. 25, 2; 26, 1; 26, 3 und Par. 29-36 nebst Anhang.* Strassburg, 1891.

NÖLDEKE H.rn TH. — *Das arabische Märchen vom Doctor und Garkoch.* Berlin, 1891.

NORDMANN ALBERT. — *Ueber der Oberkiefferhöhle.* Strassburg, 1890.

OBERMULLER PAUL. — *Ueber Isomere derivate der Phenylisocrotonsäure.* Strassburg, 1890.

OMBONI G. — Achille de Zigno — *Cenni biografici estratti dal discorso d'apertura della Riunione della Società Geologica Italiana in Vicenza nel settembre 1892.* Padova, 1892. — *Frutto fossile di pino* (Pinus Priabonensis n. sp.) *da aggiungersi alla flora terziaria del Veneto.* Venezia, 1892.

OTT. FRIEDRICH. — *Ueber die hochgradige Myopìe.* Strassburg, 1891.

PASCOLI GIOVANNI. — *Veianius, Carmen in certamine Hoeufftiano praemio aureo ornatum.* Amstelodami, 1892.

PIETRINI O. — *Il Nembrot biblico.* Viareggio, 1892,

PILLET LOUIS. — *Histoire de l'Académie des Sciences Belles-Leteres ed Arts de Savoie et Tables des Matières des quarante-deux premiers volumes.* Chambery, 1892.

PINI E. — Vedi *Istituti:* Milano, R. Osservatorio di Brera.

PITTEI COSTANTINO. — *Dell'origine diffusione e perfezionamento del sistema metrico decimale.* Firenze, 1892.

PRÜSSIAN ALEXANDER. — *Ueber Allgemainbehandlung von Frauenleiden mit besonderer Berüchsichtigung der Histerie.* Köln.

PUNGUR G. — Vedi *Istituti:* Budapest.

RAJNA MICHELE. — *Osservazioni fatte durante l'ecclisse di luna del 15 Novembre 1891. — Sull'escursione diurna della declinazione magnetica a Milano in relazione col periodo delle macchie solari,* 1892.

Ravagli Francesco. — *Due Sonetti di Lorenzo Spirito rimatore perugino del Sec. XV.* Cortona, 1893.

Reber (von) F. — *Kurfürst Maximilian I. von Bayern als Gemäldesammler.* (Festrede gehalten in der öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wissenschaften zu Munchen). München, 1892.

Rech Ioseph. — *Die Sentenzen und lehrhaften Stellen in den Tragödien des Robert Garnier.* Metz, 1891.

Regnery Jacob. — *Mutismus histericus.* Strassburg, 1892.

Rey-Pailhade (de) I. — *Essai sur l' unification internationale de l' heure.* Toulouse, 1893.

Riccò Annibale. — *Protuberanze Solari osservate nel R. Osservatorio di Palermo nell' anno 1886* (1887). — *Ecclisse totale di Luna del 15 novembre 1891.* — *Osservazioni astrofisiche solari eseguite nel R. Osservatorio di Palermo.* — *Statistica delle macchie solari nell' anno 1890.* (1891). — *Tremblements de terre, soulèvement et èruption sous-marine à Pantellaria.* (1891). — *Terremoti sollevamento ed eruzione sottomarina a Pantellaria, con Appendice di Sebastiano Consiglio Ponte* (1892). — *La grandissima macchia solare del febbraio 1892.* — *Fumo di Vulcano veduto dall' Osservatorio di Palermo durante l' eruzione del 1889, ed applicazione della termodinamica alle eruzioni vulcaniche.* (1892). — *Sopra il periodo eruttivo dello Stromboli cominciato il 24 giugno 1891.* (1892). — *Taches solaires et perturbations magnétiques en 1892.* — *Das Observatorium zu Catania und dire Station auf dem Aetna.* — *L' Eruzione dell' Etna 1892.* — *Eruption de l' Etna de 1892.* — *Der gegenwärtige Ausbruch des Aetna im August 1892.* — *Ecclisse solare del 12 aprile 1893. Osservazioni fatte nel R. Osservatorio di Catania.* (1893).

Richter P. E. — Vedi *Istituti:* Dresda.

Riezler Sigmund. — *Gedächnisrede auf Wilhelm von Giesebrecht gehalten in der öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wiessenschaften zu München zur Vorfeier ihres 132 Stiftungstages am 21 März 1891.* München, 1891.

Ringeisen Alfons. — *Ueber die Fractur des Oberarmhalses mit gleichzeitiger Luxation des Kopffragmentes.* Strassburg, 1890.

Rizzati Ferruccio. — *Il mare.* Milano, 1889 — *Le specie minerali nei meteoriti.* Correggio, 1891. — *I presentimenti.* Torino, 1892. — *Le analisi del cannello ferruminatorio. Manuale pratico pel mineralogista e pel chimico.* Correggio, 1891. — Seconda edizione Torino 1892. — *Il genio del Secolo XIX.* Milano, 1892. — *Noterelle fermane.* Correggio, 1892.

Roether Otto. — *Uebersichtliche Darstellung der Untersuchungsmethoden und der Giftwirkungen am Herzmuskel des Kaltblüters.* Leipzig, 1891.

ROGHÈ EDUARD. — *Zur Geschichte und Kritik der Sterblichkeits-Messung bei Versicherungs-Anstalten.* Iena, 1890.

ROSATI PIETRO. — *Puerilia. Carmen in certamine Hoeufftiano laudatum.* Amstelodami, 1893.

ROSCH ERNST. — *Ueber die Dupuytren' sche Fingerkontraktur — Beiträge zur Casuistik der Fingerkontrakturen und ihrer Therapie.* Strassburg, 1891.

ROSENTHAL LUDWIG A. — *Ueber den Zusammenhang der Mischna. Ein Beitrag zu ihrer Entstehungsgeschichte.* Strassburg, 1890.

RUBENSOHN OTTO. — *Die Mysterienheiligtümer in Eleusis und Samothrake. Erster Teil.* Bonn, 1892.

RUFFINI FERDINANDO PAOLO. — *Pedali delle coniche. Nota letta alla R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna nella Sessione del 20 dicembre 1891.* Bologna, 1892. — *Discorso per la solenne apertura del Museo dell' Ottavo Centenario dello studio Bolognese. XIV Marzo 1892.* Bologna, 1892. — *Delle linee piane algebriche le pedali delle quali possono essere curve che hanno potenza in ogni punto del loro piano. Memoria 1.ª letta alla R. Acc. delle Scienze dell' Istituto di Bologna nella Sessione delli 12 marzo 1893.* Bologna, 1893.

SACK ARNOLD. — *Ueber Neubildungsvorgänge im Hüftgelenke nach geheilter Resection.* Leipzig, 1891.

SAINT-LAGER (D.r). — *La Priorité des Noms des plantes.* Paris, 1890. — *Considérations sur le polymorphisme de quelques espèces du genre Bupleurum.* Paris, 1891. — *Note sur le Carex tenax.* Paris, 1892. — *Aire géographique de l' Arabis Arenosa et du Cirsium Oleraceum.* Paris, 1891.

SAMUEL EUGEN. — *Die Castration der Frauen insbesondere bei Neurosen.* Berlin, 1891.

SARASIN CH. — *Die Conglomerate und Breccien des Flysch in der Schweiz.* Stuttgart, 1892.

SCHELB HEINRICH. — *Ueber die Indicationen und Ausführung des Künstlichen Abortus.* Strassburg, 1891.

SCHMITS AUG. — *Lanisaponiadis quae supersunt cum veteris scholiastae suisque adnotationibus. Carmen in certamine Hoeufftiano laude ornatum.* Amstelodami, 1893.

SCHMITZ OTTO. — *Anstiftung zum Unternehmen der Verleitung zum Meineide.* (§§ 48, 159 St.-G.-B.) *Ein praktischer Fall.* Köln, 1892.

SCHMOLL DÉSIRÉ. — *Zur chirurgischen Behandlung der Tuberculösen Peritonitis.* Strassburg, 1892.

SCHNEEGANS EDUARD. — *Die Quellen des sogenannten Pseudo-Philomena und des Officiums von Gerona zu Ehren Karls des Grossen als Beitrag zur Geschichte des altfranzösischen Epos.* Strassburg, 1891.

SCHNITTER OTTO. — *Der heutige Stand der Puerperalfieberfrage dargethan im Anschluss an die Beobachtung einer kleinen Wochenbetts-Stadtepidemie.* Strassburg, 1891.

SCHOLL ARTHUR. — *Ueber rätische und einige andere alpine Schädelformen.* Naumburg, 1891.

SCHÖNDORF IOHANN. — *Functionelle Endresultate der primären Sehnen-und Nervennaht.* Zweibrücken, 1892.

SCHREIBER RICHARD. — *Ueber Tetanus puerperalis.* Strassburg, 1891.

SCHROEDER HEINRICH. — *Beitrag zur Aetiologie und Statistik der Cholelithiasis.* Strassburg, 1892.

SCHULLER HERMANN. — *Gallensteine als Ursache der Darmobstruktion.* Strassburg, 1891.

SCHÜRMANN JOHANNES. — *Die Entstehung und Verbreitung der sogenannten* « Verkürzten Partizipien » *im Italienischen.* Strassburg, 1890.

SCHWEITZER J. — *Krystallographische Beschreibung des Eisenglanzes und des Fahlerzes von Framont.* Strassburg, 1892.

SEELIGER HUGO. — *Ueber allgemeine Probleme der Mechanik des Himmels.* (Rede gehalten in der öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München). München, 1892.

SELTER PAUL. — *Ueber Embolie der Aorta abdominalis an ihrer Theillungsstelle.* Leipzig, 1891.

SHIELDS JOHN. — *On tre reduction of Phenylparaconic acid and plenylbutirolactone.* Strassburg, 1890.

SHRADER WILLIAM. — *Ueber den Ausbreitungswiderstand electrischer Ströme, welche ans der ebenen Endfläche eines Kreiscylinders in einen weiten Raum strömen.* Strassburg, 1891.

SIEVEKING H. — *Beiträge zur Kenntniss des Wachsthums und der Regeneration des Knorpels nach Beobachtungen am Kaninchen-und Mäuseohr.* Naumburg, 1891.

SIMON RICHARD. — *Beiträge zur Lehre vom Astigmatismus besonders in Hinsicht auf die Sehschärfe.* Magdeburg, 1891,

STÖBER F. — *Mittheilungen über den Kalkspath von Elsass-Lothringen.* Strassburg, 1892.

STOSSICH MICHELE. — *Nuova Serie di Elminti Veneti* raccolti dal Prof. Alessandro conte Ninni. Zagreb, 1891. — *Osservazioni Elmintologiche.* Zagreb, 1892. — *I Distomi dei Mammiferi.* Trieste, 1892. — *I Distomi degli Uccelli.* Trieste, 1892. — *Note Elmintologiche.* Trieste, 1893. — *Il Genere Angiostomum Dujardin.* Trieste, 1893.

SÜTTERLIN ADOLF. — *Laut-und Flexionslehre der Strassburger Mundart in Arnolds Pfingsmontag.* Strassburg, 1891.

TASSONI LUIGI. — *Giovane radice di Cynara cardunculus L.* Alessandria, 1892. — *La mucilaggine del frutto di Ocimum basilicum L.* Alessandria, 1893.

TAUBER EDWARD. — *Ueber das Schicksal des Kodeins im thierischen Organismus.* Strassburg, 1892.

TÉRBY (von) GABRIEL. — *Cardinal Albrech von Brandenbergh und das Halle'sche Heiligthumsbuch von 1520. Ecine kunsthistorische Studie.* Strassburg, 1892.

THOMAS ROBERT. — *Ueber die Abhängigkeit der Absonderung und Zusammensetzung der Galle von der Nahrung.* Strassburg, 1890.

THOMPSON IOSEPH OSGOOD. — *Ueber das Gesetz der elastichen Dehnung.* Leipzig, 1891.

TOLMAN ALBERT H. — *Shakespeare's part in* « The Taming of. the Shrew ». Viscosin, U. S. A.

TORNELLI TITO. — *La dottrina Dantesca nella generazione umana.* Bologna, 1893.

TORONSKI SCH. MAJER. — *Casuistische Beiträge zur Amputatio penis wegen Carcinom.* Berlin,

TORSTEINSÖN STRÖM KNUT. — *Ueber die Einwirkung von Natriumäthylat auf Butyrolacton.* Strassburg, 1891.

ULRICH ARNOLD. — *Palaeozoische Versteinerungen aus Bolivien.* Stuttgard, 1892.

URBAN KARL. — *Ueber die Oxydation der Allylessigsäure mit Kaliumpermanganat und über die Zersetzungsprodukte des Bromvalerolactons mit Wasser.* Strassburg, 1890.

VALENTIN JEAN. — *Die Geologie des Kronthals i. E. und seiner Umgebung.* Strassburg, 1890.

VASTAGH G. — Vedi *Istituti:* Budapest.

VECCHI STANISLAO. — *Teoria Geometrica delle prospettive in rilievo sopra le superficie curve.* Parma, 1891.

VÖGE WILHELM. — *Eine Deutsche Malerschule um die Wende des ersten Jahrtausends. Kritische Studien zur Geschichte der Malerei in Deutshland im 10. und. 11. Jahr.* Trier, 1891.

VOGEL LUDWIG. — *Ueber die Bedeutung der retrograden Metastase innerhalb der Lymphbahn für die Kenntniss des Lymphgefässsystens der parenchymatösen Organe.* Berlin, 1891.

WAGNER PETER. — *Palestrina als Weltlicher Komponist.* Strassburg, 1890.

WARSOW PAUL. — *Ein fall von Spontanheilung eines widernatürlichens Afters.* Strassburg, 1891.

WASBUTZKI MAX. — *Ueber die Magengährungen und ihren Einfluss auf die Fäulnissvorgänge in Darmkanal.* Strassburg, 1890.

WECKLEIN N. — *Ueber die Stoffe und die Wirkung der griechischen Tragödie.* (Festrede gehalten in der öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München). München, 1891.

WEDEL RICHARD. — *Ueber das Doleritgebiet der Breitfirst und ihrer Nachbarschaft.* Berlin, 1890.

WEHMANN MAX. — *De ὥστε particulae usu Herodoteo Thucidideo Xenophonteo.* Argentorati, 1891.

WEILL ERNST. — *Der Commentar des Maimonides zum Tractat Berachoth. Arabischer Text mit hebräischer Uebersetzung und Anmerkungen.* Berlin, 1891.

WEILL GEORG. — *Zur Frage von der Localisation der Bleilähmung.* Strassburg, 1892.

WEIR ED. — *O Theorii Ploch.* Praze, 1891.

WENDLING AEMILIUS. — *De peplo Aristotelico quaestiones selectae.* Argentorati, 1891.

WESTPHAL JOHANNES. — *Einglische Ortsnamen im Altfranzösischen.* Strassburg, 1891.

WILLIAMS CHARLES ALBERT. — *Die Französischen Ortsnamen keltischer Abkunft.* Strassburg, 1891.

WITTE HANS. — *Zur Geschichte des Deutschtums in Lothringen. Die Ausdehnung des deutschen Sprachgebietes im Metzer Bistume zur Zeit des ausgehenden Mittelalters bis zum Beginne des 17. Iahrunderts.* Metz, 1890.

WITTICH WERNER. — *Ländliche Verfassung Niedersachsens und Organisation des Amts im 18 Iahrhundert* Darmstad, 1891.

WITTKOWSKY GEORG. — *Ueber die Zusammensetzung der Blutgase des Kaninchens bei der Temperaturerhöhung durch den Wämestich.* Leipzig, 1891.

ZAN GEOG H. — *Ueber die Vorgänge an der Uebergangsstelle eines elektrischen Stromes zwischen Elektrolyten in verschieden konzentrirten Lösungen.* Strassburg, 1892.

ZILLESSEN HERMANN. — *Uber die Bildung von Milchsäure und Glykose in den Organen bei gestörter Circulation und bei der Blausäurevergiftung.* Strassburg, 1892.

ZINNO SILVESTRO. — *Nuovi studi sperimentali sul tricloruro di Boro. Memoria letta all'Accademia Pontaniana 19 febbraio 1893.* Napoli, 1893.

MEMORIE

DELLA

SEZIONE DI SCIENZE

LE SCIENZE ESATTE

NELL' ANTICA GRECIA

PREFAZIONE.

A man of science explains as much as ever he can, and then he say, « This is all I can do; for the rest yo must ask the next man ».
W. K. CLIFFORD.

Chiunque siasi tampoco occupato di storia delle matematiche sa come quella parte dell' *Histoire des mathématiques* del Montucla che concerne la geometria greca pre-euclidea, non regge ad una critica rigorosa basata sull' esame delle opere esistenti e delle testimonianze di scrittori antichi; nè ignorerà come questa deficienza costringa a far accogliere con estrema riserva tutto quanto ivi si legge intorno alla scienza ellèna. Questo giudizio fu da tanto tempo pronunziato e ha ricevuto così ampia conferma, che numerose sono le ricerche condotte a termine per correggere quegli errori. E gli sforzi coalizzati e perseveranti degli scienziati appartenenti al secolo che ora volge al suo termine hanno procacciata una tale somma di cognizioni sicure che — prescindendo da certe questioni che probabilmente non verranno mai risolute — sembra potersi senza precipitazione asserire che il contributo arrecato dall' antica Grecia alle scienze esatte è noto nel suo complesso.

Chi aspira a formarsi un concetto del progresso che si è fatto in questo ramo di storia dal 1799 al 1880, non ha che da

confrontare l'opera del Montucla col primo gruppo di *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* di M. Cantor. Tuttavia mercè questa comparazione, per quanto diligentemente eseguita, non si può avere ancora un' idea completa delle nostre cognizioni attuali, perchè in questi ultimi dodici anni, forse per l'impulso dovuto all' opera dell' illustre capo della scuola storica tedesca, una miriade di lavori — alcuni dei quali importantissimi — vennero ad illuminare alcuni punti oscuri, a modificare certe sentenze, a completare non pochi giudizii. Inoltre il maggior numero di edizioni critiche di antichi scienziati che ora possediamo rende più sicura la conoscenza delle opere classiche, epperò più salde le conseguenze a cui guida lo studio di esse. Per ciò, chi sente interesse per la diffusione ed il consolidamento della storia delle matematiche deve desiderare che la letteratura possieda un'opera destinata a far conoscere, in base alle più recenti conquiste fatte dalla critica storica e scientifica, lo stato attuale delle cognizioni nostre sulla matematica greca; un' opera ove siano registrati non soltanto i fatti certi ma eziandio quelli che sembrano probabili, ove siano segnalate non soltanto le conclusioni universalmente accettate ma anche quelle tuttora in discussione, ove siano menzionati non soltanto i ritrovati fatti dai Greci ma anche quelli dovuti a chi con maggior successo ne calcò le orme.

Non una fiducia esagerata nelle mie forze, ma la lusinga che il lungo studio e il grande amore valessero a sopperire alla scarsezza dei mezzi, accompagnata dal vivo desiderio di mostrare col fatto come l' Italia non rimanga spettatrice passiva dinanzi ai progressi che va facendo la storia delle matematiche, mi determinò parecchi anni or sono ad accingermi a questo lavoro e mi diede la forza di sopportare le fatiche della esecuzione. Ora credo giunto il momento di sottoporlo al giudizio del pubblico matematico, premettendovi le dichiarazioni seguenti.

Sotto l' appellativo generico di *scienze esatte,* io comprendo esclusivamente quelle discipline i cui risultati sono destinati ad avere un posto nelle matematiche pure; lascio quindi in disparte

tutto che concerne le applicazioni prossime o remote di queste scienze alla spiegazione dei fenomeni naturali e alla vita civile. Tuttavia i varii rami del sapere hanno fra loro così molteplici ed indissolubili legami, che, volendo indagare l'origine o seguire lo svolgimento di certe idee, si è forzati a fare delle scorrerie in campi stranieri, quali sarebbero, pei matematici, la filosofia, la geodesia e l'astronomia; tali digressioni s'impongono, in particolare, a chi voglia delineare l'andamento del pensiero matematico anche nell'epoca in cui esso si è svolto nel modo più indipendente da preoccupazioni estranee, perchè la storia delle scienze esatte nell'antica Grecia si confonde nei suoi primordii colla storia della filosofia e si perde in talune sue fasi con quella delle matematiche applicate. Al lettore non rechi adunque alcuna meraviglia se troverà nel presente lavoro, dopo tre libri consacrati allo studio della geometria presso i Greci (il I di essi tratta del periodo di preparazione, il II del periodo di massimo splendore, il III del periodo di decadenza o epoca dei commentatori), un libro destinato a rintracciare le ricerche di matematica incidentalmente fatte dagli astronomi e dai geodeti greci; e se incontrerà nell'ultimo libro (che si riferisce all'aritmetica dei Greci), come nel primo, fatta menzione di cose che solo indirettamente si riferiscono alle scienze esatte.

Alcuni rimprovereranno all'autore la tinta di dubbio comune a tutta l'opera presente; essa è l'espressione del convincimento che allo storico debba essere compagno costante un oculato scetticismo se non un cieco pironismo, per ascrivere fra i veri solo i fatti che è impossibile porre in discussione; essa toglie forse all'esposizione un po' di storica maestà; ma fu da noi prescelta, tanto perchè corrisponde alle nostre opinioni, quanto perchè essa fa più schiettamente apparire la distinzione fra i problemi definitivamente risolti ed i problemi la cui soluzione attuale, non essendo di quelle in cui il desiderio si acquieta, più urgentemente reclamano le cure degli studiosi. La stessa idea, diversamente atteggiata, ci fece adottare come regola co-

stante di sostituire alle nostre parole quelle di autori vetusti; il lettore può così misurare la solidità delle basi del nostro edificio, evitare il pericolo di rimanere ingannato dall' orpello di smaglianti teorie, fugare da sè le larve di quelle che del nome di spiegazioni gli sembrano immeritevoli. Noi anzi in moltissimi casi ci limitammo a proporre ed iniziare una discussione col lettore. Nè questi si meravigli se noi esigiamo da lui questo attivo concorso, giacchè la sua costante collaborazione è a parer nostro indispensabile per dirigersi nel campo di studii nel quale si aggirano le indagini seguenti, in un campo ove è così spiccata ed incessante la discrepanza nelle opinioni, che vediamo ogni giorno, da un lato farsi appunto a taluno di tenersi attaccato alle notizie certe, come l' ostrica allo scoglio, senza mai permettersi un volo nel mondo geniale delle congetture, e dall' altro lato venire giudicate illegittime, fantastiche, epperò estranee alla storia certe induzioni o generalizzazioni un po' ardite. Fra questi due modi di giudicare e procedere il lettore scelga quello che più gli aggrada; o meglio tracci una via intermedia fra quelle che seguono coloro che li adottano, una via che eviti i pericoli di cui l' una e l' altra sono cosparse.

Libro I.

I geometri greci precursori di Euclide.

I.

Sguardo generale sulla geometria greca pre-euclidea.

1. L' epoca nella quale fiorirono gli scienziati di cui in questo I Libro della nostra storia tenteremo di narrare le gesta, ha le sue origini nell' istante in cui nel mondo greco appare la prima personalità scientifica spiccata e si chiude con lo sfacelo dell' impero di Alessandro il Macedone; essa comprende pertanto all' incirca tre secoli. È un' epoca, in certa misura, piuttosto di preparazione alla ricerca scientifica che di vera scienza, se tal nome si accorda soltanto a un complesso di cognizioni ed indagini cospiranti al raggiungimento di un determinato scopo, non già ad osservazioni frammentarie e a scoperte isolate suggerite sia dai bisogni della pratica, sia da quella curiosità naturale, innata nell' uomo e che più chiaramente si manifesta nei periodi di giovinezza dell' umanità. È un' epoca in cui le guerre collo straniero e le lotte intestine lasciano poco tempo disponibile per la tranquilla ricerca delle verità; in cui è ignota quella specializzazione che si manifestò necessaria più tardi e che raggiunse ai nostri tempi il suo completo sviluppo; in cui all' opposto ogni scienziato non soltanto abbraccia e coltiva ad un tempo tutti i rami dello scibile, ma spesso depone la penna del filosofo per brandire il ferro del condottiero, abbandona le tranquille meditazioni per gettarsi nel tumulto della vita politica, e giunge perfino a trovar modo di inserire una speculazione commerciale fra un' osservazione astronomica e lo studio di un problema di geometria. È un' epoca che ci ha tramandato

— nelle Matematiche almeno — un numero estremamente esiguo di monumenti scritti, sicchè per formarsi un concetto della geometria greca pre-euclidea fa mestieri, dopo avere accuratamente rintracciate e raccolte le nozioni matematiche sparse nelle opere filosofiche ed enciclopediche — quali sono quelle di Platone e Aristotele —, attingere a fonti indirette, chiedere informazioni a scrittori coevi o di poco posteriori, ed industriarsi a colmare le lacune che il loro insieme presenta; operazioni queste estremamente delicate e difficili sempre, ma che lo sono tanto più nel caso attuale perchè, essendo i primi pensatori greci per tradizione considerati come filosofi, le loro opinioni furono raccolte, studiate, tramandate e spesso svisate da filosofi posteriori, onde è indispensabile sceverare quanto, sul modo con cui venne fatta la relazione di un fatto, abbiano influito i preconcetti del relatore (1).

Questo lavoro di ricerca, confronto ed elaborazione di materiali, tentato una prima volta, per quanto ci consta, in due lavori scolastici (2), venne compiuto da C. A. Bretschneider (3) e recata poi a maggior perfezione da G. Johnston Allman (4). A questi eminenti scienziati, quanto al duce venerato degli storici tedeschi (5), come a chi, con le sue ingegnose ed importanti pubblicazioni, mostrò che anche la Francia non è indifferente

(1) Questa scarsità ed incertezza di notizie rende assai malagevole l'ordinare in modo soddisfacente le opere appartenenti a quest' epoca; il criterio cronologico è insufficiente e mal sicuro quello della figliazione delle idee matematiche: onde assai spesso ci appigliammo al partito di assumere siccome criterio di classificazione le opinioni filosofiche attribuite ai singoli autori.

(2) Dilling, *De Graecis mathematicis, Mathematico-historica Commentatio*. Berolini 1831. — Finger, *De primordiis geometriae apud Graecos*. Heidelbergae 1831.

(3) *Die Geometrie und die Geometer vor Euklides. Ein historisches Versuch*. Leipzig 1870. — Cfr. anche G. Friedlein *Beiträge zur Geschichte der Mathematik*. II e III. (Hof. 1872 e 1873).

(4) *Greek Geometry from Thales to Euclid*. Dublin 1889.

(5) Moritz Cantor. Specialmente per le sue importantissime *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, T. I (Leipzig 1880) T. II (ib. 1892).

agli studii di cui è parola (1), mi è grato attestare fin d'ora la mia riconoscenza, ben sapendo come le citazioni delle loro opere, per quanto numerose e frequenti, non possono porgere che una pallida idea dell'utile che ritrassi da esse (2).

2. Durante il periodo di cui stiamo per occuparci — nonchè durante i precedenti, dei quali per l'enorme lontananza da noi non è possibile dire alcuna cosa che sia storicamente dimostrata, — la Grecia ebbe con l'Oriente e più ancora con l'Egitto attivi commerci e vivace scambio d'idee, sia in causa degli arditi viaggi che intraprendevano i suoi figli, sia per mezzo delle colonie, le quali anzi, forse per trovarsi in più immediato contatto con più antiche civiltà, prima della madre patria si diedero alla speculazione scientifica. L'influenza che la Grecia subì in conseguenza dovette essere senza dubbio assai grande se il popolo elleno — il quale per orgoglio nazionale era a nessuno secondo — non solo non tentò negarla, ma colla leggenda di Cadmo mantenne viva la memoria dei benefici di cui era debitore all'Oriente e col conservare alle lettere dell'alfabeto il nome di *segni fenici* curò che non si perdesse il ricordo dell'essere desse venute dal di fuori, nè si ritenne offeso dal fatto che uomini del valore di Solone venissero rappresentati siccome alunni de' sacerdoti egiziani (3).

Se pertanto non v'ha dubbio che i Greci ricevettero da altri

---

(1) Paul Tannery. Oltre alle numerose memorie che verranno citate più innanzi, mi piace fissare fin d'ora l'attenzione del lettore sulle opere di maggior lena di questo infaticabile e geniale scrittore:

Pour l'histoire de la Science hellène. De Thalès à Empédocle. Paris 1887. — *La géométrie grecque, comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons.* I Partie. *Histoire générale della géométrie élémentaire.* Paris 1887.

(2) Siccome le opere di Cantor, Bretschneider, Allman e Tannery sono più diffuse fra i matematici di quelle di Suida, Tzetze, Plutarco ecc., così spesso citai, invece dei passi originali di queste, i luoghi ov'erano stati riportati in quelle.

(3) Curtius, *Storia greca*, trad. di Müller e Oliva, T. I (Torino 1877), p. 61, 530, 534.

popoli i rudimenti delle arti e delle scienze (1), essi però li trasformarono siffattamente, v' infusero tale novello spirito, li svolsero con tanta genialità ed originalità, che è lecito considerare tutta la loro opera scientifica come loro esclusiva proprietà. Tanto più (2) che non è possibile sorprendere alcuna lotta dell' elemento ellenico primitivo con elementi forestieri, alcuna applicazione di concetti non compresi, nessun riferimento a tradizioni scientifiche del passato, in una parola, non si può avvertire nessuno di quei fenomeni, coi quali, ad esempio nel Medio Evo, si manifesta la dipendenza della filosofia da fonti esotiche; per converso tutto si svolge naturalmente dalle ipotesi relative alla vita del popolo greco.

3. Le più copiose e migliori miniere di materiali per ricostruire l' edificio geometrico esistente nell' Ellade prima di Euclide sono alcuni commenti che verranno da noi studiati a parte nella sezione mediana della presente storia: sono cioè il *Commento di Proclo al I Libro degli Elementi di Euclide* (3), la *Collezione matematica di Pappo Alessandrino* (4), e i *Commenti di Eutocio* ad alcuni libri di Archimede (5) e Apollonio (6); a

---

(1) Affinchè il lettore potesse agevolmente formarsi un concetto della somma di cognizioni geometriche che i Greci possono avere attinte da altri popoli di più antica civiltà, abbiamo riuniti nell' Appendice I alcuni dati relativi.

(2) Zeller, *Die Philosophie der Griechen in ihrer geschichtlichen Entwicklung*, II Aufl., I Theil, Tübingen 1856, p. 31.

(3) La migliore edizione è quella del Friedlein, che reca il titolo *Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum liber* (Lipsiae 1873). Ma noi nelle citazioni ci riferiremo alla traduzione inglese fattane da T. Taylor e pubblicata col seguente titolo: *The philosophical and mathematical Commentaries of Proclus, on the first Book of Euclid's Elements, to which are added, A History of the Restoration of Platonic Theology by the latter Platonist: and a translation from the Greek of Proclus's Thelogical Elements*, 2 Vol. in 4.° London 1792.

(4) Ci serviremo in seguito dell' edizione recente intitolata: *Pappi Alexandrini quae supersunt e libris manuscriptis edidit latina interpretatione et commentariis instruxit* F. Hultsch. Berolini 1876, 1877, 1878.

(5) *Archimedis Opera omnia cum commentariis Eutocii*, ed. Heiberg. Lipsiae 1880-1881.

(6) *Apollonii Pergaei quae Grece exstant cum commentariis antiquis*, ed. Heiberg. T. I, Lipsiae 1891.

questi possono unirsi le *Vite* scritte da Plutarco e da Diogene Laerzio, il *Lessico* composto da Suida nel IX o X Sec. dell' E. v. e gli scritti di Tzetze.

In particolare, vi è nel primo dei citati commenti un *intermezzo* storico — tolto probabilmente nel suo insieme dalla grande composizione storica che, come vedremo, è fama scrivesse il peripatetico Eudemo da Rodi — il quale contiene una così ricca collezione di nomi e una tal copia di notizie, che crediamo sia prezzo dell' opera presentarne quì, come preludio di quanto seguirà, quella parte che descrive le vicissitudini della geometria prima dell' apparizione di Euclide (1):

« È ora conveniente di parlare dell' origine della geometria nel periodo attuale; perchè, come disse il sovrumano Aristotele, le medesime idee sono venute agli uomini a più riprese secondo certi determinati periodi dell' universo, e non è già che nel nostro tempo o nei tempi che la storia ci fa conoscere che le scienze sonosi costituite per la prima volta; ma esse appariscono e successivamente scompajono in base ai periodi delle rivoluzioni celesti, delle quali non ci è dato assegnare il numero nè nel passato nè nell' avvenire. È dunque unicamente per quanto concerne il periodo presente che bisogna considerare le origini delle arti e delle scienze. Seguendo la tradizione generale diremo che gli Egiziani furono i primi inventori della geometria e che essa nacque dalla misura dei campi la quale essi dovevano sempre rinnovare in causa delle innondazioni del Nilo che cancellavano tutti i confini delle proprietà. Non deve recar meraviglia se un bisogno pratico sia stato l' occasione della scoperta di questa come di altre scienze, dal momento che qualunque cosa soggetta a generazione procede dall' imperfetto al perfetto; dalla sensazione al ragionamento, da questo all' intelligenza pura havvi dunque un progresso naturale. Ora poi, nella stessa guisa che presso i Fenici, a cagione del traffico e delle operazioni commerciali

(1) V. Proclus-Taylor p. 98-101. — Bretschneider p. 27-30. — Allman p. 3-5. — Tannery, *Géométrie greque* p. 66-69. A migliore intelligenza di ciò che segue osserviamo con Bretschneider (p. 15) che quando Proclo « così spesso vanta i Geometri precedenti Platone perchè hanno *generalizzato e concepito in modo più intellettuale* i teoremi della loro scienza, ciò si riferisce indubbiamente non solo all' introduzione di dimostrazioni rigorose invece di quelle verificazioni sperimentali usate prima, ma altrettanto spesso alla riunione in un' unica proposizione generale di un' intero gruppo di proposizioni distinte ma affini, colla modificazione del relativo metodo di dimostrazione in modo che questo abbracciasse la totalità di quei casi particolari ».

a cui si dedicavano, ebbe principio l' esatta conoscenza dei numeri, così per la ragione anzidetta la geometria venne inventata dagli Egiziani.

Talete per primo, essendo stato in Egitto, trapiantò la detta dottrina da questo paese in Grecia; egli stesso fece parecchie scoperte e mise i suoi successori sulla via di molte altre, con i suoi tentativi aventi ora un' indole più generale, ora più rivolta alle applicazioni. Dopo di lui Mamerco (1), fratello del poeta Stesicoro, viene citato per essersi innamorato della geometria, e Ippia d' Elea riferisce che egli col mezzo di questa acquistossi una riputazione.

Dopo essi, Pitagora trasformò questo studio e ne fece un insegnamento liberale risalendo ai principi generali e studiando i teoremi astrattamente e colla pura intelligenza; gli è a lui che si deve la scoperta degli irrazionali e la costruzione delle figure cosmiche (2). In seguito Anassagora da Clazomene si occupò di varie questioni geometriche e così fece Oinopide da Chio, che è un po' più giovane di Anassagora: Platone li ricorda ambedue come famosi geometri nei suoi *Rivali.*

Dopo questi ebbero celebrità nella geometria Ippocrate da Chio, scopritore della quadrature delle lunule, e Teodoro da Cirene. Ippocrate fu il primo compositore di Elementi.

Platone, il quale venne dopo di questi, diede alla geometria, come alle altre scienze, una spinta immensa, col grande amore che egli dimostrò per essa, del quale a sufficienza fanno fede i suoi scritti ripieni di considerazioni matematiche le quali ad ogni momento risvegliano l' ardore per queste scienze in coloro che si consacrano alla filosofia.

Allo stesso periodo appartengono Leodamante da Taso, Archita da Taranto e Teeteto d' Atene, i quali accrebbero il numero e resero più scientifica la forma dei teoremi di geometria.

A Leodamante tien dietro Neoclide ed il di lui discepolo Leone, i quali aggiunsero molto a quanto avevano ricevuto, di modo che Leone potè anche scrivere degli Elementi molto superiori per il numero ed il valore delle dimostrazioni. Egli scoperse anche il *diorisma* (cioè la distinzione) di quando il problema è possibile e quando non lo è.

Eudosso da Cnido, un po' più giovane di Leone e camerata dei discepoli

---

(1) Secondo altri Meri, Mamertino, Mamerzio o Ameristo. Riguardo a tale incertezza, nota il Friedlein (*Beiträge* citati II, p. 14): « Die Münchener Handschrift, welche ich zu einer neuen Ausgabe des Proklus benützte, löst leider diesen Zweifel nicht. Von erster Hand scheint dort ἀμεριστ gestanden zu haben, was eine spätere in μάμοερκ d. i. Mamerkos und da eben diese ändernde Hand an anderen Stellen wirklich eine *verbessernde* ist, so glaube ich, dass letztere Form aus älteren guten Handschriften stammt und die eigentlich richtige ist. Mit Sicherheit lässt sich hierüber Nichts sagen ».

(2) Poliedri regolari.

di Platone, accrebbe il numero dei teoremi generali, aggiunse tre nuove proporzioni alle tre antiche e, servendosi dell' analisi, fece progredire quanto Platone aveva intrapreso sulla sezione.

Amicla d' Eraclea, discepolo di Platone, e Menecmo, discepolo di Eudosso e di Platone, perfezionarono ancora più la geometria nel suo complesso. Teudio da Magnesia si conquistò una rinomanza eccezionale nelle matematiche quanto nelle altre parti della filosofia; egli compose anche degli eccellenti Elementi e generalizzò parecchie cose (1) particolari. Parimente Ateneo da Cizico (2), che visse nello stesso, tempo divenne celebre come matematico e particolarmente come geometra. Tutti questi convenivano nell' Accademia ed istituivano insieme queste ricerche. Ermotimo da Colofona sviluppò quanto prima di lui avevano trovato Eudosso e Teeteto, scoperse molte proposizioni relative agli elementi, e scrisse qualche cosa su i luoghi. Filippo da Mende (3), discepolo di Platone e da lui iniziato nella matematica, fece delle ricerche seguendo le indicazioni del suo maestro, ma si propose anche tutte le questioni che egli pensava potessero contribuire allo sviluppo della filosofia di Platone. Gli è fino a questo Filippo che narrarono lo sviluppo della geometria quelli che hanno scritto la storia prima di noi ».

4. Questo schizzo della storia della geometria greca da Talete ad Euclide ci assegna il programma che dobbiamo svolgere per dare un' idea, almeno approssimata, delle vicende che attraversò la geometria prima di venire codificata negli *Elementi* del grande Alessandrino. Ma nel far ciò, sarà nostra cura di completare il catalogo di autori e di opere compilato da Proclo, ricorrendo ad altre autorità. Ciò è necessario perchè questi, lungi dall' essere uno storico spassionato, era un così ardente propugnatore delle idee di Platone da lasciarsi talora accecare dalla venerazione per il divino filosofo. Così egli tacque perfino il nome di Democrito d' Abdera (del quale Platone voleva distruggere le opere) quantunque questi, come vedremo, si occupasse con successo di matematiche; e parlò soltanto alla sfuggita di Ippia d' Elea perchè questi apparteneva alla setta dei sofisti, benchè il fatto solo che Proclo stesso lo scelga come

---

(1) Definizioni o proposizioni?

(2) O Ciziceno d' Atene?

(3) O Medma, città della Magna Grecia?

giudice dei meriti di Mamerco, dimostri come egli fosse buon matematico. Per questi preconcetti che ottenebravano nel commentatore citato la facoltà di rettamente giudicare e per altre ragioni, è opportuno stare in guardia di non accettare senza discuterle le sue asserzioni e in generale adottare il sistema di considerarle, non già come teoremi da dimostrare, ma come proposizioni problematiche di cui è mestieri verificare l'esattezza.

II.

Talete e la scuola Jonica.

5. Talete (1) — la persona per merito della quale la prima volta, per quanto sappiamo, in Grecia la lampada della scienza si accende e agitata vampeggia (2) — nacque in Mileto da una famiglia emigrata dalla Fenicia o più probabilmente dalla Beozia (3). L'epoca precisa della sua esistenza non si può determinare, ma l'essere egli stato annoverato fra i saggi sotto l'arcontato di Damaso (585-583 a. C.) (4) e l'essere la sua vita connessa ad un celebre fenomeno astronomico (v. più avanti)

---

(1) Cfr., oltre alle opere generali già citate: F. Decker, *De Thalete Milesio*, Halae 1865 (ove a p. 6-8 si trovano enumerate le varie ortografie del nome del nostro filosofo, per concludere essere la preferibile Θαλῆς) e P. Tannery, *Thalès et ses emprunts à l' Egypte* (*Revue philosophique*, T. V, 1880, p. 229-318).

(2) Vero è che Diogene Laerzio parla di un Euforbio Frigio come precursore di Talete in Grecia; ma la vita e le opere di questo personaggio ci sono totalmente sconosciute.

(3) Cfr. Zeller op. cit., I, p. 147. Secondo Diogene L., Talete nacque nel primo anno della 35ª Ol. e morì a 70 o 90 anni. Allman assume come periodo della vita di Talete 640-546, Bretschneider e Cantor 640-548. — Riguardo ai genitori di Talete, v. Decker l. c., p. 9.

(4) Per indicare le date ci serviremo promiscuamente della numerazione basata sull'èra cristiana e di quella in olimpiadi (di 4 anni ciascuna). Il passaggio da un sistema all'altro si eseguisce facilmente come segue (cfr. Ideler, *Lehrbuch der mathematischen und technischen Chronologie*, II Aufl., Berlin 1883, I Bd. p. 375-377):

accaduto nel 610 o nel 597 o nel 585 a. C. autorizza a ritenere Talete contemporaneo di Solone e di Creso. Perciò la giovinezza di Talete, essendo di pochi decenni posteriore al momento in cui Psammetico schiuse l'Egitto al traffico coll' estero, cade nel periodo di massima floridezza del commercio fra Mileto e questo paese. Niuna meraviglia deve quindi recare se, per consenso universale, si ammette che egli abbia fatto vela verso il paese fecondato dal Nilo. Benchè sembri che il precipuo movente di tale viaggio sia stata la speranza di guadagno o che almeno il commercio ad esso non fosse totalmente estraneo, pure il giovane viaggiatore seppe così ben profittare di tutto che gli offriva un paese di civiltà sì vetusta ed avanzata, che più tardi i soli Egiziani vennero considerati come suoi maestri. Ritornato in patria sembra continuasse a occuparsi di cose pratiche (1) e per un certo tempo di politica, finchè poi, verso il tramonto della sua esistenza, si rivolse alle speculazioni scientifiche e queste, ponendolo a capo di quel gruppo di filosofi o meglio di fisici che composero la Scuola Jonica, gli assicurarono un posto nella storia delle scienze, posto che venne giudicato da chi più da chi meno elevato, ma che nessuno gli ha contestato.

I. Per trovare l'anno dell'èra volgare nel cui estate cominciò un dato anno olimpico, si supponga che questo sia l' m^{mo} dell' n^{ma} olimpiade. Si formi la differenza

$$\delta = 777 - \{4(n-1) + m\};$$

se questa è positiva l'anno cercato è il δ^{mo} av. C. Se invece è $4(n-1) + m > 777$ si formi la differenza

$$d = 4(n-1) + m - 776;$$

l'anno cercato sarà il d^{mo} dell' E. v.

II. Per trovare invece l'anno olimpico che corrisponde a un dato anno a. C., per esempio al d^{mo}, si formi la differenza $777 - d$ e la si divida per 4. Se $n - 1$ è il quoziente della divisione di questa per 4 ed m il resto, l'anno cercato sarà l' m^{mo} della n^{ma} olimpiade; se però $m = o$ esso è il quarto delle $(n-1)^{mo}$ olimpiade.

III. Finalmente per trovare l'anno olimpico corrispondente a un dato anno dell' èra nostra si aggiunga a quest'anno 776 e si operi come nel caso precedente.

(1) Ciò spiega il seguente giudizio pronunciato su di lui da Platone nelle *Leggi* « Uomo dotto, di cui si raccontano molte invenzioni comode nelle arti e negli affari pratici, come lo si fa anche di Talete il Milesio e di Anacarsi lo Scita ».

6. Tale rinomanza non si restrinse alla cerchia assai limitata dei dotti di professione, ma all' opposto si estese a tutto il mondo elléno grazie specialmente alla predizione di un' eclisse (1) che, essendosi poi verificata in un momento solenne, diffuse nel popolo greco la convinzione che l' astronomia avesse confidato a Talete i suoi più riposti segreti. Il momento a cui alludiamo (2) è quello in cui gli eserciti di Media e Lidia stavano schierati l' uno contro l' altro nella vallata dell' Ali pronti alla battaglia che doveva decidere delle sorti dell' Asia minore; la conseguenza di quel fenomeno celeste fu la pace immediata fra i due eserciti, i quali, ripugnanti ad opporsi alla consuetudine delle stirpi iraniche di non combattere che alla luce del sole, deposero le armi e scesero agli accordi.

L' avere Talete predetto che in un certo anno avrebbe avuto luogo un' eclisse solare, che in seguito si verificò, presenta allo storico più di un problema importante.

Il primo è la determinazione dell' epoca in cui questo fatto astronomico accadde, problema questo che interessa tanto la biografia di Talete quanto la storia greca in generale. Ora è stato dimostrato che il giorno del fenomeno non può essere stato se non uno dei tre seguenti: il 30 Settembre 610, il 31 Luglio 597 e il 28 Maggio 585. Quale di queste date deve accogliersi per vera? La maggioranza degli storici giudica come tale la terza (3); ma l' ultimo di coloro che si occuparono della

---

(1) L' autenticità di questa predizione fu combattuta da Th. H. Martin nella *Revue archéologique* del 1864. Le relative testimonianze si trovano raccolte nella nota di L. Hugo *Sur quelques passages anciens relatifs à Thales et à la Géométrie des Egyptiens* (Comptes rendus T. 108, 1889, p. 767-8) e nel lavoro di H. Gelzer *Das Zeitalter des Gyges* (Rheinisches Museum für Philologie, Neue Folge, T. XXX, 1875. p. 264-8); cfr. anche H. Diels *Chronologische Untersuchungen über Apollodors Chronika* (Ib., T. XXXI, p. 15-19).

(2) Cfr. Curtius. *Storia Greca* trad. di Müller e Oliva, I, p. 592-3.

(3) Bretschneider p. 39 (ove è riprodotto il passo di Erodoto che contiene la più antica testimonianza della predizione); Curtius. I, 593; Zeller. I, 147; Wolf *Geschichte der Astronomie*, München 1877, p. 9-10, le cui conclusioni sono accettate da M. Cantor (*Vorlesungen* I, 115); Diels l. c.

questione (1), pur dichiarandosi favorevole alla prima, riconosce come la diversità di opinioni degli scienziati su tale questione sia inevitabile nello stato attuale della scienza degli astri. Questa infatti è abbastanza progredita per determinare, non soltanto la data esatta ma anche l'ora precisa delle eclissi totali avvenute in un dato periodo del passato; ma per un'epoca tanto lontana essa è impotente a determinare con sufficiente esattezza la località ove una data eclisse apparve come totale, perchè su uno degli elementi del calcolo che bisognerebbe eseguire per compiere questa determinazione — cioè l'accelerazione del movimento lunare medio — regna un'incertezza che potrebbe venir dissipata soltanto conoscendo le circostanze dell'eclisse, circostanze che si tratta appunto di determinare: gli astronomi adunque, invece di potere decidere se una data eclisse sia stata quella predetta da Talete, dovrebbero chiederlo agli storici per correggere in conseguenza le loro tavole (2).

Il secondo problema che offre il vaticinio di Talete è questo: come potè egli pronunciarlo? Una soluzione di tale questione si ha subito ammettendo che Talete avesse conosciuto il periodo di 223 lunazioni (cioè di 15 anni solari ed 11 giorni) dopo il quale le eclissi si riproducono approssimativamente nello stesso ordine (3), al che si è indotti ricordando che tale periodo era

(1) Paul Tannery. *Pour l'histoire de la science hellène,* Paris 1887, p. 38-9. La data 30 sett. 610 è pure accettata da Ideler (*Lehrbuch* citato I Bd., p. 209). Probabilmente la stessa opinione aveva il Decker, ma forse per un *lapsus calami* asserì (l. c., p. 18) come data probabile il 30 settembre 609 a. C.

(2) Il lettore desideroso di conoscere con precisione quali questioni astronomiche siano legate all'eclisse di Talete e alle altre quattro così dette *eclissi cronologiche*, che cosa siasi tentato per risolverle, che cosa rimanga a fare per esaurirle, ricorra alle *Notice sur la lune et son accélération séculaire par M. F. Tisserand* inserita nell'*Annuaire pour l'année 1892 publié par le Bureau des Longitudes.* Dalla quale si apprende, fra l'altro, come il Newcomb ritenga che dai dati che si possiedono risulti soltanto che una battaglia fra i Lidii e i Medii finì in causa di un'improvvisa oscurità, che il 28 maggio 585 a. C. l'ombra della luna è passata sull'Asia minore e che Talete ha predetto un'eclisse.

(3) Bretschneider 51-52, Wolf l. c. p. 10.

noto ai Cinesi ed ai Babilonesi contemporanei del nostro filosofo (1). Ma ad averlo egli appreso per questa via si oppone il fatto che rapporti storicamente provati Talete ebbe con gli Egiziani, non con altri popoli, e benchè si possa essere inclini ad ammettere che anche questi conoscessero il *Saros* o qualche periodo analogo (2), pure nulla autorizza a ritenere che i sacerdoti Egiziani fossero disposti a rivelare ad uno straniero un segreto di tale importanza. Onde non resta che ammettere essere Talete giunto mediante osservazioni proprie alla legge generale dianzi citata o finalmente (3) avergli qualche astrologo, incontrato da lui ne' suoi viaggi, predetto un certo numero di eclissi ed essersi egli, dopo avere verificato parzialmente l'esattezza di queste predizioni, avventurato a pubblicarne una come cosa propria.

Del resto la soluzione del problema ora trattato non c' interessa direttamente, perchè esso appartiene alla storia dell'astronomia; se di tale problema abbiamo fatto cenno è perchè i varii modi con cui venne risolto sono già indizii di due correnti opposte seguite da coloro che si proposero di valutare l' opera scientifica di Talete, seguendo le quali gli uni pervennero a fare di questi il capostipite della grande famiglia di scienziati greci, gli altri a negargli qualsia concetto originale (4); correnti

(1) Questi ultimi avevano anzi dato a quel periodo un nome speciale, quello di *Saros:* cfr. Ideler l. c., I, 207.

(2) Infatti un antico scrittore racconta che « se presso qualche popolo furono accuratamente osservate le posizioni ed i movimenti delle stelle, ciò accadde presso gli Egiziani; essi conservano memoria scritta delle singole osservazioni da un numero di anni incredibilmente grande, poichè presso di loro in tutti i tempi fu a ciò consacrata la massima cura. I moti e la durata delle rivoluzioni e le stazioni dei pianeti e persino l' influenza di ciascuno sullo sviluppo degli esseri viventi e tutti i loro influssi buoni e cattivi, vennero da essi accuratamente osservati ». (Diodoro, lib. I, c. 81).

(3) Tannery, op. cit., p. 60.

(4) Allman — il quale fece propria l' opinione di Augusto Comte (v. *Cours de philosophie positive* T. II, p. 300) secondo cui Talete è colui che pose i primi fondamenti dell' algebra — e Tannery sono forse gli autori ove è più chiaramente percepibile questa diversità di direzione.

che si manifestano nel valutare tanto la sua azione come filosofo, la quale esce dalla cornice del nostro quadro, quanto la sua azione come geometra, che ora passiamo a delineare.

7. Se è estremamente probabile che Talete non abbia lasciato alcuno scritto filosofico (1), è pressochè certo che egli non compose alcun opera di matematica pura, sicchè per avere qualche informazione su quanto fece bisogna ricorrere ad altri che a lui. Ora Proclo ne parla cinque volte: una nel brano storico riprodotto nel n. 3, di un'altra verrà detto tra poco, nei tre casi rimanenti si esprime come segue:

I. Egli (Talete) è menzionato per avere per primo dimostrato che il cerchio è dimezzato dal suo diametro (*Proclo-Taylor* I, 165).

II. Si dice che egli abbia dimostrato per primo l'eguaglianza degli angoli alla base di qualsia triangolo isoscele (*L. c.* II, 54).

III. Eudemo gli attribuisce il teorema: quando due rette si tagliano, gli angoli opposti al vertice sono eguali (*L. c.* II, 76).

Da questi dati emerge che Talete si occupò di preferenza delle proprietà degli angoli (2). Ciò si accorda col fatto che, secondo Pamfila — storica del tempo di Nerone citata da Diogene Laerzio — Talete avrebbe imparato geometria dagli Egiziani e sarebbe stato il primo ad inscrivere in un cerchio un triangolo rettangolo (3).

Riguardo alla fiducia da accordarsi alle attestazioni di Proclo, si avverta essere opinione generale che egli di regola ripeta ciò che il peripatetico Eudemo da Rodi scrisse nella sua grande opera storica. Ma, secondo Hankel (4), neppure Eudemo

---

(1) Forse scrisse qualche cosa in versi per diffondere le nozioni astronomiche; v. Zeller. I, 148, Decker, 41-48, Bretschneider 55.

(2) Cfr. Friedlein, *Beiträge* citati II p. 13.

(3) Diogene Laerzio avverte però nel l. c. che secondo alcuni, fra cui il calcolatore Apollodoro, questa scoperta apparterrebbe ai Pitagorici.

(4) *Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter* (Leipzig 1874) p. 91. In particolare Hankel dubita che Talete sapesse dimostrare il teorema I, teorema che, com'è notorio, Euclide credè a torto di includere in una definizione (Lib. I, 17).

era in grado di discernere con precisione ciò che Talete aveva fatto da sè da quanto aveva trapiantato dall' Egitto, onde a quei dati fa mestieri attribuire un valore abbastanza esiguo. Quest' opinione fu espressa con maggiore schiettezza dal Bretschneider (1), il quale giunse ad ascrivere agli Egiziani la conoscenza delle proposizioni surriferite e a Talete quella di molte altre che ad esse si collegano (teoremi sulle parallele e sui triangoli). Ancora più scettiche riguardo al valore della narrazione di Proclo sono le opinioni del Tannery; il quale, dopo lunghi studii (2) intorno al commento che questi compose nel V. Sec. dell' Èra nostra, concluse che le storie dell' aritmetica, della geometria e dell' astronomia sarebbero state scritte, per il periodo che noi stiamo studiando, soltanto da Eudemo; esse sarebbero state sfruttate più tardi da Gemino (I sec. a. C.) e quindi da Porfirio (III sec. dell' E. v.) e Pappo; gli è da queste opere, oggidì perdute, e non direttamente da Eudemo, che Proclo avrebbe estratte le citazioni che si leggono nel suo commento. Il Tannery in conseguenza si credette in diritto di togliere ogni valore alle attestazioni di Proclo e in dovere di dichiarare che noi ignoriamo quello che Talete sapeva di matematiche; secondo lui in generale gli si attribuisce riguardo a certe cose più di quanto emerge dalle testimonianze di Eudemo, meno in altre, ma nulla accerta che egli abbia sorpassati gli Egiziani o dato prova di genio inventivo (3).

Da queste conseguenze, a cui guidò una severa analisi dei testi e che pajono imporsi per la loro verosimiglianza, si tenne lontano l' Allman, il quale, non avendo posto in dubbio un istante il valore delle parole di Proclo, prestando anzi ad esse fede costante, le utilizzò in primo luogo per fare di Talete il fondatore di quella geometria che, avendo per fine lo studio

(1) p. 42.
(2) *Le Géometrie grecque*, I Partie, *passim*; cfr. *Science Hellène*, p. 16.
(3) *Science Hellène*, p. 64-5.

delle proprietà delle linee, è radicalmente diversa da quella degli Egiziani, la quale ha per fine la misura delle aree e dei volumi; poi per completare il quadro delle sue cognizioni geometriche, attribuendogli, fra l'altro, la conoscenza del teorema sulla somma degli angoli di un triangolo (1) e — contrariamente ad un'opinione di Montucla (2) accettata da Chasles (3) — la nozione di luogo geometrico (4); vantando quindi le sue benemerenze sia dal punto di vista scientifico in senso stretto, sia dal punto di vista filosofico.

8. Ed aggiunse anche dal punto di vista pratico grazie a due problemi di bassa geodesia dei quali gli vengono attribuite le soluzioni e di cui è nostro dovere parlare come di cosa di cui non sembra ragionevole contendere il possesso a Talete.

I problemi in questione sono:

I. Determinare la distanza di una nave dal porto.

II. Determinare l'altezza di una piramide conoscendo l'ombra da essa projettata.

Del primo parla Proclo (l. c. II, p. 143) nel commento alla proposizione (XXVI del 1.° Libro di Euclide) “ se due triangoli hanno due angoli dell'uno eguali a due angoli dell'altro ed un lato dell'uno eguale ad un lato dell'altro, sia questo adiacente od opposto ad angoli eguali, allora essi avranno eguali gli altri lati nonchè i terzi angoli „. Il commentatore citato attesta che

---

(1) L. c., p. 10-13; cfr. anche Cantor I, 119-121. Se non condivido le opinioni del citato scienziato gli è che trovo essere desse inconciliabili con l'attribuzione ai Pitagorici del teorema in questione, della quale parleremo nel § seg. Questa inconciliabilità sembra essere sfuggita all'Allman per avere egli interpretate, in occasioni diverse, in modo differente le stesse parole di Proclo; infatti una volta (p. 11) egli dice che « we are informed by Proclus, on the authority of Eudemus, that the theorem (Euclid I, 32) was first proved in a general way by the Pythagoreans » ed un'altra (p. 24) che « the Peripatetic Eudemus ascribes to the Pythagoreans the discovery of the theorem..... (Euclid I, 32) ».

(2) *Histoire des Mathématiques*, 2.ª ed., T. I, p. 171.

(3) *Aperçu historique*, II ed., 1875, p. 5.

(4) L. c., p. 13.

Eudemo, nelle sue Narrazioni geometriche, attribuisce a Talete il presente teorema. Perchè egli dice essere desso necessario nel determinare le distanze dei vascelli in mare, secondo il metodo usato da Talete in questa ricerca.

Riguardo a tale notizia osserviamo in primo luogo lo strano ragionamento ivi fatto per attribuire a Talete il citato teorema di Euclide, ragionamento che, applicato in tutti i casi analoghi, condurrebbe ad ammettere come opera di uno scienziato qualunque teoria di cui egli indicò anche una sola applicazione; osserviamo ciò per rilevare come questo nuovo dato possa essere di ben piccola utilità per dissipare le fitte tenebre che ravvolgono le scoperte geometriche del saggio di Mileto. In secondo luogo osserviamo come le parole di Proclo impongano l' obligo di trattare la questione: *quale è stato il metodo usato da Talete per risolvere il problema I?* E poichè Proclo non dà alcuna indicazione in proposito, nè è stato fino ad ora rinvenuto alcuno che sopperisca al di lui silenzio, così già da tempo si avvertì la necessità di sciogliere la questione enunciata mediante congetture.

Così si suppose (1) che la distanza cercata si determinasse misurando (cfr. fig. 1.ª) gli angoli che le visuali condotte alla nave N da due punti A e B della costa fanno colla congiungente di questi, di cui la distanza potevasi facilmente misurare; oppure che si scegliesse (cfr. fig. 2.ª) un punto H della riva elevato sul livello del mare dal quale si potesse osservare la nave N e misurare l'angolo che le visuali HN fanno colla verticale HA. In entrambi questi procedimenti era necessario sapere: 1.° misurare un angolo, 2.° costruire sul terreno un triangolo eguale a un dato (2) (cioè eguale ad ABN nella prima soluzione ad AHN nella seconda).

---

(1) Bretschneider p. 43.

(2) Le difficoltà pratiche di questo problema indussero l' Allman a supporre (l. c., p. 14-15) che Talete costruisse un triangolo non eguale ma simile all' obbiettivo; per questo bisogna ammettere con lo storico inglese che il filosofo greco conoscesse la similitudine, il che è per lo meno assai dubbio (v. più avanti, n. 9).

Ma una terza soluzione del problema esonera dalla prima operazione; e siccome essa era adoperata dagli agrimensori romani (1) e d' altronde è un'applicazione di proposizioni la cui conoscenza è esplicitamente attribuita a Talete, così essa ci sembra, meglio di ogni altra, potersi considerare come quella citata da Eudemo. Ecco come si esegue. Per misurare la distanza un punto A (della riva del mare) un punto inaccessibile ma visibile B (nave), si conduce da A una perpendicolare AA', di lunghezza arbitraria, alla retta AB e la si divide per metà in M; la retta MB incontra la perpendicolare condotta da A' alla retta AA' in un punto B'. $A'B'$ è eguale alla distanza cercata. Infatti, poichè (come Talete sapeva) sono eguali fra loro gli angoli AMB e $A'M'B'$, essendo opposti al vertice, i due triangoli AMB e $A'M'B'$ hanno eguali due angoli e un lato dell' uno risp. a due angoli ad un lato dell'altro e quindi, pel teor. XXVI del I Libro degli *Elementi* (che era pur noto a Talete), sono eguali; in particolare è $A'B' = AB$.

9. Riguardo al secondo dei problemi di geometria pratica che è fama Talete insegnasse a sciogliere, cioè alla misura dell'altezza delle piramidi mediante l' ombra da esse projettate, vi fu chi (2) ritenne favolosa questa misura perchè, essendo le piramidi alte e per conseguenza di gran base ed essendo piccola la latitudine dell' Egitto, l' ombra non deve uscir fuori dalla base stessa. Tale dubbio si ripresenta notando che quella misura esigeva in ultima analisi la determinazione, tutt' altro che facile, dell' altezza di un oggetto sul piano orizzontale nell' ipotesi dell' inaccessibilità del piede della verticale passante per esso. Ma è agevole dissiparlo ammettendo (3) che chi ri-

---

(1) Cfr. *Gromatici veteres ex recensione Caroli Lachmanni* (Berlin 1848) p. 285-286; citato da P. Tannery (*Géométrie grecque* p. 90), che per primo emise l' ipotesi che essa fosse la soluzione di Talete.

(2) *Notizie istoriche dei mattematici e filosofi del Regno di Napoli scritte da* Matteo Barbieri (Napoli 1778) p. 26.

(3) Cfr. Bretschneider p. 45.

feriva quel ritrovato di Talete adoperasse la parola *piramide* per indicare un edificio elevato dimenticando la condizione che questo avesse una base di dimensioni trascurabili rispetto al-l' altezza, adoperasse ad esempio la parola piramide invece di quella di *obelisco*.

Ciò è tanto più verosimile perchè le notizie concernenti tale questione sono indirette, non solo, ma anche contraddittorie. Infatti se da un lato, al dir di Diogene Laerzio, un tale " Gerolamo " [da Rodi, discepolo di Aristotele] " riferisce avere egli " [Talete] " misurata l' altezza delle piramidi mediante l' ombra, osservando il momento in cui la nostra è della stessa grandezza di noi ", Plutarco d' altro lato nel *Banchetto de' sette saggi* fa Nilosseno parlare Talete del re egiziano Amasi nel modo seguente: " Benchè egli ti ammiri anche per altre cose, pure egli pregia sopra tutte la misura delle piramidi, giacchè tu, senza fatica alcuna e senza ricorrere ad istrumenti ma col solo infiggere il bastone all' estremo dell' ombra projettata dalla piramide, hai dimostrato, servendoti dei due triangoli risultanti dai contatti col raggio luminoso, che un' ombra ha all' altra lo stesso rapporto che ha la piramide al bastone ".

Come si vede queste due informazioni sono sostanzialmente discordi: in base alla prima basta ammettere che Talete avesse osservato che nell' istante in cui l' altezza di un determinato oggetto è eguale alla lunghezza della propria ombra tutti gli oggetti circostanti si trovano nelle stesse condizioni; poggiandosi sulla seconda invece bisognerebbe ammettere che avesse notizia della similitudine; ora, mentre nelle notizie di Diogene Laerzio, biografo che attingeva a fonti abbastanza prossime a Talete, devesi in generale avere fede, per converso non bisogna prendere troppo sul serio le parole di Plutarco che, nello scrivere opera non istorica e in un punto in cui voleva estollere Talete, non avrà avuto scrupolo alcuno nell' attribuire a questo cognizioni e metodi noti a' suoi tempi (I e II secolo del-l' E. v.).

Nulla dunque, a parer nostro, autorizza ad ammettere come

nota a Talete la teoria della similitudine, come opera sua la seconda invece della prima delle riportate soluzioni (1).

10. Talete in nessun periodo della sua esistenza ebbe l'abitudine di riunire attorno a sè un gruppo di persone per esporre o discutere i risultati delle sue meditazioni; tuttavia è consuetudine invalsa il ritenerlo capo di una scuola composta da quelli che, vuoi per l'epoca ed il luogo in cui vissero, vuoi per le dottrine che professarono, si possono riguardare in qualche maniera collegati al saggio di Mileto.

Primo fra questi è un tal Mandriato da Priene, di cui però non si conosce che il nome, ricordato da Apulejo (in un passo riprodotto da Bretschneider, p. 53).

Nè molto più si sa intorno Mamerco (2); chè, prescindendo da una frase di Suida e da uno scolio a Erone (entrambi riferiti da Bretschneider, p. 56) tendenti a farlo ascrivere fra gli aderenti alle idee dei fisici jonici, non si sa altro se non che egli ebbe per fratello Stesicoro, il celebre poeta nato ad Imera (Sicilia) e vissuto fra il 632 e il 560 a. C. (3).

11. In condizioni migliori ci troviamo riguardo ad Anassimandro (4) compatriota, discepolo e poi successore di Talete, il quale inaugurò la letteratura filosofica dei Greci (verso il 547 a. C.) col comporre a 64 anni un'opera *sulla natura* (*περί φύσεως*). Chi sa come a base delle dottrine d'Anassimandro fosse l'idea d'infinito, potrebbe credere che a lui, non ad Ar-

---

(1) L'opinione da noi accettata è quella di Bretschneider (p. 46), a cui sembra accostarsi il Cantor (I, 122), e che fu abbracciata dal Tannery (*Géométrie grecque*, (p. 91-2). L'opinione opposta fu sostenuta tanto dal Montucla (L. c. T. I, p. 103), il quale pensa essere la prima soluzione frutto dell'ignoranza del relatore che non riuscì a comprendere la seconda se non in un caso speciale, quanto dall'Allman (l. c., p. 14).

(2) Cfr. *Vite inedite di matematici italiani scritte da Bernardino Baldi, pubblicate da Enrico Narducci* (*Bull. di Bibl. e St.*, T. XIX, 1886, p. 358).

(3) Cfr. Smith *Storia di Grecia*, trad. italiana, Firenze, 1868, p. 145.

(4) Cfr. Diogene Laerzio p. 81; Zeller p. 211 e seg.; P. Tannery *Anaximandre de Milet* (*Revue philosophique* T. XIII, 1882, p. 500-529) e *Science Hellène* p. 81-118.

chimede si dovesse far risalire questo concetto fondamentale di tutta la matematica; ma tale opinione svanisce ben presto notando che Anassimandro parla sempre, non dell'infinito matematico, ma dell'infinito fisico (cioè della materia infinita) sicchè per lui infinito è non soggetto ma predicato (1). Del resto Anassimandro sembra avere dato nessun contributo alla matematica pura, ma essersi limitato alle applicazioni. Vero è che un tempo si era creduto (2) una frase di Suida (3) significasse avere egli scritto una specie di trattato elementare di geometria, ma poi fu avvertito l'errore dell' interpretazione (4); e gli uni (5) ammisero che Anassimandro sotto il nome di *ὑποτὺποσις* avesse composto una raccolta di costruzioni geometriche utili in pratica non accompagnate da alcuna giustificazione teorica, mentre altri (6) volle che tale opera si riferisse alla rappresentazione della terra su un mappamondo. La prima interpretazione si giustifica colla tendenza di Anassimandro verso la scienza applicata, la quale è attestata fra l'altro dalla costruzione di un gnomone che gli attribuisce Diogene Laerzio. La seconda poggia sul fatto che lo scienziato di cui ci occupiamo si ritiene autore di una carta della terra; non già che a lui si faccia merito del primo tentativo di tal natura, perchè anzi è noto (7) come nelle sedi degli oracoli anche prima si registrassero accuratamente i risultamenti di nuovi viaggi e in genere tutte le notizie attinenti alle peregrinazioni dei naviganti e si cercasse di dichiarare col mezzo di rappresentazioni grafiche la postura dei littorali diggià occupati e di quelli che ancora erano liberi ed acconci allo stabilimento di colonie; ma si ritiene che Anassimandro

---

(1) Zeller I, 157.
(2) Montucla I, 104.
(3) Riprodotta da Bretschneider p. 59.
(4) Finger l. c., p. 23.
(5) Bretschneider p. 62.
(6) Tannery. *Géométrie grecque* p. 74-75, *Science Hellène* p. 86.
(7) Curtius l. c., I, 527.

abbia data forma scientifica a questi tentativi e aggiunto ai loro scopi civili e politici quello di contribuire alla conoscenza delle condizioni fisiche del globo che abitiamo.

12. Se — come emerge dal fin quì detto — è assai secondaria la parte rappresentata da Anassimandro nella storia della matematica, che diremo di quella di Anassimene, terzo degli scienziati che ebbero culla in Mileto? (1) Dimostrato ingiusto l'attribuire a lui, con Cicerone, la costruzione di un gnomone (2), non ci resta che citarlo siccome colui che segna il definitivo distacco dalla matematica della scuola Jonica, distacco già preparato da Anassimandro ed al quale d' altronde non si opponevano le tendenze che essa aveva avuto fin dal momento della sua fondazione. Giacchè in Talete non si trova un uomo che coltivasse la matematica pel suo valore intrinseco, ma sibbene uno spesso, per non dir sempre, preoccupato delle applicazioni a cui egli era convinto si prestasse alla spiegazione dei fenomeni naturali. In tale convinzione egli probabilmente trovò la spinta a trasportare in Grecia le nozioni di geometria teorica e pratica possedute dagli Egiziani, ad aggiungervi talora qualche cosa di suo quando ne vide la necessità e a porre in luce la base scientifica di alcuni procedimenti pratici in uso sulle rive del Nilo (3). Perciò egli ed i suoi seguaci, non devono venir venerati per un contributo diretto dato alle nostre cognizioni geometriche, ma sibbene per avere poste all'ordine del giorno delle questioni che dianzi non eransi affacciate alla mente dei Greci; la Scuola jonica adunque non segna il principio della matematica greca, ma rap-

(1) Della sua vita non si sa nulla di sicuro; se per lo più lo si dice amico, discepolo e successore di Anassimene, ciò dipende soltanto dall'avere con questo comuni la patria ed alcune dottrine. Cfr. Zeller I, 178 e Tannery *Science Hellène* p. 146 e seg.

(2) Bretschneider p. 63 e Cantor I, p. 123.

(3) Cfr. il cenno storico di Proclo; questo è confermato da Platone, il quale poneva il carattere distintivo dei Greci nello spirito scientifico e quello degli Egiziani (e dei Fenici) nell' amore al guadagno e se lodò gli Egiziani fu piuttosto per le invenzioni pratiche che per le scoperte filosofiche.

presenta quel periodo di non regolata preparazione o meglio di inconscio fermento intellettuale che precede la vera ricerca scientifica.

III.

Pitagora e la Scuola Italica.

13. Gli stati ellenici situati al di quà del mare concentravano ancora tutta la loro attività nei negozii concernenti il benessere materiale, quando gli Jonii avevano già cominciato a speculare intorno a soggetti un po' più lontani dall' utile immediato, e, spinti probabilmente dagli esempii che offrivano loro le civiltà egiziana e babilonese, si erano dati ad indagare le cause dei fenomeni che percepivano nel mondo circostante. Il primo di tali investigatori di cui siasi conservato il nome è, come già sappiamo, Talete Milesio; egli, spinto da quel tormentoso desiderio — comune a tutti i popoli e che in particolare nei Greci è attestato da Esiodo — di sciogliere l'enigma della potenza regolatrice dell' universo e dalla brama, così caratteristica dello spirito ellenico, di scoprire ordine ed armonia nell'universo dei fenomeni, designò (per ragioni che non ci furono rivelate) l'*acqua* come l'elemento primitivo di tutte le cose, elemento dal quale tutto ciò che fu ed è aveva tratto la propria origine e dal quale doveva trarre origine tutto ciò che fosse per essere. Il valore di questo concetto devesi misurare, non tanto in base al pregio intrinseco e alla verosimiglianza di esso, quanto per essere il primo tentativo di ricondurre ad una causa unica gli infinitiformi fatti naturali. A tale tentativo un altro ne tenne dietro a breve distanza, quando cioè Anassimandro, spogliando il concetto del suo grande concittadino di quanto esso aveva di eccessivamente determinato, insegnò che quell' elemento primitivo pensato da Talete era non una particolare sostanza ma la *materia* non specificata, la quale dovendo dare origine ad infiniti esseri era di necessità infinita e capace di

svolgere dal proprio seno i singoli elementi. Se non che la *materia* di Anassimandro apparve ai più di troppo difficile concepimento; in conseguenza vediamo il terzo dei filosofi di Mileto, Anassimene, sentenziare essere l'*aria* l'elemento primigenio e creatore, elemento in movimento incessante e sempre attivo a produrre nuove cose mediante due processi, di rarefazione l'uno, di condensazione l'altro.

A questi magnanimi sforzi per determinare l'elemento unico capace di formare tutto ciò che esiste, fanno riscontro quelli aventi per intento di determinare la legge da cui tutto ciò che esiste è governato. Se i primi ebbero per patria la Jonia, la Magna Grecia vide compiersi i secondi, dopo che Elea (città fondata dai Focesi sulla costa del Mar Tirreno) divenne soggiorno di Senofane da Colofone (che fiorì nella seconda metà del VI sec. a. C.) epperò stanza del sapere e Crotone (città fondata dagli Achei nel Golfo di Taranto) lo divenne il giorno in cui vi approdò Pitagora da Samo (1).

Le spiegazioni dell'organamento del cosmo escogitate da Senofane e da Pitagora hanno questo di comune, che in entrambe la causa dei fenomeni viene cercata fuori del mondo dei sensi; ma, mentre gli Eleati la facevano risiedere in un essere immutabile increato ed eterno ma inqualificato, Pitagora attribuiva al *numero* la parte di regolatore del mondo intero; anzi per Pitagora il numero non era soltanto la forma che governa la combinazione delle cose ma la materia stessa delle cose. Queste due spiegazioni non sono fra loro in aperto contrasto, chè anzi si può ritenere la seconda inclusa nella prima. Ma quì accade che quanto cede per generalità vince per intrinseco valore. E invero il sistema cosmologico di Pitagora mostra, a

---

(1) Riguardo a questo filosofo, oltre alle citate opere di Diogene Laerzio e di Zeller (a cui attingemmo largamente), si vegga: Chaignet, *Pythagore et la philosophie pythagoricienne, contenant les fragments de Philolaus et d'Archytas* (Paris, 1873) e S. Ferrari, *La scuola e la filosofia pitagoriche* (Rivista italiana di Filosofia, Anno V, 1890).

tacere di altri pregi, come nella scuola di Crotone si avesse notizia, indubbiamente incompleta e forse nebulosa, dell'essere di regola i fenomeni fisici governati da leggi tanto esatte da potersi tradurre in formole aritmetiche (1); onde in esso devesi rintracciare il primo germe del nostro indirizzo scientifico seguendo il quale si cerca in ogni fenomeno l'elemento numerico e si ritiene, con Leonardo da Vinci, che le scienze siano tanto più vere quanto più s'informano ai metodi della matematica.

14. Tale superiorità della filosofia pitagorica sulle precedenti non deve fare chiudere gli occhi dinnanzi alle doti di queste, non deve spingere a negare come essa sia stata preparata dagli investigatori di Mileto e di Elea, non deve persuadere a ritenerla come un frutto esotico trapiantato da paesi lontani. Si deve certamente ammettere che sulla educazione intellettuale di Pitagora abbiano esercitata una certa influenza le dottrine che avevano corso in Egitto e in Oriente e che molti viaggiatori avevano fatto conoscere in Grecia; ma noi crediamo assolutamente priva di solida base l'opinione di coloro che trasformano Pitagora in un viaggiatore disonesto che fa apparire come sua proprietà il frutto di bottino raccolto in lontani paesi. Lo crediamo perchè l'argomento fondamentale usato da chi vuol giungere a tale conclusione risiede nell'avvertire certi punti di contatto fra le dottrine di Pitagora ed altre: ora è noto che in condizioni di sviluppo fra loro analoghe si vede sempre, specialmente fra popoli di origine comune, prodursi un gran numero di coincidenze (2); perciò bisognerebbe provare, in base alla conside-

(1) Si vegga a questo proposito quanto scriveva Kant (1796) nel lavoro: *Von einem vornehmen Ton in der Philosophie* (Ges. Werke T. I, Leipzig, 1839); donde appare che egli pure dinnanzi ai prodigi della matematica arrestossi compreso dalla stessa ingenua meraviglia di Pitagora. (cfr. Fink, *Kant als Mathematiker*, Frankfurt a. M. 1889).

(2) Ad es. Violet-le-Duc nella sua *Storia dell' abitazione umana*, narra che nelle valli del Thibet e del Cachemir situate ai piedi dell' Hymalaja le case sono costruite in tutti i più minuti particolari coll'identico sistema usato su varii versanti del Monte Rosa.

razione di legami storici, come Pitagora potè procacciarsi una nozione precisa delle dottrine orientali; or a ciò si opponeva fra l'altro la lingua, perchè rarissima era fra i Greci la conoscenza di lingue straniere e di poca utilità per gli scienziati potevano essere gl'interpreti i quali, erano bensì in grado di rendere possibile il commercio e illustrare un paese, ma di regola incapaci di spiegare dei concetti filosofici.

Abbiamo osservato questo perchè intorno alle origini del Pitagorismo furono emesse, anche da persone eminenti, ipotesi strane e disparatissime, le quali vennero e vengono tuttora gagliardamente sostenute e strenuamente combattute. Per tacere di chi, con G. B. Vico (1), opinò essere Pitagora venuto in Italia per apprendervi la filosofia indigena sorta dapprima in Etruria e trasferita poscia nella Magna Grecia, diremo essere stato dal Röth (2) fatto energicamente valere l'avviso che Pitagora trasportasse in Grecia dall'Egitto il suo completo sistema filosofico. Il Gladisch all'opposto trovò che le dottrine di Pitagora non hanno nulla di comune con quelle professate in Egitto (3) e che invece esse coincidono con quelle accettate dai Cinesi; ma gli fu obbiettato, fra l'altro, che tale coincidenza è imperfetta e che d'altronde siamo completamente all'oscuro riguardo al valore delle fonti cinesi a cui possiamo attingere. Nè mancò chi scoperse delle relazioni fra il Pitagorismo e le dottrine semitico-ebraiche (4). E finalmente, in questi ultimi tempi venne soste-

---

(1) Cfr. L. Ferri. *Sguardo retrospettivo alle opinioni degli Italiani intorno alle origini del Pitagorismo* (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 15 giugno 1890).

(2) *Geschichte unserer abendländischen Philosophie,* II Bd. (Mannheim 1858).

(3) *Die Aegyptische Entstehung des Pythagoras. Eine historische Untersuchung* (Philologus, Vol. 39, 1879 p. 113-130).

(4) Cfr. *Bull. di Bibliografia ecc.* T. XX, p. 200-205; e A. von Thimus. *Die Harmonikale Symbolik des Alterthums.* (Köln, 1862 e 1876). Notisi a questo proposito che gli Arabi facevano di Pitagora uno scolaro di Salomone: cfr. Heiberg *Litterargeschichtliche Studien über Euklid* (Leipzig 1882) p. 6.

nuta (1) ed accolta con favore (2) la tesi che pone sulle rive del Gange le scaturigini del Pitagorismo.

15. Da che cosa proviene questo gran numero di opinioni e l'impossibilità di giungere finora ad un accordo?

Le principali cause di ciò sono: 1.° il non avere Pitagora nè alcun suo discepolo, prima di Filolao (che fu contemporaneo di Socrate), consegnato le proprie idee ad uno scritto, 2.° la deficienza di altre autorità meritevoli di una fede assoluta.

L'esistenza di questa seconda causa si dimostra come segue: Percorrendo l'antica letteratura greca si nota che prima di Aristotele Pitagora è menzionato assai di rado, mentre Aristotele parla in genere *dei Pitagorici* (3); alle scarse notizie da lui offerte i Peripatetici ne aggiungono alcune che, benchè non molto numerose, sono però sufficienti a rivelare il germe di una leggenda formantesi attorno a Pitagora. E gli scrittori più recenti mostrano come questo seme siasi sviluppato rapidamente, giacchè all'epoca dei Neo-Pitagorici la pianta è così ricca di frondi, fiori e frutti che Porfirio e Giamblico di Calcide (IV sec. dell'E. v.) credono potere scrivere delle vite del nostro filosofo piene di particolari di ogni genere. La tradizione ci dà dunque tante più informazioni sopra il pitagorismo ed il suo fondatore quanto più ci allontaniamo dall'epoca in cui i fatti sono accaduti (4); ma quale fede devesi prestare a dei racconti indub-

---

(1) L. v. Schroeder. *Pithagoras und die Inder. Eine Untersuchung über die Herkunft und Abstammung des pythagoraischen Lehren* (Leipzig 1884).

(2) Cfr. S. Cognetti de Martiis. *L'istituto pitagorico* (Atti dell'Accademia di Torino, Vol. XXIV, 1888, 208-225 e 270-291).

(3) La spiegazione di questo modo di esprimersi « del maestro di color che sanno » sta nell'abitudine dei Pitagorici di considerare ogni scoperta fatta nella Scuola come opera non di questo o di quello ma di tutti i membri di essa. Nessuna meraviglia quindi se, anche dopo Aristotele, assai spesso si sia costretti di parlare di ritrovato *dei Pitagorici*.

(4) A conferma di tale asserzione riportiamo la seguente notizia data sul soggiorno di Pitagora in Egitto da Dom. Pernety: « Pythagore, toujours avide de s'instruire, consentit même à souffrir la circoncision pour être admis aux nombre

biamente fantastici nei quali è evidente il desiderio del narratore di trasfondere nei lettori il proprio entusiasmo pel grande filosofo? (1)

16. Tuttavia, per quanto siasi scettici a questo proposito, sembra essere forzati ad ammettere come Pitagora fosse figlio di un Mnesarco (2) e avesse visto la luce in Samo (3) circa nella 49ª Ol. Le antiche notizie sui suoi maestri sono destituite di solido fondamento storico (4) e così quelle intorno a' suoi viaggi, eccettuate tutt' al più quelle concernenti la sua visita all' Egitto. In Samo stesso egli forse insegnò; ma, sia per non avere trovato presso i suoi concittadini sufficiente considerazione, sia per sottrarsi alla tirannia di Policrate (5), si traslocò a Crotone nella 59ª o 60ª Ol. (cioè verso l'epoca della cacciata dei Tarquinii da Roma) ove fondò quell' associazione, in parte scientifica ma specialmente politico-religiosa, detta da poi *scuola italica*, che, se la fama non mente, riunì una folla di discepoli d'ambo i sessi accorsi da ogni parte d' Italia, e che, divenuta il centro del partito aristocratico, fu la prima esposta all' urto

---

des initiés. Il puisa au moins dans ce pays les principes des sciences, et son système de métempsycose » (*Nouveaux Mémoires de l' Académie des Sciences et Belles-Lettres*, MDCCLXXIII, Berlin 1775, p. 504).

(1) A queste fonti più o meno torbide e senza analizzarne la purezza, attinse Bernardino Baldi nello scrivere quella *Vita di Pitagora* che fu di recente (1887) da Enrico Narducci tratta dall' autografo, annotata e pubblicata nel T. XX (p. 197-308) del *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.* Ad essa, non meno che alle postille del dotto editore, rinviamo il lettore desideroso di formarsi un concetto di quanto l' antichità credeva di conoscere intorno al nostro matematico.

(2) Oriundo da Fliunte, secondo Pausania (cfr. Curtius, I, 158); da un' isola donde gli Ateniesi cacciarono i Tirreni, secondo Diogene Laerzio.

(3) Riguardo all' opinione secondo cui Pitagora sarebbe Etrusco v. Ferri nella mem. cit.; e riguardo a quella che lo fa italiano vedi F. de Luca, *Memoria per rivendicare alla scuola italica tutta l' antica geometria* (Napoli 1845) p. 11.

(4) La maggioranza ammette però che egli ebbe delle relazioni con Talete; v. Bretschneider 71 e Allman 19-20.

(5) Curtius l. c. I, 622.

del movimento democratico che in quel tempo sconvolse tutti gli stati greci. Ma in qual modo abbia avuto luogo in conseguenza la dissoluzione della scuola pitagorica, in qual misura siano stati perseguitati i suoi membri, qual sorte abbia toccato al suo capo, non è noto con certezza, tantochè vi è chi fa morire Pitagora durante un tumulto a Crotone, mentre vi è chi gli fa finire la vita a Metaponto in un tranquillo esiglio; certo è soltanto che egli si è spento verso la 69ª Ol. e che poi le sue dottrine si sparsero per tutta la Grecia.

17. Da queste ultime parole il lettore è reso edotto dell'essere credenza universale che uno dei canoni regolatori dell'associazione pitagorica fosse il segreto intorno alle dottrine ivi insegnate e alle questioni ivi dibattute. Ora, quanto è questa credenza fondata sul vero (1), quanto contiene di ingrediente leggendario? (2) A prima vista si potrebbe pensare che la prescrizione del segreto, supposta vera, dovesse applicarsi piuttosto ai dogmi filosofici che alle verità geometriche; ma all'opposto mentre quelli furono ben presto conosciuti a Senofane, ad Eraclito e ad altri, vien presentata come empia la rivelazione fatta più tardi di una scoperta matematica; si è dunque forzati di ammettere che l'insegnamento privato di Pitagora fosse essenzialmente matematico e filosofico quello pubblico. Si può ritenere di più che Pitagora da principio non volesse tenere celate nè le sue dottrine filosofiche nè la sua scienza geometrica; che preferisse, per sue ragioni particolari, l'insegnamento orale al diffondere le sue idee col mezzo di scritti; ma che, quando un suo discepolo propalò le più elevate cognizioni matematiche acquistate nel seno della scuola e si fece un merito d'un risultato che era

(1) Ne dubitano tanto Hankel (l. c. p. 111) quanto Cantor (I, 129).

(2) Per quanto segue si vegga P. Tannery, *Histoire du concept de l'infini au VI Siècle avant J. C.* (*Revue philosophique*, Vol. 12, 1882 p. 618-636) e più esplicitamente *Sur le secret dans l'école de Pythagore* (*Archiv für Geschichte der Philosophie*, Berlin 1887, I Bd. p. 28-36), *Science Hellène* p. 113-121 e *Géométrie Grecque* 81-89.

frutto di lavori compiuti in comune (1), Pitagora si sia sentito offeso da tale indebita appropriazione e la maggioranza de' suoi discepoli abbia condiviso il suo risentimento. Le discordie conseguenti furono forse uno dei motivi alla dissoluzione della scuola; e vi è ragione per credere che ad un gruppo di Pitagorici esigliati e privi di risorse alludesse Giamblico, quando nel c. 89 della *Vita di Pitagora* scriveva: " Ecco come i Pitagorici dicono che la geometria fu resa pubblica. Il denaro dei Pitagorici venne smarrito da uno di essi; in seguito a questa disgrazia venne accordata a questi la facoltà di battere moneta con la geometria, e la geometria venne detta *Tradizione concernente Pitagora* ".

18. Si ammetta o non la testè indicata riduzione a proporzioni tanto modeste del silenzio imposto ai Pitagorici, purchè si accetti come vera la citata interpretazione proposta dal Tannery per le parole di Giamblico (2), si deve ammettere essere esistita (sotto il titolo composto dalle parole sottolineate che chiudono il n.° precedente) un' opera geometrica, che Eudemo da Rodi avrà avuto probabilmente sotto mano e dalla quale avrà estratte quelle notizie intorno al sapere matematico dei Pitagorici che vennero trasmesse più tardi a noi da Proclo. In conseguenza la storia della geometria per quanto concerne Pitagora sembra trovarsi in condizioni assai più favorevoli della storia della filosofia; cosichè se ci è ignoto su quale autorità si fondasse ad esempio Aristotele nell' attribuire una dottrina ai Pitagorici, per converso quando Eudemo (Proclo) attribuisce ad essi una proposizione matematica dobbiamo a buon diritto pensare che egli riproducesse quanto aveva letto in quel trattato composto dagli esigliati di Crotone verso la metà del V Secolo a. C.

---

(1) Quale fosse tale scoperta è dubbio: secondo Giamblico (*De Pythagorica Vita*, c. 88) essa sarebbe l' iscrizione del dodecaedro nella sfera e l' infedele sarebbe Ippaso; mentre secondo uno scolio agli *Elementi di Euclide* attribuito a Proclo essa sarebbe la scoperta degli irrazionali (cfr. Knoche *Untersuchungen über die neu aufgefundenen Scholien des Proklus Diadochus zu Euklid's Elementen*, Herford 1865 p. 17-28).

(2) Essa non lo fu dall' Allman l. c. p. 221.

Queste spiegazioni erano indispensabili, chè in loro assenza come conciliare l' incredulità con cui dicemmo doversi in genere accogliere le informazioni che gli antichi autori ci porgono intorno alla scuola di Crotone con la fede che riponiamo nelle notizie somministrateci da Proclo e che ci porgono il materiale con cui ora tenteremo ricostruire l' edificio geometrico di cui il capo della scuola fu l' architetto?

19. Quello che differenzia una raccolta di proposizioni matematiche da un sistema scientifico propriamente detto è l' esistenza di definizioni capaci di dare un' idea completa ed esatta degli enti da studiarsi. Perciò le parole con cui Proclo fa merito a Pitagora di avere elevata la geometria alla maestà di scienza trovano conferma, non soltanto nelle concordi attestazioni di antichi scrittori (1), ma eziandio dalle definizioni che è forza ammettere avessero corso nella scuola quando apprendiamo dal citato commentatore che ivi il punto era detto " unità avente posizione " (2), veniva dato alla matematica il nome che oggi porta (3) ed era stata proposta una divisione di questa scienza che fu adottata quasi alla lettera da Platone e poi (sotto il nome di *quadrivio* con cui la disegnò Boezio) durante tutto il Medio Evo. Quale fosse tal divisione e quali siano state le ragioni che la consigliarono a quei filosofi è dichiarato da Proclo medesimo in un passo importante (4) che crediamo opportuno di riferire:

I Pitagorici quindi pensavano che tutta la scienza matematica dovesse venir divisa in quattro parti, attribuendo una di queste parti al *quanti?* (τὸ πόσον) e un' altra al *quanto?* (τό πηλίκον) ed assegnando poi a ciascuna di queste parti a sua volta due parti. Perchè essi dicevano che la quantità discreta, ovvero il *quanti?*, può essere considerata o in sè stessa oppure in rela-

(1) Esse furono raccolte da Allman p. 22 e seg.

(2) Proclo-Taylor I, 121. Benchè questa definizione sia stata abbandonata dai moderni, non si può non ravvisare in essa qualche pregio: chè essa fa apparire il punto come un ente avente un esistenza propria, non composto di parti e dotato dell' unica proprietà di occupare una certa posizione; e non sono queste le proprietà del punto che s' invocano ordinariamente in geometria?

(3) L. c. I, 81.

(4) L. c. I, 74.

zione con qualche altra; ma che la quantità continua, o il *quanto?*, è o stabile o in movimento. Quindi affermavano che l' *aritmetica* contempla la quantità discreta in quanto esiste di sè, mentre la *musica* quella che è in relazione con altra; e che la *geometria* considera la quantità continua in quanto è stabile; ma l' *astronomia* (ἡ σφαιρική) contempla la quantità continua in quanto è di natura sua mobile.

20. Oltre a queste notizie, le quali bastano a dimostrare come nella scuola di Crotone la matematica venisse considerata nel suo insieme da un punto elevato ed ivi fossero state ravvisate le analogie e le differenze fra le discipline che la compongono, altre Proclo ci trasmise; dalle quali si trae la conferma di quanto già accennammo, dell' avere cioè Pitagora introdotto la matematica nel suo sistema filosofico, di essersene inoltre servito per chiarire le sue idee cosmologiche e perfino per esprimere sotto forma precisa i suoi concetti teologici. Così il commentatore precitato afferma che i Pitagorici scopersero della analogia fra punto ed unità, fra linea e diade, fra superficie e triade (1), che essi ascrissero le tre specie di angoli rettilinei (acuti, retti, ottusi) a varie specie di divinità (2), che affermavano essere il triangolo il principio della generazione (3) e che trovarono essere la figura quadrilatera quella che meglio conveniva a porgere un' imagine dell' essenza divina (4). Tali ravvicinamenti fantastici sembrano oggi, e sono in gran parte, sogni di menti ammalate, nè certo meritano pel loro intrinseco valore un posto nella storia della scienza; se, ciò non ostante, abbiamo creduto di farne quì un rapido cenno, gli è che pensiamo che essi, in un' epoca in cui la scienza era ancora in fasce e non era comune l' abito della ricerca scientifica, avranno valso a dirigere lo sguardo delle persone intelligenti verso un campo di ricerche dianzi poco coltivato e a fare giudicare più gustosi i frutti che si potrebbero cavare dalla coltura di esso, dal momento che

(1) L. c. II, 123 e 136.
(2) L. c. I, 148.
(3) L. c. I, 174.
(4) L. c. I, 178.

questi si collegavano a questioni così vitali che furono, tuttora sono e saranno in ogni tempo quelle che destano nelle masse il più vivo interesse.

21. Riassunte così le notizie concernenti nelle sue linee generali la matematica pitagorica, dopo avere aggiunto che si fa risalire a Pitagora il concetto geometrico di spazio (come ente continuo ed illimitato (1)), cominceremo l' enumerazione delle ricerche compiute nella Scuola italica coll' occuparci della teoria delle proporzioni (2).

Questa teoria, nella matematica greca, funge da anello di congiunzione fra l' Aritmetica e la Geometria; se i teoremi che la costituiscono appartengono senza dubbio alla scienza del numero, il metodo con cui sono dimostrati (fondato sulla rappresentazione dei numeri mediante linee e dei loro prodotti mediante rettangoli) e le continue applicazioni che ricevono a questioni geometriche, vietano che si rimandi all' ultimo Libro della presente opera l'indicazione delle origini e dei primi stadii di sviluppo di essa. Ora gli è appunto nella scuola di Pitagora che se ne avvertono le prime traccie. Infatti Nicomaco Geraseno (v. Lib. V) attesta che Pitagora conosceva le tre proporzioni, aritmetica, geometrica e armonica; Giamblico accerta che nella sua Scuola si consideravano tre medie: l' aritmetica, la geometrica e quella allora chiamata *ὑπεναντία* e designata più tardi da Archita ed Ippaso col nome di armonica, ed aggiunge che Pitagora trasportò da Babilonia in Grecia la proposizione più perfetta

$$a : \frac{a+b}{2} : : \frac{2ab}{a+b} : b;$$

mentre finalmente da altra fonte ricaviamo che ai discepoli di Pitagora siamo debitori delle progressioni aritmetiche.

(1) P. Tannery a p. 621 dell' *Histoire* citata.

(2) Sembra che in origine la proporzione geometrica fosse chiamata ἀναλογία e le altre proporzioni μεσότητες; ma poi questa distinzione non fu rigorosamente conservata. Cfr. Nesselmann, *Die Algebra der Griechen* (Berlin 1843) p. 212 nota.

Riguardo all' origine delle tre proporzioni, si osservi che il confronto fra due numeri può farsi o per differenza o per quoziente: da ciò nascono i concetti di rapporto aritmetico e rapporto geometrico; e considerando due coppie di numeri aventi il medesimo rapporto aritmetico o geometrico, tosto si arriva all' idea di proporzione aritmetica o geometrica. Notando poi che se a, b, c sono tre numeri in proporzione aritmetica o geometrica, si ha

$$a - b : b - c :: a : a$$

o

$$a - b : b - c :: a : b\,,$$

nasce l' idea di considerarne tre numeri tali che sia

$$a - b : b - c :: a : c$$

e si giunge così alla proporzione armonica. Tale ipotesi sull' origine di questa terza proporzione (1) trova un appoggio nel fatto che ad Ippaso, Archita e forse Eudosso (2) vengono attribuite altre tre proporzioni le quali sono definite dalle relazioni

$$b - c : a - b :: a : c$$
$$b - c : a - b :: b : c$$
$$b - c : a - b :: a : b$$

di forma analoga alle precedenti.

Finalmente sulla vastità delle nozioni possedute dai Pitagorici intorno alle proporzioni non si hanno notizie sicure, ma

(1) Allman l. c. p. 45.

(2) È probabile, come pensa Bretschneider (l. c. p. 164), che il nome di Eudosso si trovi qui per avere egli diffuso nella Grecia la conoscenza di queste tre proporzioni insegnategli dal suo maestro Archita.

è assai verosimile che essi ne conoscessero le proprietà soltanto per numeri interi e che il Libro VII degli *Elementi di Euclide* sia la riproduzione della teoria delle proporzioni quale aveva corso nella scuola di Cotrone (1).

22. Proclo, dopo il commento alla proposizione (2) " due linee rette che si tagliano formano quattro angoli eguali a due retti ", osserva (3):

« Il presente corollario, benchè c'insegni che lo spazio attorno ad un punto è distribuito in angoli eguali a quattro retti, è subordinato a quel mirabile teorema secondo cui soltanto i tre poligoni seguenti possono riempire lo spazio attorno ad un punto, cioè il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono regolare. Però il triangolo equilatero dev'essere preso sei volte; perchè sei volte due terzi fa quattro angoli retti. E l'esagono deve essere formato tre volte; perchè l'angolo di qualsia esagono è un retto ed un terzo di retto. E il quadrato dev' essere preso quattro volte; perchè l'angolo di qualunque quadrato è retto. In conseguenza, sei triangoli equilateri riuniti per gli angoli formano quattro retti, e così tre esagoni e quattro quadrati. Ma tutti gli altri poligoni, per quanto siano complicati riguardo agli angoli, sono deficienti di quattro retti o eccedenti, e quelli soltanto, presi gli anzidetti numeri di volte, dànno quattro retti. E questo teorema è pitagorico.

Ecco dunque una prima proposizione di geometria attribuita a' Pitagorici; ma per misurare il valore di questa notizia conviene rammentare che, come già osservammo, Eudemo, da cui per fermo Proclo tolse questa notizia, non era in grado di distinguere l' elemento esotico esistente nelle verità matematiche possedute dai suoi connazionali; per ciò non si può escludere che quella proposizione fosse ignota agli Egiziani, anzi il genere delle cognizioni geometriche che avevano questi fa inclinare verso l' opinione opposta (4); tutt' al più si può ragionevolmente

(1) Cfr. Hankel l. c. p. 390 e L. F. Ofterdinger *Ueber den Zusammenhang der Euclidischen Lehre von den geometrischen Verhältnissen mit den Anfängen der Exhaustions-Methode* (Separat-Abdruck aus den Jahresheften des Ver. für Math. u. Naturwiss, in Ulm, 1889).

(2) Probabilmente interpolata; v. *Euclidis Opera Omnia* ed. Heiberg I (Lipsiae 1883) p. 42.

(3) Proclo-Taylor II, 100-101.

(4) Cfr. Bretschneider 77, Allman 28.

congetturare che, mentre gli Egiziani avranno riconosciuto sperimentalmente il fatto enunciato da quella proposizione, Pitagora od i suoi discepoli lo avranno rigorosamente dimostrato.

23. La questione di dividere il piano in poligoni regolari congruenti, la cui soluzione vedemmo ora ascriversi fra i ritrovati dei Pitagorici, è collegata all'altra scoperta che, come vedemmo, Proclo attribuisce a Pitagora, quella cioè della costruzione dei poliedri regolari (1). Ora è da notare che della costruzione del cubo, del tetraedro e dell'ottaedro, difficilmente si potrebbe negare la conoscenza agli Egiziani; sicchè probabilmente Pitagora si sarà limitato a farla conoscere ai suoi compatriotti. Ma un genio inventivo qual era Pitagora non avrà mancato di domandarsi se essi fossero gli unici poliedri regolari; ed osservando come si cominciasse la costruzione del tetraedro riunendo per un vertice tre e quella dell'ottaedro riunendo quattro triangoli equilateri, abbia tentato di costruirne un nuovo col riunirne cinque ed abbia così, non solo ottenuto un nuovo poliedro regolare, ma sia giunto alla conoscenza del pentagono regolare (come poligono formato dalle basi dei cinque triangoli ausiliarii) e ad una costruzione per tentativi dello stesso. Sei triangoli equilateri riuniti in modo analogo dànno il piano (come Pitagora sapeva) sicchè questo procedimento non può continuarsi. Si può tentare però di applicarlo partendo dal quadrato; ora tre quadrati congiunti per un vertice conducono al cubo e quattro dànno un piano, onde dal quadrato non si può ottenere nulla di nuovo. Ma invece tre pentagoni regolari riuniti al solito modo dànno origine ad un nuovo solido regolare, il dodecaedro, mentre non è possibile riunirne un maggier numero. E poichè, finalmente, tre esagoni riuniti nel modo consueto formano un piano, il metodo di costruzione indicato non

(1) Proclo li chiama *figure cosmiche* perchè i Pitagorici facevano corrispondere il pentaedro, l'ottaedro, l'icosaedro e il cubo ordinatamente al fuoco, all'aria, all'acqua e alla terra; finalmente il dodecaedro al cosmo.

è più applicabile e la determinazione dei poligoni regolari convessi è esaurita.

24. Se dalla costruzione dell' icosaedro regolare Pitagora fu probabilmente indotto a notare l' esistenza del pentagono regolare, per quella del dodecaedro regolare gli era indispensabile conoscere una costruzione di questo poligono esente da tentativi giacchè questi repugnavano al concetto della geometria che egli aveva; esaminiamo quindi se tale cognizione gli si può attribuire (1). Si osservi a tale scopo che se si congiunge (fig. 4.ª) un vertice di un pentagono regolare $ABCDE$ con i due vertici (C e D) ad esso opposti si ottiene un triangolo isoscele avente gli angoli alla base doppii dell' angolo al vertice, onde la descrizione del pentagono regolare poggia sulla costruzione di un triangolo di tal fatta (cfr. Euclide, *Elementi* IV, 10). Ma se si divide per metà uno (C) dagli angoli alla base di questo triangolo, questo risulterà diviso in due triangoli entrambi isosceli, uno dei quali (CDF) è simile all' intero triangolo ACD. Sarà quindi

$$\frac{AC}{CD}=\frac{CD}{DF},$$

ossia (poichè è $CD=CF=AF$, $AC=AD$)

$$AD\times DF=\overline{AF}^2;$$

ne viene che, dato uno (AD) dei lati eguali dell' anzidetto triangolo, per trovare la base, basta dividere AD in due parti AF e FD tali che il rettangolo di AD per una (DF) delle parti eguagli il quadrato dell' altra parte (2) (cfr. Euclide II, 11)

(1) Günther (*Bull. di Bibliografia ecc.* T. VI, 1873, p. 313-324) e Hankel (p. 95 nota) ne dubitano.

(2) Il lettore vedrà subito che AD è in F divisa in media ed estrema ragione, in quel rapporto cioè che nel periodo prepericlo ebbe nell' architettura parte così importante: cfr. Cantor I, 151 e le autorità ivi citate.

Che tale questione non sorpassasse le forze dei Pitagorici è senz' ambiguità dichiarato da Proclo, nelle postille alla 44.ª prop. del I Libro di Euclide, con le parole seguenti:

Secondo Eudemo, le invenzioni concernenti l'applicazione (παραβάλλειν), l'eccesso (ὑπερβάλλειν) e il difetto (ἐλλείπειν) delle aree sono antiche e dovute ai Pitagorici. I moderni prendendo a prestito questi nomi li trasferirono alle così dette linee coniche, parabola, iperbola ed ellisse; invece l'antica scuola nella sua nomenclatura relativa alla descrizione delle aree *in plano* su una retta finita prendeva i termini in questo senso. Un'area è detta *applicata* ad una data retta quando un'area eguale in superficie ad una cert'area data è descritta su di essa; ma quando la base dell'area è maggiore della data linea allora l'area è detta essere *in eccesso;* e quando la base è minore, cosicchè una parte della data linea resta fuori dell'area descritta, allora l'area è detta *in difetto.* Euclide adopera in questo senso nel IV Libro (1) le parole eccesso e difetto (2).

Queste parole di Proclo non riusciranno per fermo molto chiare per un lettore moderno e l'oscurità in cui sono ravvolte non può venir dissipata ricorrendo agli *Elementi* di Euclide; siccome esse toccano un argomento di capitale importanza per l'intelligenza delle opere greche, così crediamo dover nostro corredarle del seguente commento (3).

Il problema dell' *applicazione semplice,* ridotto alla sua più semplice espressione, consiste nel costruire un rettangolo di area conosciuta ed avente per lato un dato segmento. Secondo Euclide (Lib. I, prop. 44) lo si risolve mediante il *teorema del gnomone* (4)

---

(1) V. prop. 27 e seg.

(2) Proclo-Taylor II p. 198.

(3) Cfr. E. F. August, *Zur Kentniss der geometrischen Methode der Alten* (Berlin 1843); e ancor più P. Tannery *De la solution géométrique des problèmes du second degré avant Euclide* (*Mém. de la Soc. de Bordeaux,* 2.ª Série, T. IV, 1882, p. 396-416) e Zeuthen, *Die Lehre der Kegelschnitte im Alterthum* (Kopenhagen 1886) p. 27-31.

(4) Γνώμων significa:

1) In senso astratto: criterio o norma su cui regolarsi.

2) In senso concreto: *squadra,* strumento per verificare se un angolo dato è retto; donde il nome antico di gnomone dato alla perpendicolare.

3) In senso geometrico: la figura che resta sopprimendo da un parallelogrammo il parallelogrammo nascente dal condurre da un punto di una diagonale le

come segue: Sia (fig. 5.ª) AB il lato dato; l'area data si trasformi in un rettangolo $BCDE$ avente il lato BC sul prolungamento di AB; si compia il rettangolo $ABEF$ avente per lati AB e BE, e poi il rettangolo $DFGK$ avente per un suo lato FD e una sua diagonale stesa lungo FB. Se il quarto lato GK di questo rettangolo è incontrato da EB in H, $ABHG$ sarà il rettangolo cercato.

Il problema dell'*applicazione in eccesso,* pure ridotto alla sua forma più semplice, consiste nel costruire su una data retta AB prolungata (fig. 6.ª) un rettangolo $AXYZ$ di data area e tale che la differenza fra esso ed il rettangolo di eguale altezza avente per base AB sia un quadrato. Se dunque b^2 è la data area ed a la lunghezza di AB, il problema proposto equivale alla ricerca dell'altezza x del rettangolo da costruirsi, x dovendo soddisfare l'equazione $ax + x^2 = b^2$. Secondo Euclide esso si scioglie in sostanza nel modo che l'Algebra suggerisce per risolvere questa equazione; infatti se si aggiunge $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ ai due membri di quell'equazione si ottiene $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$, la quale dà subito $x + \frac{a}{2}$ e quindi x; traducendo in costruzioni geometriche queste operazioni, si ottiene la fig. 6.ª, che è quella adoperata da Euclide per dimostrare il teor. 6° del II Libro. — Importa osservare che il problema dell'applicazione in eccesso equivale alla ricerca di un rettangolo di cui si conosca l'area e la differenza dei lati; se si prende per incognita principale il lato minore del rettangolo, esso equivale alla risoluzione dell'equazione precedente; ma se invece si prende per incognita

parallele ai lati: donde la ragione del nome di *teorema del gnomone* da molti dato alla prop. 43 del Libro I di Euclide (cfr. Allman, *On the name of the so-called « theorem of gnomon »*, Bibl. mathematica 1887 p. 22), proposizione di cui non conosciamo lo scopritore.

4) Nella gnomonica: lo stilo della meridiana, strumento di cui Anassimandro insegnò l'uso ai Greci.

principale il lato maggiore, esso mena all' equazione $x^2 - ax = b^2$, la cui soluzione è quindi implicitamente insegnata dall' applicazione in eccesso.

Da ultimo il problema dell' *applicazione in difetto*, esso pure enunciato nella maniera più semplice, consiste nel costruire su una porzione di una data retta AB un rettangolo $AXYZ$ di data superficie e tale che la differenza fra esso e il rettangolo di eguale altezza e di base AB sia un quadrato. Riguardo al quale noteremo la sua equivalenza con la risoluzione dell' equazione quadratica $ax - x^2 = b^2$; Euclide lo scioglie in modo non sostanzialmente diverso dal nostro: infatti togliendo i due membri di quest' equazione da $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ si ottiene $\left(\frac{a}{2} - x\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - b^2$, da cui si cava la differenza fra x e $\frac{a}{2}$ e quindi x stessa; traducendo in costruzioni geometriche queste operazioni si ottiene la fig. 7.ª, la quale è quella che serve ad Euclide nella prop. 5.ª del II Libro degli *Elementi*.

Da ciò emerge che i tre problemi delle applicazioni, nelle ipotesi dianzi indicate, sono sufficienti a risolvere geometricamente ogni equazione di 2.° grado della forma

$$x^2 + px + q = o \qquad (1)$$

in tutti i (tre) casi in cui essa ha radici reali; mentre per converso se l' equazione ha la forma più generale

$$ax^2 + bx + c = o \qquad (2)$$

fa mestieri invocare il VI Libro degli *Elementi* (1).

---

(1) Si avverta che la separazione delle equazioni (1) dalle (2) si è conservata a lungo nella scienza; essa ritrovasi ancora in Luca Paciuolo, il quale enunciò in versi le regole di risoluzione delle equazioni (1) nei tre casi dianzi indicati

$$ax \pm x^2 = b^2 , \; x^2 - ax = b^2 ,$$

regole ottenute da lui appunto con metodo geometrico. Cfr. Kästner, *Geschichte der Mathematik*, T. I (Göttingen 1796) p. 70-71.

Ma intanto da quanto precede risulta che (ritornando ora al problema della costruzione del pentagono da cui per questa lunga digressione ci dipartimmo) facendo $AD = l$ e $DF = x$, la condizione a cui deve soddisfare x traducesi nell' equazione $3lx - x^2 = l^2$, la quale, essendo della forma $ax - x^2 = b^2$, può risolversi con una applicazione in difetto: tale operazione è dunque sufficiente per costruire un pentagono regolare.

25. Assodato questo punto si osservi che nel raziocinio esposto in principio del n. prec. si supposero implicitamente due cose.

La prima è che Pitagora conoscesse abbastanza il metodo di analisi geometrica da potere compiere le successive riduzioni del problema che abbiamo indicate. Orbene, quantunque quel metodo venga da molti attribuito a Platone (v. n. 57), pure noi non esitiamo a considerarlo assai più antico, antico anzi quanto la ricerca geometrica, come quello che è il più naturale e spontaneo specialmente quando venga invocato per risolvere dei problemi; riteniamo pertanto che il filosofo Ateniese non l' avrà tutt' al più che enunciato sotto forma generale capace di comprendere i varii modi in cui egli l' aveva visto atteggiato negli studii geometrici anteriori (1). Arrogi che l' applicazione di tal metodo che noi attribuiamo a Pitagora è verosimile per le seguenti ragioni: 1.° le costruzioni ausiliarie (condurre le rette AC e AD e la AF che non differisce dalla diagonale AE) si dovevano presentare spontaneamente a chi aveva famigliarità col pentagono stellato (πένταλφα) segno di riconoscimento dei Pitagorici dai quali era riguardato come *salute* (ὑγίεια); 2.° la decomposizione dei poligoni regolari in triangoli era cosa usitatissima fra i Greci (2); 3.° il triangolo isoscele speciale che

(1) Cfr. Allman p. 41 nota.

(2) Così Platone nel *Timeo*, trattando della generazione dei triangoli equilateri e dei quadrati, dice che queste figure risultano sempre da triangoli rettangoli, e precisamente o da triangoli isosceli o da triangoli aventi un angolo acuto doppio dell' altro.

interviene nella soluzione precedente è soggetto di studio speciale da parte di Euclide (IV, 10).

La seconda osservazione da farsi sull' argomentazione attribuita a Pitagora, è che essa suppone nota la proporzionalità dei lati omologhi di due triangoli equiangoli. Ora noi non esitiamo ad ammettere nei Pitagorici la conoscenza delle prime proposizioni concernenti la teoria della similitudine, in particolare di quella citata che è fra le primissime. Siamo indotti a ciò dalle cognizioni che essi avevano sulle proporzioni, dalla somma delle proposizioni note a Ippocrate da Chio (v. §. V) che di poco è posteriore a Pitagora, e più di tutto dalla testimonianza di Plutarco, secondo cui i Pitagorici avrebbero offerto un sagrifizio agli Dei per la gioja di avere trovato il modo di costruire una figura simile ad una seconda ed eguale (in superficie) ad una terza.

26. Un'altra scoperta sarebbe stata fatta da Proclo, al dire di Pitagora; egli infatti comincia il commento sul teorema del quadrato dell' ipotenusa, con le parole:

Se ricorriamo agli storici dell' antichità (Eudemo) troveremo che essi attribuiscono questo teorema a Pitagora e asseriscono avere egli sagrificato un bue per tale invenzione (1).

Il citato commentatore continua poi:

Per parte mia, ammiro coloro che per primi scopersero la verità di questo teorema: ma sento maggiore ammirazione per l' istitutore elementare (Euclide) che non soltanto ne ha stabilita la verità con dimostrazioni evidenti, ma parimente ci convince nel suo VI Libro (2) mediante argomentazioni scientifiche che non possono venire confutate, di un teorema più generale di questo.

E queste parole, se da una parte dànno una notizia sicura, quella cioè dell' originalità della dimostrazione esposta da Euclide pel teorema di Pitagora, ci sottopone la questione di divinare

(1) Cfr. A. J. H. Vincent, *Lettre sur le théorème de Pythagore* (Nouvelles Annales de Mathématiques, T. XI).

(2) Prop. 31.

i metodi di scoperta e di dimostrazione adoperati dal filosofo di Samo. Riguardo alla prima questione, sembra che concordemente si ammetta essere Pitagora arrivato al suo teorema generalizzando una proprietà del triangolo avente lati di lunghezza 3, 4, 5, (1) triangolo che sembra essere stato conosciuto dai popoli che precorsero i Greci sulla via della civiltà (2). All' opposto sulla seconda gli avvisi sono discordi. Secondo noi nulla prova falsa l'ipotesi secondo cui Pitagora avrebbe dimostrato il suo teorema col mezzo di triangoli simili (calando la perpendicolare dal vertice dell' angolo retto sull' ipotenusa); essa non lo è dal l' essere quel teorema posto da Euclide molto prima della teoria della similitudine, mentre è confermata dallo sviluppo che ammettemmo avere ricevuto tale teoria nella scuola di Crotone. Però altri (3), che pensava diversamente, suggerì come dimostrazione originale quella ben nota (4) che ha la sua essenza nell'osservare l'eguaglianza degli spazii non tratteggiati nelle figure 8.ª e 9.ª; a questa congettura venne mossa l' obbiezione (5) che la dimostrazione indicata ha un colorito troppo indiano; ma essa non ci sembra avere valore decisivo, perchè chi assicura che quelle doti che noi riteniamo caratteristiche della geometria

(1) Quest' opinione fu espressa per la prima volta, se non erriamo, da Clavio (*Euclides Elementorum libri XV*, Francofurti 1607); indipendentemente da esso nel 1833 da F. Wurm, nel 1863 da M. Cantor, *Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker*, Halle, 1863, p. 105-110, nel 1874 da Hankel (l. c. p. 98) e nel 1876 da S. Günther (*Lo sviluppo storico della teoria dei poligoni stellati nell'antichità e nel medio evo*. Bull. di bibl. ecc. T. VI, 319), Non dissimili da questa sembrano essere le opinioni dell' Ofterdinger (v. *Beiträge zur Geschichte der griechischen Mathematik*, Ulm 1860 p. 6), e dello Zeuthen (op. cit. p. 26).

(2) Quali sono gli Egiziani e i Cinesi. Quanto a questi ultimi (cfr. Biernatzki, *Die Aritmetik des Chinesen*, Crelle 's Journal T. 52, 1856, p. 65-66) mi sia lecito osservare che questa coincidenza, nonchè il fatto che a Pitagora è attribuita la scoperta dell'obliquità dell' eclittica, la quale era nota in Cina nel 1100 a. C. (cfr. Wolf. op. cit. p. 7), potrebbero essere invocati (da chi annette qualche valore a tali coincidenze) a sostegno della tesi che le dottrine pitagoriche siano di origine cinese.

(3) Bretschneider, 81.

(4) Ma di autore incerto.

(5) Hankel, l. c. p. 98.

greca dopo che le abbiamo riscontrate nelle opere del periodo greco-alessandrino fossero da essa possedute fin dall' origine, fin dal momento cioè in cui i geometri greci percorrevano una strada che era stata loro additata da' popoli con cui nei loro viaggi erano venuti a contatto?... Altre e non meno ingegnose supposizioni vennero fatte per rispondere all' anzidetta questione (1), ma nessuna ci sembra degna di raccogliere l' approvazione universale (2); crediamo anzi che una tale soluzione ideale sia impossibile nella deficienza in cui ci troviamo di dati capaci di completare le notizie di Proclo.

27. Alla scoperta della proprietà specifica del triangolo rettangolo (3) è probabilmente collegata quella delle quantità irrazionali, della quale Eudemo fa merito a Pitagora in un passo che abbiamo citato (§. I). Tale scoperta ha un così straordinario valore teorico, tanto grande dev' essere stato lo stupore che destò in chi la fece ed in coloro che per primi la conobbero, che naturalmente sorge il desiderio di avere qualche particolare sul modo in cui venne compiuta. Ma tale desiderio non può oggi soddisfarsi; nemmeno gli *Elementi* gettano qualche luce intorno al modo con cui dagli antichi venivano considerate tali quantità, chè Euclide dà di esse dei caratteri negativi cioè afferma o dimostra l' inesistenza in esse di certe qualità possedute dai numeri (si vegga ad es. la dimostrazione dell' incommensurabilità del lato di un quadrato e della sua diagonale, la quale consiste in sostanza nel dimostrare assurda l' ipotesi di una comune mi-

---

(1) Fra le più cospicue cito quella che si legge nel lavoro di P. Treutlein, *Ein Beitrag zur Geschichte der griechischen Geometrie* (Zeitschrift f. Math. u. Phys, 1883. *Hist. lit. Abth*, 209-226), e quelle esposte da A. Marre nell' articolo intitolato *Théorème du carré de l' hypothénuse* (Bull. di Bibl. ecc. T. XX, 1887, p. 404-406).

(2) La dimostrazione originale doveva a nostro credere essere divisa in varie parti, applicabili ciascuna ad una specie di triangoli: cfr. l' ultimo periodo del seguente n. 27.

(3) Oppure alla divisione di una retta in media ed estrema ragione come vuole l' Allman (p. 42)?

sura); il che è tanto più da deplorarsi inquantochè le difficoltà che la teoria di esse presenta sono tali che anche ai nostri giorni le vediamo spesso dare origine a questioni importanti.

Nè in migliori condizioni ci troviamo nel giudicare i contributi dati dai Pitagorici al rinvenimento della quadratura del circolo, contributi la cui esistenza è attestata in un commento di Simplicio nel modo seguente:

Però anche Giamblico nel suo *Commento alle Categorie* dice che Aristotele probabilmente non rinvenne alcuna quadratura del cerchio, ma che questa è stata trovata dai Pitagorici; e aggiunge che ciò emerge dalle dimostrazioni del pitagorico Sesto che ha ricevuto per tradizione il metodo di dimostrazione (1).

Dobbiamo, come taluno fa (e non senza ragione) (2), non attribuire alcun valore a queste testimonianze di un fanatico ammiratore dei Pitagorici vissuto sotto Augusto e Tiberio? Al lettore la risposta.

Per converso un' ultima notizia che abbiamo sulla geometria pitagorica è così completa che non lascia nulla a desiderare; è la seguente:

Il peripatetico Eudemo ascrive ai Pitagorici la scoperta di questo teorema, che gli angoli interni di un triangolo sono eguali a due retti, ed asserisce che essi dimostravano questo teorema come segue: Sia (fig. 10ª) $\alpha\beta\gamma$ un triangolo; per α si conduce $\delta\varepsilon$ parallele a $\beta\gamma$. Ora siccome $\beta\gamma$ e $\delta\varepsilon$ sono parallele, così gli angoli alterni interni sono fra loro eguali; $\delta\alpha\beta$ eguale a $\alpha\beta\gamma$ e $\varepsilon\alpha\gamma$ a $\alpha\gamma\beta$. Si aggiunga l' angolo comune $\beta\alpha\gamma$. Saranno allora gli angoli $\delta\alpha\beta$, $\beta\alpha\gamma$, $\gamma\alpha\varepsilon$, cioè $\delta\alpha\beta$ e $\beta\alpha\varepsilon$, cioè due retti, eguali ai tre angoli del triangolo. I tre angoli di qualunque triangolo sono dunque eguali a due retti. Questo modo di dimostrazione appartiene ai Pitagorici (3).

Una sola cosa bisogna notare a questo proposito, ed è che i Pitagorici ai quali si deve la scoperta del teorema non sono per fermo gli stessi che inventarono questo ragionamento, chè

---

(1) Bretschneider, p. 108, Allman, p. 28.

(2) P. Tannery, *Pour l' histoire des lignes et des surfaces courbes dans l' antiquité* (*Bull. des Sciences math. et astr.* 1884, T. VIII della 2.ª Serie, p. 6 dell' estratto).

(3) Proclo-Taylor II, 164.

altrimenti non si saprebbe comprendere come Eutocio, in un passo del commento al I Libro delle *Coniche* di Apollonio, dica (1):

Similmente gli antichi dimostrarono il teorema dei due retti a parte per ogni specie di triangolo, prima per l' equilatero, poi per l' isoscele, e finalmente per lo scaleno, mentre quelli che vennero dopo dimostrarono il teorema generale: *i tre angoli interni di ogni triangolo sono eguali a due retti.*

29. Esaurita così l' enumerazione delle cognizioni matematiche che a ragione sono da attribuirsi ai Pitagorici, fa d' uopo citare rapidamente quelle che vennero loro attribuite a torto. Osserveremo pertanto in primo luogo che, interpretando nel senso moderno la parola che usavano gli antichi per indicare l' applicazione delle aree, vi fu chi volle che i Pitagorici conoscessero le sezioni coniche e in particolare la quadratura della parabola (2). Ed in secondo luogo che Diogene Laerzio dice essere opinione dei Pitagorici che fra le figure solide la sfera sia la più perfetta e fra le piane il circolo; evidentemente tale convinzione era fondata sulla regolarità che essi trovarono nella sfera e nel circolo, sia per la loro uniforme curvatura, sia per essere i loro punti equidistanti dal centro; il Montucla (3) invece fraintese le parole di Diogene, e credette che Pitagora avesse inaugurata la teoria degli isoperimetri col dimostrare che di tutte le figure piane di egual perimetro il cerchio ha la superficie massima e di tutte le figure solide di egual superficie la sfera ha il volume massimo; e l' imponente autorità dello storico francese fece accogliere senza discussione da molti questa credenza (4) che oggi però non dovrebbe più trovare sostenitori (5).

---

(1) *Apollonii Pergaei quae Graece extant cum Commentariis antiquis*, ed. Heiberg, II Vol. (Lipsiae 1893) p. 170.

(2) Cfr. Finger l. c. p. 32, Bretschneider p. 79 nota e Allman p. 25 nota 27.

(3) T. I p. 113.

(4) Ad es. Dilling l. c. p. 10; Chasles, *Aperçu historique* 2.ᵉ ed. (1875) p. 4 e 5; Anton, *Geschichte des isoperimetrischen Problems* (Dresden, 1888) p. 6 e 8.

(5) Già il Finger aveva dubitato dell' interpretazione data da Montucla alle parole di Diogene Laerzio (l. c. p. 32); ma Bretschneider per primo la dimostrò errata (l. c. p. 89-91.)

30. Prima di abbandonare la Scuola italica ci sia lecito invitare il lettore a volgere assieme a noi uno sguardo all' indietro per determinare con precisione il posto che ad essa è dovuto nella storia della geometria.

Il teorema sulla somma degli angoli di un triangolo e i problemi delle *applicazioni* bastano a dimostrare quanto i Pitagorici fossero famigliari con le principali proprietà degli angoli e delle linee parallele, dei triangoli e dei parallelogrammi; famigliarità la quale riceve nuove conferme dal teorema che di Pitagora reca il nome e dalla decomposizione a lui nota di un piano in poligoni regolari. La costruzione dei poliedri regolari prova ad evidenza tanto la facoltà che possedevano d' intuire le figure nello spazio quanto la capacità che avevano di ridurre la costruzione di esse a quella di figure piane, nè è sragionevole citarla siccome indizio di loro cognizioni sulla sfera, solido di cui se non altro avevano percepite le qualità estetiche! Se le scarse cognizioni sul cerchio che, come vedremo, possedeva uno dei Pitagorici posteriori (Ippocrate da Chio), inducono a ritenere favolosi i loro contributi alla scoperta della quadratura di questa figura, per converso è indiscutibile doversi ad essi due passi memorabili compiuti dalla matematica, cioè: la scoperta delle quantità irrazionali e la metodica introduzione delle proporzioni. Ove ancora si tenga conto delle definizioni di cui essi avvertirono la necessità per assicurare la solidità di un edificio geometrico e delle considerazioni elevate su i fini e la divisione delle matematiche e si ricordi il valore permanente della risoluzione geometrica ad essi dovuta di tutte le equazioni della forma $x^2 + px + q = o$ si concluderà con noi che nessuno può contrastare a Pitagora il nome di capostipite della grande famiglia composta dei coltivatori della geometria per la geometria.

IV.

Eleati, Atomisti, Sofisti

Zenone d' Elea.

31. In principio del § prec. abbiamo accennato alla fondazione in Italia di una Scuola filosofica contemporanea alla Scuola di Pitagora; quella cioè che ebbe per capo Senofane, per sede Elea, per principio fondamentale l' unità e l' immutabilità dell' essere. Dopo Senofane tale principio fu spogliato della forma teologica, di cui questi l' aveva rivestito, da Parmenide il quale lo presentò sotto aspetto prettamente filosofico e così giunse a dare alle dottrine eleatiche il massimo sviluppo del quale si possono ritenere capaci (1). Sicchè gli Eleati posteriori — fra i quali spiccano Zenone e Melisso — non trovarono altro modo di esercitare la loro azione se non quello di combattere gli oppositori delle idee di Parmenide che numerosi e gagliardi essi vedevano pullulare attorno a sè.

Zenone (2), nato verso il principio del V secolo a. C., intorno alla metà di questo secolo rappresentò una parte importante come uomo e come scrittore; non fu vero matematico, ma uno di quegli uomini che maggiormente contribuirono all' assodamento dei principii agitando delle questioni che vi si riferiscono. Amico e discepolo di Parmenide sembra che egli si sia strettamente attenuto alle opinioni da questo propugnate, e abbia scelto quale proprio cómpito di far toccar con mano le contraddizioni

(1) Sembra che Parmenide, nei primordii della sua carriera, avesse dei rapporti con i Pitagorici; ciò spiega l' esistenza delle opinioni geometriche che Proclo (Trad. cit. I, 124 e 138) cita come sue.

(2) Cfr. Diogene Laerzio e Zeller, I, 419 e seg.

a cui andava incontro chi le combatteva, chi cioè asseriva la possibilità di concepire l'essere come divisibile e variabile; la singolare abilità colla quale egli applicò questo metodo indiretto di dimostrazione (1) è ad evidenza provata dal fatto che, a partire da Aristotele, Zenone viene generalmente designato come inventore di tale metodo, cioè della dialettica.

32. Platone e Simplicio conobbero l'opera con cui Zenone difese il suo maestro (2); da essi e da Aristotele noi apprendiamo quegli argomenti di natura matematica che aprono a Zenone le porte nella storia delle discipline esatte. Quantunque parecchii siano assai noti (3), pure crediamo di accennare rapidamente a tutti quelli che ci furono tramandati e che si riferiscono alla matematica, osservando prima come quelli contro la pluralità servano a stabilire *l'unità dell'essere* (primo principio della dottrina eleatica), e quelli contro il movimento a stabilire *l'immutabilità dell'essere* (secondo principio della dottrina stessa).

I. *Argomenti contro la pluralità.*

1. Se l'essere fosse multiplo dovrebbe essere ad un tempo infinitamente piccolo ed infinitamente grande. Infatti ogni pluralità è una serie di unità, ed una unità propriamente detta non può essere che un'ente indivisibile; perciò ogni elemento delle pluralità dev'essere un'unità indivisibile oppure composto d'unità indivisibili. Ora ciò che è indivisibile non può avere grandezza, perchè tutto ciò che ha grandezza è divisibile all'in-

---

(1) Alcune parole di Proclo (l. c. I, 120) farebbero credere che di questo si fosse già servito Parmenide: il che del resto si accorderebbe coll'indole del metodo e delle applicazioni fattene.

(2) I passi di Simplicio riguardanti Zenone si trovano tradotti nel §. II della memoria di P. Tannery intitolata *Le concept scientifique du continu, Zénon d'Élée et Georg Cantor* (*Revue philosophique*, T. XX, 1885, p. 385-410), in base alla edizione di Simplicio recentemente fatta dal Diels (Berlin 1882).

(3) Cf., fra gli altri, i lavori: Gerling *De Zenonis eleat. paralogismis motum spect.* (Marburg 1825) e Frontera *Études sur les arguments de Zenon d'Elée contre le mouvement* (Paris 1891),

finito. Dunque gli elementi della pluralità non hanno grandezza. Essi dunque non aumentano la pluralità se vengono aggiunti ad essa, non la diminuiscono se ne vengono tolti. Ma ciò che, aggiunto o tolto, non influisce sulla grandezza delle cose è nullo. Dunque la pluralità, essendo composta di elementi nulli, è infinitamente piccola. — Ma d'altronde gli elementi della pluralità devono essere infinitamente grandi. Infatti quello che non ha grandezza non esiste; onde le pluralità, per esistere, devono avere una grandezza, epperò le loro parti devono essere discoste l'una dall'altra, cioè fra le loro parti devono essere situate delle cose dotate di grandezza; a queste cose si potrà applicare lo stesso ragionamento e così continuando si troveranno infinite grandezze il cui insieme è una grandezza infinita (1).

2. Similmente Zenone dimostra che, considerato rispetto al numero, ciò che è multiplo deve essere ad un tempo limitato ed illimitato. È infatti limitato contenendo un numero determinato di unità. Dev' essere poi illimitato, perchè due cose distinte devono essere separate da qualche cosa; questa terza cosa combinata con le due prime dà luogo ad altre coppie, su cui si potrà ragionare nello stesso modo, e così via (2).

II. *Argomenti contro il movimento.*

1. Prima che il corpo arrivi al termine della sua corsa deve necessariamente arrivare a metà della strada; prima d'arrivare a questa metà deve arrivare alla metà della prima metà. E così via. Dunque per andare da un punto ad un altro ogni

(1) Si noti qui l'apparizione delle grandezze infinitesime e delle infinite; nè si manchi di rilevare come la contraddizione a cui arriva Zenone dipenda dal non avere egli visto come infinite quantità infinitesime possano formare una quantità finita.

(2) Zenone giunge così all'idea di *numero infinito;* vi arriva però per una strada attestante come egli non sapesse concepire il numero astrattamente, cioè come il residuo che rimane dall'idea di complesso di individui quando si prescinda da tutte le loro proprietà specifiche nonchè dalla loro posizione relativa, quando cioè si tenga conto unicamente dell'essere ciascuno distinto da tutti gli altri e dell'essere essi considerati contemporaneamente.

corpo sarebbe costretto a percorrere un' infinità di spazii. E siccome ciò è impossibile così il movimento non può aver luogo (1).

2. Analoga alla precedente è l' argomentazione ben nota tendente a dimostrare che Achille non può raggiungere la tartaruga, benchè egli avanzi più rapidamente; argomentazione che consiste nell' osservare che Achille deve raggiungere prima la posizione che occupava l' animale nell' istante in cui l'eroe partì, quindi la posizione che esso occupava quando questi raggiunse l' anzidetta posizione, e così via.

3. Una cosa, finchè rimane in una posizione, è in riposo. Ora una freccia che vola è in ogni istante in una posizione determinata, onde è in ogni istante in riposo, epperò il movimento non è che apparente (2).

4. I più son d' accordo nell' ammettere che l' ultimo degli argomenti contro il movimento addotto da Zenone sia il meno felice di tutti. In esso il filosofo d' Elea immagina di avere tre file di quattro corpi ciascuna, ad es. A, B, C, disposti come indica la figura 11.ª e suppone la prima fissa, le due altre mobili nei sensi indicati dalle freccie e con la medesima velocità. Arriverà un' istante in cui quei corpi saranno disposti come indica la fig. 12.ª Allora C_1 sarà passato dinnanzi a tutti i quattro corpi B mentre si sarà trovato davanti due soli degli A; dunque

---

(1) Ognun vede dov' è il punto debole di questo ragionamento: Zenone non si è accorto che uno spazio infinitesimo vien percorso in un tempo infinitesimo, e che, come una retta di lunghezza finita può risultare da un' infinità di parti infinitesime, così un tempo finito (ad es. quello necessario a percorrere quella retta) può risultare da un' infinità di tempuscoli infinitesimi; la stessa fonte di debolezza risiede nell' argomento successivo.

(2) Quì il vizio del ragionamento ha la sua radice nell' avere Zenone trascurata una distinzione sottile ma ai moderni famigliarissima; quella cioè della quantità assolutamente nulla dalla quantità infinitesima. Infatti per concludere che la freccia è in riposo bisognerebbe dimostrare che essa occupa la stessa posizione in una serie di *tempuscoli infinitesimi*, non già di *istanti*, chè dire che è in riposo in un istante (quantità di tempo assolutamente nulla) può equivalere ad esserire che essa è allora in una fase di movimento. Del resto, l'assenza della distinzione anzidetta è visibile anche nel primo dei ragionamenti contro la pluralità.

la velocità di C sarà una certa o doppia secondo il modo in cui si considera il movimento: il che, agli occhi di Zenone, appariva assurdo. Ma non lo sembra a noi che sappiamo distinguere *moto assoluto* da *moto relativo* e siamo in grado di valutare la velocità di un movimento in base alla sua natura specifica. Se quindi possiamo essere propensi a scusare Zenone per l'errore commesso considerando che egli viveva in un'epoca in cui la scienza dei moti era tuttora in gestazione, non possiamo negare che egli abbia effettivamente commesso un errore.

In ciò dissentiamo da uno dei più fortunati e geniali cultori della storia scientifica (1). Il quale partì dall'ipotesi che, con le sue argomentazioni, Zenone intendesse, non già di rassodare i fondamenti dell'edificio eleatico, ma di svelare le imperfezioni delle teorie sostenute da chi ne dissentiva. In base a questa congettura, egli sosteneva che Zenone avesse diretti di preferenza i suoi strali contro i Pitagorici, ed in particolare avesse combattuta la definizione, che già citammo, di punto come unità avente posizione (μονας ἔχουσα θεσιν); secondo il citato storico i discepoli di Pitagora avrebbero dedotto da questa definizione essere ogni corpo geometrico una somma di punti, nella stessa guisa che ogni numero è una somma di unità; e questa proposizione sarebbe stato il bersaglio a cui Zenone mirava nell'inventare i suoi ragionamenti. Ora, se è vero che Zenone nelle sue argomentazioni contro il moto viene in ultima analisi ad abbattere la concezione dello spazio come somma di punti, chi fa fede che i Pitagorici abbiano realmente dedotta la proposizione citata dalla definizione di punto da essi prescelta? Come d'altronde rendersi ragione del silenzio di Proclo su tale pretesa di deduzione? In quale maniera spiegare che egli, nel riferire ed in senso benevolo commentare quella definizione, non abbia fatto alcun cenno di chi per demolirla usò dei mezzi così illeciti che vennero poco dopo annoverati fra i paralogismi proverbiali?

---

(1) P. Tannery, nella memoria precitata, nonchè *Science hellène* p. 247-261.

Comunque si risponda a queste domande, qualunque sia il giudizio che si pronunci sull' ultima delle argomentazioni zenoniane, il significato dell' opera matematica del filosofo d' Elea rimarrà sostanzialmente il medesimo. Giacchè tutti converranno che a lui spetta il gran merito di avere per la prima volta trattate le quantità infinitesime e le infinite, nonchè i numeri infiniti; e di avere prima di qualunque altro fissata l' attenzione dei filosofi e dei matematici su questioni che, variamente enunciate, si ripresentarono ogni qualvolta venne escogitato qualche nuovo espediente per giustificare l' uso dell' infinito nelle scienze esatte; questioni il cui studio fu e continua ad essere (1) tuttora fertile di ingegnose ricerche e risultati importanti.

Oinopide, Anassagora, Democrito.

33. Oinopide da Chio, che Proclo e Platone annoverano fra coloro che pei primi si occuparono in Grecia di questioni geometriche, si deve ritenere per appartenente alla Scuola di Pitagora? Così fanno un notissimo lessicografo (2) e coloro che ne accettano senza discussione le affermazioni (3), mentre tenendo conto delle notizie che si hanno intorno alle idee che egli professava, sarebbe più ragionevole collegarlo con i fisici Jonii (4). Ad una conclusione definitiva sembra difficile arrivare in base ai dati che abbiamo, tanto più che l' epoca in cui fiorì Oinopide (5) (500 a. C. circa) si accorda tanto coll' una ipotesi quanto coll'altra; ma (e ciò è per noi assai peggio!) neppure sui meriti di Oinopide come matematico si può pronunciare sicuro

(1) Cfr. i §§. IV-VII della testè richiamata memoria di P. Tannery.

(2) Fabricius, Bibl. graeca T. IV, p. 85.

(3) G. Cramer, *Dissertation sur Hippocrate de Chio* (inserita nell' *Histoire de l' Académie des Sciences et Belles-Lettres* MDCCXLVIII, Berlin 1750) p. 493. Ideler lo dice « *einen pythagorisirenden Philosophen* » (op. cit. I, 302).

(4) Finger, l. c. p. 45.

(5) Cfr. Dilling, l. c. p. 10.

giudizio, giacchè coerenza storica esige che la diffidenza con la quale accogliemmo le informazioni che Eudemo ci trasmise col mezzo di Proclo sulle scoperte geometriche di Talete ci sia compagna anche nel valutare quelle che dalla stessa sorgente e per lo stesso canale ci giungono intorno ad Oinopide. Tali informazioni sono:

I. A proposito del problema (*Elementi* I, 12) " Dati di posizione una retta indefinita ed un punto esterno condurre da questo la perpendicolare alla retta ", Proclo dice:

Oinopide risolse per primo questo problema, avendolo riscontrato utile per l'astronomia. Egli chiama poi secondo il costume antico la perpendicolare un gnomone, perchè, come questo, cade ad angolo retto sull'orizzonte, ecc. (Proclo-Taylor II, p. 83).

II. E, a proposito del problema " su una retta data ed in un punto dato su di essa formare un angolo eguale ad un dato angolo rettilineo ", egli osserva che " anche questo è un problema la cui invenzione, secondo Eudemo, è un acquisto piuttosto di Oinopide che di Euclide ". (Proclo-Taylor II, p. 126).

Queste notizie, le uniche che possediamo intorno allo scienziato in questione, non c'inducono a far eco agli antichi quando lo vantavano tanto quale grande matematico (1) quanto per grande astronomo (2); e siccome è inammissibile che gli Egiziani abbiano ignorato qualche metodo per risolvere quei problemi (3), così è (4) probabile si debba ridurre il merito di

---

(1) Perciò Montucla (I, p. 151) e Cantor (I, p. 162) ammettono che egli abbia fatta qualche altra scoperta di cui non abbiamo notizia. — Quanto all'attribuzione ad Oinopide delle *lunule* (cfr. §. seg.) essa poggia sopra un errore incorso nella 1.ª ed. del *Commento di Proclo*, il quale venne corretto da Cramer nella dissertazione dianzi citata. Tale attribuzione spinse perfino taluno a fare una sola persona di Oinopide e di Ippocrate: (si vegga la *Dissertation sur Oenopides de Chio par M. Henius* inserita nell'*Histoire de l'Académie des Sciences et Belles Lettres* MDCCXLIV, Berlin 1748, p. 401-424).

(2) Censorino lo fa autore del ciclo di 59 anni (v. Ideler nel l. c.)

(3) Hankel, l. c. p. 92.

(4) Bretschneider, l. c. p. 65.

Oinopide ad avere — forse in vista delle applicazioni astronomiche che egli aveva in animo di fare — inventato quelle soluzioni che tutti conosciamo avendo Euclide creduto di accordare loro un posto negli *Elementi*. Per noi dunque il vantato valore geometrico di Oinopide resta problematico; a meno che non vogliamo misurarlo in base alla sua azione come insegnante, poichè è fama che il celebre Ippocrate da Chio avesse ricevuta la propria istruzione matematica appunto nella scuola fondata dal suo conterraneo (1).

34. Proclo, nel riassunto storico che riproducemmo §. I, cita, prima di Oinopide da Chio di cui ci siamo occupati testè, un altro scienziato di poco anteriore e i cui meriti geometrici sono, secondo lui, di importanza non molto differente; cioè Anassagora di Clazomene. Questo nome non riuscirà certo nuovo al lettore, il quale ravviserà tosto in lui quel celebre pensatore, maestro ed amico di Pericle, che, nato verso il 500 a. C. (2) da parenti facaltosi abbandonò ogni suo avere per dedicarsi alla filosofia, e che, avendo fondato in Atene una scuola ove professò idee discrepanti da quelle che avevano allora corso, venne accusato di empietà e potè a stento mutare la pena di morte in quella di perpetuo esiglio da Atene. Riparò allora in Lampsaco, città della Misia, ove morì verso il 428 a. C.

Anassagora sembra avere conosciuta la maggior parte delle dottrine degli antichi filosofi, eccezion fatta per quelle di Pitagora, ed averle sfruttate nel comporre il proprio sistema; egli subì l'influenza della Scuola jonica non meno che dell'eleatica, di Anassimandro e Anassimene quanto di Eraclito e Parmenide (3). Nulla quindi giustifica coloro (e sono i più) (4) che

(1) Proclo (I, 110) cita anche certo Zenodoto fra coloro che erano famigliari con le dottrine di Oinopide. Cfr. Finger, 46-7.

(2) Zeller I, 663 e seg.

(3) Zeller I, 704 e seg.

(4) Montucla *Histoire des recherches sur la quadrature du cercle. Nouv. ed.* (Paris 1831), p. 34 nota; Finger, l. c. p. 42; G. Smith, *Storia di Grecia* (Firenze 1868), p. 150. Bretschneider p. 63. Allman p. 17 e 54, Wolf, op. cit. p. 9.

a capo della Scuola jonica pongono Anassagora, dopo Talete, Anassimandro e Anassimene.

Quali siano le scoperte matematiche, in base a cui Proclo lo menzionò onorevolmente nella sua storia, ci è ignoto, chè delle occupazioni matematiche (1) non sappiamo altro se non che, al dir di Plutarco (2), egli scrisse in carcere sulla quadratura del cerchio e, al dir di Vitruvio (3), perfezionò i procedimenti suggeriti, all' epoca delle prime rappresentazioni delle tragedie di Eschilo (470 a. C. circa) da un tale Agatarco (4), per dipingere le scene dei teatri. Per quanto incerti, discutibili e discussi siano questi dati, essi sono sufficienti a connettere il nome del filosofo di Clazomene ad un problema teorico che per rinomanza vince ogni altro e che ora per la prima volta incontriamo, e ad un problema pratico la cui esistenza attesta che fin da quegli antichissimi tempi si era visto come la geometria dovesse venire invocata quando si volesse porre la pittura sopra una base razionale; e la soluzione che ricevette fin d'allora quest' ultima questione non dimostra forse che si avevano in quel tempo cognizioni geometriche abbastanza estese?

35. Ma questo secondo problema per attestazione dello stesso Vitruvio fu studiato anche da un altro celebre filosofo, cioè Democrito d' Abdera (5). Ciò prova come questi non fosse ignaro di

---

(1) Alle quali al dir del Bretschneider, egli sarebbe stato eccitato dai Pitagorici.

(2) In Bretschneider p. 63-4 il passo relativo.

(3) Nella Pref. al VII libro alla sua opera *De Architectura*.

(4) È noto che questi sviluppò pure i principii dell' ottica secondo i quali aveva ordinate le decorazioni sceniche (*Agatarchus primum Athenis Aeschylo docente tragoediam, scenam fecit et de ea commentarium reliquit* dice Vitruvio nella pref. al lib. VII; cfr. anche Curtius *Storia greca* II, 293); riguardo all' epoca in cui egli visse cfr. Bretschneider p. 135.

(5) Cfr. Diogene Laerzio e Zeller I, p. 575 e seg.

Democrito nacque nel 460 a. C. o qualche anno prima ed ebbe vita assai lunga.

« Democrito intraprese assieme ad Anassagora delle ricerche sul piano prospettico e la disposizione delle scene dei teatri, e fu egli specialmente che fece nascere negli artisti uno spirito filosofico adatto a guidarli ». O. nel Müller *Manuel d' Archéologie* citato da Chasles nel *Journal de Mathématiques*, T. XX, 1855, p. 307.

geometria (il che s' accorda con la tradizione di un suo viaggio in Egitto e coll' essersi egli vantato del proprio sapere matematico) (1); come anzi sapesse coltivarla, così da ottenerne frutti sufficienti a dargli diritto di essere menzionato in una storia della geometria. Se tale non fu l' avviso di Proclo, gli è che in questo la serenità dello storico era siffattamente ottenebrata dai preconcetti di scuola che egli volle infliggere a Democrito la condanna della dimenticanza per la colpa di essersi ascritto fra i discepoli di Leucippo ed essere divenuto uno dei più caldi fautori della teoria atomistica ed uno dei più efficaci contributori al suo sviluppo (2).

Il valore di Democrito come geometra emerge anche dalla lista delle opere che gli vengono attribuite da Diogene Laerzio, delle quali più d' una è d' argomento matematico. Fra queste ne troviamo in primo luogo una il cui titolo non fu ancora spiegato in modo definitivo: traducendolo *Sulla differenza del gnomone ossia sul contatto del circolo e della sfera,* si arriva naturalmente a supporre (3) che essa trattasse del tracciamento di una tangente a un circolo o ad una sfera coll' ajuto di un gnomone un lato del quale passasse pel centro; traducendolo invece *Su una divergenza d' opinioni ossia sul contatto ecc.* sembra (4) riferirsi a una discussione sollevata da Protagora e che Aristotele (*Metaf.* II, 2) ricorda con le seguenti parole: " Le linee sensibili non sono quali le dice il geometra, perchè fra le cose sensibili non ve n' è alcuna che sia rigorosamente retta o rotonda; e non è in un solo punto che il cerchio tocca la riga, ma la verità sta in quello che diceva Protagora contro i geometri „. Ne troviamo in secondo luogo poi un' altra *sulla geometria,* una terza *sui numeri,* una quarta probabilmente *sulla prospettiva;* infine un' ul-

(1) Cfr. Cantor I, 55 e 163, e Appendice I al presente libro.

(2) Il che è tanto più da basimarsi perchè, come nota lo Zeller, Eudemo, il quale in tante occasioni servì di guida a Proclo, si è molto occupato di Democrito.

(3) Allman, p. 80.

(4) P. Tannery nella *Revue philosophique* T. XX, p. 397.

tima concernente *le linee ed i solidi incommensurabili,* il cui scopo si congetturò essere quello di chiarire la teoria degli irrazionali mediante le dottrine atomistiche (1) e dalla quale forse (2) Euclide tolse la definizione di *ragione* che si legge nel V Libro degli *Elementi*.

Finalmente Plutarco ci fa sapere (3) che Democrito sollevò la seguente questione: " Se un cono è segato da un piano parallelo alla base „ [e ad essa infinitamente vicino?] " che cosa dobbiamo dire delle superficie delle sezioni, che sono eguali o diseguali? Perchè, se sono diseguali, il cono mostrerebbe delle irregolarità, che lo farebbero apparire dotato come di gradini o denti; e, se sono eguali, tutte le sezioni risulterebbero fra loro eguali ed il cono sembrerebbe possedere la proprietà del cilindro, quella cioè di essere composto di circoli eguali, non fra loro diseguali, il che è assurdo „. Come l'abderitano risolvesse tale questione, indubbiamente suggeritagli dallo studio delle dottrine atomistiche da lui professate, non ci è noto; non è pertanto lecito affermare con sicurezza, come fa taluno (4), che egli giungesse dimostrare l'impossibilità di considerare un cono come somma di circoli.

Ippia.

36. Oltre che di Democrito, Abdera fu patria di un altro uomo che a buon diritto gode di grande celebrità, cioè di Protagora. Egli, nato intorno al 480 a. C., verso l'età di trent'anni cominciò a percorrere le città della Grecia offrendo delle lezioni a pagamento a chiunque volesse acquistare abilità pratica ed alta coltura intellettuale; e la gioventù, che accorse numerosa

(1) Ib. p. 56-7; cfr. Heiberg, *Philologus*, Vol. 43 p. 335.
(2) Allman, p. 143.
(3) In un passo riportato dall' Allman p. 81.
(4) Cfr. P. Tannery, *Revue philosophique*, T. XX, p. 396.

ad ascoltarlo in Abdera e quindi in Sicilia, nella Magna Grecia e sopratutto in Atene, offrendo a Protagora la propria ammirazione e ricchi doni, attestava colla propria presenza come l'insegnamento salariato fosse quasi una necessità dei tempi. Protagora assunse il nome di *sofista,* ed i contemporanei designarono in generale sotto questo nome un uomo che, non pago di esercitare la propria influenza sui suoi conoscenti in ogni propizia occasione, andava di città in città ad offrire il proprio sapere a coloro che ne avevano bisogno ed erano disposti a rimunerarlo (1). L' esempio di Protagora venne seguito, per non citare che i più cospicui, da Gorgia di Leontini, da Prodico di Ceo e da Ippia d'Elea. Ora, benchè lo studio metodico della sofistica esca dai limiti naturalmente imposti ad una storia della matematica, pure la constatazione della comparsa di essa deve trovar posto nella storia di qualunque disciplina; perchè, in primo luogo, l' essere essa sorta e l' avere per un secolo circa prosperato è segno che le cognizioni scientifiche allora possedute avevano levato già tanto rumore da destare nelle masse il desiderio di conoscerle; perchè in secondo luogo il diffondersi della scienza oltre alla cerchia dei suoi consueti cultori e fuori della propria sede di svolgimento sarà stato per fermo causa non ultima del moto intellettuale a cui si deve se la Grecia arrecò alle nostre cognizioni un contributo di tanto rilievo.

37. Uno dei caratteri comuni all' insegnamento sofistico è la grande varietà di coltura di chi lo impartiva; ma questa varietà sembra abbia raggiunto il suo massimo grado in Ippia d' Elea (nato nella prima metà del IV Sec. a. C.) del quale, come di Antifone (v. §. V), deve essere tenuto parola nella presente narrazione; da ciò la necessità di trattare le questioni spinose collegate ad Ippia il matematico.

Nel riassunto storico che riportammo nel n. 3 Ippia d' Elea è citato come testimonio dell' abilità di Mamerco. Inoltre un

---

(1) Per quanto concerne la sofistica v. Zeller I, p. 720 e seg.

Ippia vien citato dallo stesso commentatore in altri due passi che ora riferiremo:

I. Nel commento al problema (*Elem.* I, 9) della bisezione di un angolo rettilineo, Proclo allude alla generalizzazione di quel problema ed in particolare alla trisezione dell' angolo; e al cenno della soluzione che ne diede Nicomede col mezzo della concoide aggiunge: " Altri risolvettero lo stesso problema mediante la quadratrice d' Ippia e di Nicomede, che sono linee del pari (cioè come la concoide) miste „. (*Proclo-Taylor* II, 73).

II. Nel preludio alla prop. I, 27 degli *Elementi*, lo stesso commentatore nota che: " È del resto costume generale dei matematici quando trattano delle linee di assegnare la proprietà caratteristica (*τὸ σύμπτωμα*) di ciascuna specie. Così Apollonio diede la proprietà caratteristica di ciascuna delle coniche; Nicomede fece altrettanto per le concoide; Ippia per la quadratrice, Perseo per le spiriche „. (*Proclo-Taylor* II, 147).

Non si può revocare in dubbio che l' Ippia di cui si parla in questi due ultimi passi sia la stessa persona (1); ma era desso Ippia *d'Elea?* Tale lo ritenne Montucla (2), perchè egli credeva che l' antichità non presentasse altro matematico di questo nome; ma ognun vede non essere tale dimostrazione conclusiva nè crebbe per un tentativo ormai fallito di esumare un altro Ippia (3). Tale lo ritenne Bretschneider tacitamente (4) e M. Cantor (5) osservando essere costume di Proclo di citare ogni autore la prima volta col nome suo e quello della sua patria e le successive più brevemente; essere quindi pro-

(1) Queste parole ci sembrano così chiare che non sappiamo come il Dilling abbia potuto (l. c. p 28) esprimere dei dubbii sulla legittimità dell' attribuzione del l' invenzione della quadratrice a quello stesso che ne determinò le proprietà.

(2) Op. cit., T. I, 181.

(3) Allman p. 92 e 191.

(4) L. c. p. 94-96.

(5) Op. cit., I, p. 165 e seg.

babile che l' Ippia citato nei due passi sia l' Ippia d' Elea già nominato nel riassunto storico. Queste ragioni, per quanto eccellenti, non tolgono ogni dubbio, chè chi può guarentire che (ammesso pure che il testo del *Commento* ci sia arrivato sotto forma perfetta) Proclo non abbia mai trasgredito la regola sul modo di far le citazioni che egli aveva adottata? Alla identificazione di Ippia inventore della quadratrice col sofista, si oppose C. Blass (1), il quale ritenne l' Ippia nominato da Proclo posteriore al sofista, e nello stesso modo si comportò Hankel (2) senza però addurre le ragioni di tale attitudine. In ciò fu seguito dall' Allman (3) a cui sembrò strano che Ippia, a cui devesi una scoperta così memorabile come quella della quadratrice, non fosse incluso da Proclo nel novero di quelli a cui la geometria deve dei decisivi progressi; ma egli dimenticò così che Proclo era non storico imparziale, sibbene un filosofo spregiatore di tutto che non appartenesse all' Accademia; perciò, come negò un posto onorevole all' *atomista* Democrito, può avere fatto lo stesso pel *sofista* Ippia.

Pesando dunque gli argomenti pro e contro l' identificazione, sembra a noi che i primi vincano per valore i secondi (4). Tuttavia essa non ci sembra definitivamente assodata, perchè quanto ci viene riferito intorno al carattere del sofista non è tale da farlo ammettere come matematico originale; egli, infatti, si distingueva per la sua vanità e l' aspirazione ad essere ritenuto come possessore di una scienza illimitata (5), non già come persona

---

(1) Citato da Friedlein (*Beiträge* III, p. 8).

(2) Op. cit. p. 151 nota.

(3) Ivi p. 92-94 e 189-193.

(4) Oltre che del Cantor, tale è pure l' opinione di P. Tannery (v. *Notes pour l' histoire des lignes et des surfaces courbes dans l' antiquité* inserite nel T. VIII, 1884 della 2.ª Serie del *Bull. des Sc. math. et astr.;* p. 4 dell' estratto) e Heiberg (*Griechische und römische Mathematik*, Philologus T. 43, 1884, p. 335). Anche Allman finì per accettarla; v. anche Tannery, *Géométrie grecque* p. 108 e 131.

(5) Cfr.: Zeller, I, 743 (ove in una nota è citato un passo dell' *Hippias major* in cui Platone fa dire a Socrate con una ammirazione *ironica* che Ippia sapeva

capace di investigazioni originali; nulla di strano che Proclo lo citi (forse in base a un passo allora noto di qualche sua celebre orazione) come attestante l'abilità di Mamerco (1), mentre invece nulla autorizza a ritenerlo capace dell'invenzione di una curva notevole in sè e notevole anche per essere la prima che sia stata definita e costruita per punti.

38. Quale fosse la generazione della quadratrice è insegnato da Pappo con le parole seguenti: (2)

Per quadrare il circolo da Dinostrato, Nicomede e parecchi altri più moderni viene adoperata una certa linea, la quale prende il nome appunto da questa proprietà. Giacchè da essi è chiamata quadratrice (τετραγωνίζουσα) e generata come segue:

Dato un quadrato $\alpha\beta\gamma\delta$ (fig. 13.ª) si descriva col centro in α la circonferenza $\beta\varepsilon\delta$, e si faccia muovere la retta $\alpha\beta$ in modo che il punto α resti fisso mentre β descrive la circonferenza $\beta\varepsilon\delta$; la retta $\beta\gamma$ poi rimanga sempre parallela a $\alpha\delta$ mentre il suo punto β percorre $\beta\alpha$; ed inoltre la retta $\alpha\beta$ descriva con moto uniforme l'angolo $\alpha\beta\delta$ cioè il punto β la circonferenza $\beta\varepsilon\delta$, e lo stesso faccia la retta $\beta\gamma$ cioè il punto β sulla retta $\beta\alpha$. Accada poi che $\alpha\beta$ e $\beta\gamma$ coincidano ad un tempo con la retta $\alpha\delta$. Supposti i due movimenti così regolati, le rette $\alpha\beta$ e $\beta\gamma$ si secheranno in ogni loro posizione in un punto mobile assieme ad esse, punto che descrive nello spazio limitato dalle rette $\beta\alpha$, $\alpha\delta$ e dalla circonferenza $\beta\varepsilon\delta$ una certa linea $\beta\zeta\eta$ tutta concava dalla stessa parte, la quale si mostra conveniente alla ricerca di un quadrato eguale ad un dato circolo. Ma la sua principale proprietà è questa, che, condotta una retta qualunque $\alpha\zeta\varepsilon$ alla circonferenza, tutto il quadrante $\beta\varepsilon\delta$ sta all'arco $\beta\varepsilon$, come la retta $\beta\alpha$ alla $\zeta\vartheta$; il che è evidente pel modo di generazione della linea.

Da questo modo di generazione emerge: 1.° che la curva si può costruire per punti colla massima facilità (3); 2.° che, co-

---

l'astronomia, la geometria, l'aritmetica ecc.); Mahly, *Der Sophist Hippias von Elis* nei T. XV (1860) e XVI (1861) del *Philologus* (specialmente T. XV, p. 517, 519-20 525, 528 e 629, p. 45); e Gow, *A short History of Greek Mathematics* (Cambridge 1884 p. 163).

(1) Si noti poi che non è chiaro se Proclo citi Ippia come autorità suffragante un proprio giudizio, oppure come autore da cui egli toglie a prestito la notizia su Mamerco.

(2) Ed. Hultsch p. 250 e 252.

(3) P. es. dividendo in 2^n ($n = 1, 2, \ldots.$) parti eguali il lato $\alpha\beta$ e l'angolo $\beta\alpha\delta$, (o l'arco $\beta\varepsilon\delta$).

struita la curva, si ha un mezzo facile per dividere un angolo (od arco circolare) in parti aventi dati rapporti (in particolare in tre parti eguali) (1). Ma le parole di Pappo, fra cui si cerca invano il nome di Ippia, fanno nascere la questione di scoprire la ragione di tale silenzio. Una spiegazione che si presenta spontanea (2) è questa: alla curva di Ippia fu dato il nome di *quadratrice* da quelli che l' applicarono al problema della quadratura del cerchio, prima essa non aveva ricevuto alcun nome; e Pappo che ne discorre a proposito di quel problema credette inutile citare chi se n'era servito con altro scopo. Tale spiegazione, malgrado certe obiezioni che furono mosse ad essa (3), ci sembra quella che meglio concilia le notizie di Proclo con quelle di Pappo, mentre d'altronde concorda pienamente con le parole di quest' ultimo: noi dunque consideriamo che sul matematico Ippia resti ancora da risolvere in modo definitivo, una sola questione, quella cioè della sua identificabilità col sofista.

V.

Pitagorei e Pitagoristi.

39. Il partito democratico vincitore nella Magna Grecia, se ebbe il potere di dissolvere la scuola di Pitagora, condurre forse a morte il maestro e cacciare in esiglio i discepoli; se valse ad abbattere per sempre un ordinamento politico-religioso non conforme allo spirito de' tempi e delle popolazioni; fu per converso incapace di spegnere l' ammirazione che veniva tributata al filosofo di Samo e di impedire alle idee che egli aveva così validamente sostenute di fare il loro corso; in particolare il

(1) Infatti si riduce così il problema all' analogo sulla retta.
(2) Fu proposta per la prima volta del Cantor. Op. cit. I, 167.
(3) V. le citate *Notes* di P. Tannery.

moto in avanti che egli aveva impresso alla geometria non si spense con lui, al contrario continuò talora rivelando la propria origine, talora in modo latente: la prova della prima forma di progresso è offerta dai lavori geometrici di coloro che furono discepoli dei discepoli di Pitagora od ammiratori delle sue idee (1) e di cui ci occuperemo in questo §.; la prova della seconda è somministrata dall' opera geometrica di Platone e de' suoi discepoli che tenteremo di delineare nel §. successivo.

Ippocrate da Chio.

40. Narrasi che il negoziante Ippocrate da Chio, essendo caduto nelle mani dei pirati ed avendo in conseguenza perduto ogni suo avere, venne ad Atene per avere giustizia contro quei malandrini, e che durante il lungo soggiorno fattovi frequentò le scuole dei filosofi e divenne eccellente geometra (2). Anzi tanta fu la riputazione che egli si acquistò in tal modo, che Aristotele lo scelse come esempio del fatto che persone sciocche per certi rispetti non lo sono affatto per altri, giacchè Ippocrate fu abile geometra quantunque siasi lasciato defraudare di una grande somma dai ricevitori della dogana di Bisanzio.

I legami intellettuali di Ippocrate con i Pitagorici sono dimostrati dal fatto (riferito da Aristotele) che i suoi discepoli parlavano delle comete in un modo simile ai Pitagorici, e dalla fama di avere egli, divulgandone gli arcani geometrici, contribuito indirettamente all' avanzamento delle scienze esatte. Ma che egli sia quel Pitagorico che, nell' intento di riparare alla rovina delle proprie finanze, insegnò per denaro le dottrine della

(1) Secondo Suida — del quale per convenienza accettiamo senza discuterle le asserzioni — quelli si dicevano *Pitagorei* e questi *Pitagoristi*, mentre il nome di *Pitagorici* era riserbato agli immediati aderenti alla scuola di Pitagora.

(2) I passi di antichi scrittori che servono di riprova alle nostre asserzioni sulle vicende di Ippocrate si trovano raccolti da Bretschneider (p. 93, 97-8) e da Allman (p. 57-9).

scuola di Crotone, non si può dire con certezza (1): la cosa non si può escludere, è forse anche probabile, visto che l' esempio dei sofisti suoi contemporanei può avere ridestato in Ippocrate le antiche consuetudini di trafficante, ma non si può, ascriverla fra le certe, come non si può asserire che Ippocrate in causa del suo insegnamento venale sia stato espulso da una scuola di Pitagorici (2).

Si è cercato di determinare esattamente l' epoca in cui visse Ippocrate, tenendo conto delle avventure e sventure toccategli; ma le conclusioni a cui si venne non sono fra loro in pieno accordo. Se vi fu chi (3) — ricordando che i Bizantini verso il 440 a. C. presero parte alla guerra di Samo contro Atene — ammise Ippocrate fosse stato saccheggiato da corsari Ateniesi contro, i quali egli sarebbe venuto a reclamare in Atene; altri (4) — osservando che nel primo quarto del V secolo non ci poteva essere molto commercio nel Mare Egeo e che le notizie date concordano meglio coll' ipotesi di un' epoca ove Atene avesse l' egemonia sulla Grecia — concluse che Ippocrate non potè consacrarsi alla geometria dopo il 450 a. C. Si adotti l' una o l' altra opinione, si deve ammettere che Ippocrate fiorì nella seconda metà del V Sec. a. C.; di questo dato possiamo appagarci, visto che si tratta di epoca così lontana da noi.

41. I contributi dati da Ippocrate alla geometria sono di due specie; gli uni indiretti, essendo di natura metodologica, gli altri diretti.

Fra i primi vi è la più antica redazione di un libro di elementi di geometria; come già sappiamo (n. 3), Proclo gliela attribuisce, ma su di essa egli non ci dà sgraziatamente alcun particolare, e questo silenzio venne troppo fedelmente osservato dagli altri scrittori. Vi è poi l' invenzione del metodo di ridu-

---

(1) Allman, l. c. p. 60.
(2) Cfr. Montucla, Op. cit., T. I, p. 152.
(3) Bretschneider, p. 98.
(4) Allman, p. 61-2.

zione (ἀπαγωγή), di quel metodo cioè che trasforma un problema od un teorema in altro, risolto o dimostrato il quale resta in conseguenza risolto o dimostrato il primitivo. Che realmente nessun geometra anteriore ad Ippocrate siasi mai servito di un metodo così naturale e spontaneo che sembra quasi inseparabile da qualsia ricerca geometrica un po' elevata, ci sembra difficile ammettere; sicchè probabilmente il merito di Ippocrate si deve restringere ad avere messo a nudo il substrato logico comune a molti metodi di soluzione o dimostrazione usati dianzi e di averlo applicato a nuovi esempii. Se la prima parte di quest'induzione è puramente ipotetica, la seconda si trasforma in verità indiscutibile, studiando le altre scoperte a cui è attaccato il nome d'Ippocrate, cioè i suoi studii concernenti i due celebri problemi della duplicazione del cubo e della quadratura del circolo, studii dei quali fa mestieri che ora ci occupiamo.

42. Il primo di questi problemi ha un'origine favolosa, la quale, assieme ai primi tentativi che vennero fatti per risolverlo, forma il tèma di una lettera che Eratostene (geometra del periodo che segue quello che ora ci occupa) diresse a Tolomeo III nell'inviargli la propria soluzione meccanica di detto problema (1). Ivi si legge:

Eratostene a Tolomeo salute

Narrano che uno degli antichi poeti tragici (2) facesse apparire sulla scena Mino (3) nell'atto di far costruire una tomba a Glauco (4); e che Mino, accorgendosi che questa era lunga da ogni lato cento piedi, dicesse: « piccolo spazio invero accordasti ad un sepolcro di re; raddoppialo conservandolo sempre di forma cubica, raddoppia subito tutti i lati del sepolcro ». Or è chiaro che egli s'ingannava. Infatti duplicandone i lati una figura piana si quadrupla,

---

(1) V. *Archimedis Opera omnia cum commentariis Eutocii*, ed. Heiberg (Lipsiae 1881) Vol. III, 102-106.

(2) Secondo alcuni sarebbe Euripide (480-406 a. C.): v. Reimer, *Historia problematis de cubi duplicatione sive de inveniendis duabus mediis continuae proportionalibus inter duas datas* (Gottingae 1798) p. 20. Altri lo negano: v. Heiberg p. 105 del vol. citato nella nota prec.

(3) Antico re di Creta.

(4) Suo figlio.

mentre una solida si ottuplica. Allora anche fra i geometri si pose la questione in qual modo si potesse duplicare una data figura solida qualunque conservandone la specie. E questo problema fu chiamato duplicazione del cubo. Dopo che tutti furono per lungo tempo titubanti, per primo Ippocrate da Chio trovò che se fra due linee rette, delle quali la maggiore sia doppia della minore, si inscrivono due medie in proporzione continua, il cubo sarà duplicato, e così tramutò una difficoltà in altra non minore. Si narra poi che più tardi i Delii, spinti dall'oracolo (1) a duplicare una certa ara, caddero nello stesso imbarazzo (2). E dei legati vennero spediti ai geometri che convenivano con Platone nell'Accademia per eccitarli a cercare quanto era richiesto. Essi se ne occuparono con diligenza e si dice che, avendo cercato d'inserire due medie fra due rette, Archita Tarantino vi riuscisse col semicilindro ed Eudosso invece mediante linee curve (καμπύλαι γραμμαι). Questi furono seguiti dagli altri, nel rendere più perfette le dimostrazioni, ma non poterono effettuare la costruzione ed accomodarla alla pratica, eccettuato forse Menecmo e con gran fatica.

Ammesse per vere le due circostanze nelle quali del problema della duplicazione era stato discorso in pubblico, non bisogna nascondersi che, se un poeta e la Pizia se ne occuparono, esso doveva essersi prima presentato alla mente di qualche geometra. Nasce quindi la questione di determinare la via per la quale i geometri arrivarono ad enunciarlo. Per risolverla si ricordi che fra le scoperte che sono attribuite a Pitagora vi è la costruzione di una figura piana simile ad una seconda ed eguale (cioè equivalente) ad una terza ed il teorema dell'ipotenusa. Ora la prima di queste scoperte non eccita forse subito alla ricerca di una figura solida simile ad una seconda ed eguale ad una terza, ricerca di cui la duplicazione del cubo è caso particolare (3)? Ed il teorema di Pitagora (di cui è caso particolarissimo l'altro " il quadrato costruito sulla diagonale di un quadrato ha un'area doppia di questo quadrato ") non suggerisce subito la ricerca di un teorema analogo che insegni quale sia la

(1) È noto che in Delo, piccola isola del Mar Egeo, Apollo aveva altare e culto speciale.

(2) Donde il nome di *problema di Delo* sotto cui talvolta designasi la questione di cui è parola.

(3) Reimer, l. c. p. 18.

lunghezza del lato di un cubo doppio di un altro (1)? Se da ultimo si tien conto del fatto che il primo scienziato il quale studiò con successo la questione della duplicazione del cubo fu un discepolo di Pitagora, non appare forse come estremamente verosimile che questa questione siasi in origine agitata fra coloro che in Pitagora salutavano il proprio maestro e nelle sue dottrine trovavano il codice su cui regolare la propria vita intellettuale?

43. L'avere Ippocrate ridotto il problema della duplicazione del cubo a quello di " inserire fra due rette date due medie proporzionali „ è attestato, come vedemmo, da Eratostene ed è confermato da Proclo. Ciò d'altronde non ha nulla di improbabile; infatti Ippocrate potè essere indotto a cercare un legame fra quelle due questioni dal fatto che il problema della duplicazione del quadrato è incluso in quello di " inserire fra due rette data una media proporzionale „ (2); inoltre per uno che viene detto inventore dell' *ἀπαγωγή* e considerato come discepolo di Pitagora (al quale, come sappiamo, debbonsi degli studii sulle proporzioni) non doveva riuscir difficile il notare come dalle tre proporzioni

$$a:x=x:a\,,\; a:x=x:y\,,\; a:x=y:b$$

risulti $a^3:x^3=a:b$ (3). Finiremo osservando che l'importanza della riduzione (importanza che sembra negata da Eratostene) è dimostrata a noi dalle molteplici e feconde ricerche che essa ha provocate e di cui occuperemo più avanti; tuttavia non si può disconoscere che, coll'avere trasformato un problema di geometria solida in altro di geometria piana, Ippocrate avrà involontariamente deviato i geometri dallo studio della stereometria.

---

(1) Bretschneider, p. 97.

(2) Reimer, p. 24.

(3) Per altre congetture intorno al come Ippocrate sia stato condotto all'indicata riduzione, v. Allman p. 84.

44. Per giudicare il contributo arrecato da Ippocrate al famoso problema della quadratura del cerchio, la più copiosa fonte di notizie è un brano del Commento, scritto nel VI Sec. dell' E. v., da Simplicio alla *Physica auscultatio* di Aristotele, nel quale sono letteralmente riprodotti dei passi dalla storia di Eudemo. L' importanza di tale brano sfuggì al Montucla ed agli storici posteriori, finchè Bretschneider nel 1870 attrasse su di esso l' attenzione dei geometri ripubblicandolo (1) con correzioni, chiose e spiegazioni. Ma Simplicio non si limitò a copiare Eudemo, al contrario vi aggiunse parecchio del suo: Bretschneider non seppe sceverare il testo primitivo dalle aggiunte epperò arrivò a conclusioni che vennero accettate soltanto da alcuni (2). Undici anni dopo l' Allman, applicando certi suoi criterii (3), riuscì a compiere tale separazione; e l' anno seguente apparve l' edizione critica di Simplicio (4) con un testo assai migliorato ed un saggio di separazione delle interpolazioni nel frammento di Eudemo; nel prepararla l' editore Diels chiese ed ottenne l' ajuto dell' Usener, e questi, procedendo con metodo somigliante a quello dell' Allman, giunse a risultati che in parte coincidono con quelli del dotto inglese, ma in parte ne discordano. Il Tannery finalmente, dopo avere esposte alcune osservazioni critiche sull' argomento (5), nel 1883 diede in luce il testo di Eudemo con tradu-

(1) In base all' edizione *Simplicii comment. in octo Aristotelis physicae auscultationis libros*, Venetiis 1526.

(2) Fra cui il Cantor; v. op. cit. I, p. 175-9.

(3) Oltre alla regola di sopprimere tutte le citazioni di Euclide, noto quella che emerge dall' osservazione seguente. Da Euclide in poi tutti i geometri Greci, per indicare la retta *AB*, il punto *K*, scrivono ἡ AB, τὸ K, mentre (come avvertì Bretschneider p. 114) nel frammento di Simplicio si trovano le designazioni ἡ ἐφ' ᾗ AB, τὸ ἐφ' οὗ K usate anche da Aristotele; la loro presenza può quindi intendersi come indizio che il passo ove si trovano è tolto da Simplicio ad Eudemo.

(4) *Simplicii in Aristotelis physicorum libros quatuor priores, edidit Hermanus Diels*, Berlin, Reimer 1882.

(5) V. la pref. dell' ed. testè citata p. XXVI-XXXI.

zioni e commenti (1); e tale restituzione venne poco dopo sottoposta ad una critica minuta da parte dell' Heiberg (2).

Malgrado tutti questi lavori, la questione non si può ancora dire completamente esaurita; affinchè il lettore si formi un concetto degli stadii pei quali è passata e dello stato in cui attualmente si trova, crediamo indispensabile riportare nel n.° seg. tradotto il testo completo, ponendo fra [ ] quelle parti che l' Allman ritiene interpolate da Simplicio, aggiungendo in nota fra {} le frasi complementari introdotte dall' Allman stesso, e sottolineando quelle che esistevano nell' originale di Eudemo, secondo il parere del Tannery. Le parole in corsivo e fra parentesi sono chiarimenti del Tannery, quelle entro < > sono aggiunte proposte sia dal Tannery stesso sia dall' Usener e dal Diels. Ammesso col citato storico francese che siano tutte quelle che Simplicio estrasse letteralmente dalla *Storiageometrica* di Eudemo, *le parole in corsivo compongono il più antico frammento geometrico conosciuto.*

Il lettore, percorso che abbia il brano di Simplicio, converrà con noi che a gran parte delle soppressioni proposte è forza far buon viso, perchè si riferiscono a dei passi i quali o sono richiami agli *Elementi di Euclide,* epperò di origine posteriore assai ad Eudemo, o sono dimostrazioni di cose pressochè evidenti, onde sono il prodotto della persuasione di Simplicio che i suoi lettori incontrassero non minori difficoltà di lui a intendere le parole dell' antico geometra. Intorno ad alcune altre si potrà discutere ancora; ma, qualunque siano le conclusioni su cui potranno in avvenire accordarsi i filologi, l' idea che i matematici si formeranno dello stato della geometria ai tempi d' Ippocrate non potrà venire essenzialmente mutata; e per facilitare al lettore il formarsela porremo in pa-

---

(1) P. Tannery, *Le fragment d' Eudème sur le quadrature des lunules* (*Mém. de la Société de Bordeaux,* T. V. della 2.ª Serie p. 211-236). Cfr. dello stesso autore *Hippocrate de Chio et le quadrature des lunules* (ib. T. II, 1878).

(2) *Griechische und römische Mathematik* (*Philologus,* T. XLIII p. 337-344).

rentesi delle lettere di richiamo ai problemi e teoremi dei quali più innanzi esplicitamente rileveremo la conoscenza in Ippocrate, e aggiungeremo in nota quelle dilucidazioni che utili ci sembreranno.

45. La differenza che passa fra quei paralogismi che possono venire dimostrati tali e quelli che non lo possono, viene da lui (1) messa in chiaro mediante alcuni paralogismi geometrici. Fra i molti che tentarono la quadratura del circolo (problema che consiste nella costruzione di un quadrato eguale al circolo) Antifone ed Ippocrate credettero di averla trovata, ma entrambi s' ingannarono. L' errore di Antifone non si può dimostrare geometricamente perchè, come faremo vedere, egli non si è servito di principii geometrici. È sufficiente infatti analizzare quei ragionamenti che, poggiando su principii scientifici riconosciuti, guidano a nuove conclusioni, mentre a nulla giova l' analizzare quelli in cui tali principii sono posti in non cale.

Antifone, dopo avere tracciato un circolo, vi inscrisse (fig. 14ª) uno di quei poligoni che si sanno inscrivere; sia questo ad esempio il quadrato inscritto (2). Dopo avere poi bisecati tutti i lati del quadrato, pei punti di divisione egli condusse delle perpendicolari a queste rette fino ad incontrare la circonferenza; evidentemente queste rette bisecano i corrispondenti segmenti circolari. Poscia egli congiunse i nuovi punti di divisione agli estremi dei lati del quadrato, onde si ebbero quattro triangoli e la figura inscritta divenne un ottagono. Similmente egli bisecò pure i lati dell' ottagono, condusse ad essi le perpendicolari nei punti medii fino alla circonferenza; congiunse con delle rette i punti così determinati sulla circonferenza alle estremità dei lati ed ottenne così il poligono inscritto di sedici lati. Similmente, bisecando ancora i lati di questo poligono inscritto e conducendo delle altre rette, formò un poligono di un numero doppio di lati; continuando a ripetere la stessa operazione finchè fosse completamente esaurita la superficie, asserì che in questo modo risulterebbe inscritto nel cerchio un poligono i cui lati grazie alla loro piccolezza si confonderebbero col contorno del circolo. Ora per qualunque poligono noi possiamo costruire un quadrato di eguale superficie [come viene insegnato negli *Elementi*]; per ciò [essendosi al circolo già sostituito un poligono equivalente il quale fu surrogato con un quadrato eguale] noi possiamo costruire un quadrato eguale al circolo.

[Qui l' argomentazione è manifestamente contraria a' principii geometrici; ma non già, come afferma Alessandro (3), perchè il geometra assume come

(1) Aristotele.

(2) Secondo Heiberg (l. c. 43 p. 336), Antifone avrebbe prese le mosse da un triangolo equilatero, come asserisce Temistio (il relativo passo è riportato da Bretschneider p. 125); l' esempio del quadrato sarebbe di Simplicio.

(3) D' Afrodisia.

principio che una retta non può toccare un cerchio che in un punto, mentre Antifone vi contraddice; infatti il geometra deve, non assumerla, ma dimostrarla. Invece è meglio dire essere una verità che una retta non può parzialmente coincidere con una circonferenza, giacchè una esterna incontra il cerchio in un solo punto, una interna in due punti e non più, onde gl' incontri hanno luogo soltanto in punti isolati. Inoltre continuando a bisecare lo spazio compreso fra le corde e l' arco, esso non verrà mai esaurito, e noi non raggiungeremo mai la circonferenza anche continuando la divisione all' infinito. Perchè ove ciò accadesse andrebbe perduto il principio geometrico che le grandezze sono divisibili all' infinito. E anche Eudemo dice che questo principio è stato posto in non cale da Antifone].

Ma della quadratura del circolo mediante segmenti egli (1) dice potersi dimostrare geometricamente l' erroneità; egli preferisce chiamare la quadratura mediante lunule (μηνίσκος) scoperta da Ippocrate da Chio quadratura mediante segmenti perchè la lunula è un segmento circolare. La dimostrazione è la seguente:

Un semicircolo (fig. 15.ª) $\alpha\beta\gamma$ sia descritto sulla retta $\alpha\beta$; $\alpha\beta$ sia bisecata in δ; da δ sia condotta la perpendicolare $\delta\gamma$ ad $\alpha\beta$ e si conduca $\alpha\gamma$; questa retta sarà il lato del quadrato inscritto nel cerchio del quale $\alpha\gamma\beta$ è la metà. Su $\alpha\gamma$ si descriva il semicerchio $\alpha\varepsilon\gamma$. Ora siccome il quadrato di $\alpha\beta$ è eguale [a quello di $\alpha\gamma$ assieme a quello dell' altro lato del quadrato inscritto nel semicerchio $\alpha\gamma\beta$ cioè di $\gamma\beta$ (perchè $\alpha\beta$ è ipotenusa di un triangolo rettangolo)] (2); e poichè i quadrati dei diametri stanno fra loro come i rispettivi circoli o semicircoli [(come è dimostrato nel XII Libro degli *Elementi*)], così il semicerchio $\alpha\gamma\beta$ è doppio del semicerchio $\alpha\varepsilon\gamma$. Il quadrante $\alpha\gamma\delta$ è perciò eguale al semicerchio $\alpha\varepsilon\gamma$. [Ma il semicerchio $\alpha\gamma\beta$ è doppio del quadrante $\alpha\gamma\delta$, quindi questo quadrante è eguale al semicerchio $\alpha\varepsilon\gamma$]. Se quindi togliamo il segmento comune giacente fra la circonferenza $\alpha\gamma$ ed il lato del quadrato; allora la rimanente lunula sarà eguale al triangolo $\alpha\gamma\delta$ e questo lo è poi a un quadrato. Dimostrato così che la lunula può venire quadrata, Ippocrate fondandosi su quanto precede, tenta di quadrare il circolo come segue:

Sia (fig. 16.ª) data una retta $\alpha\beta$ e sia descritto su di essa un semicircolo. Si prenda la retta $\gamma\delta$ doppia di $\alpha\beta$ e su di essa venga del pari descritto un semicircolo; siano $\gamma\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$ e $\zeta\delta$ i lati di un esagono inscritto in questo. Su questi lati si descrivano i semicerchi $\gamma\eta\varepsilon$, $\varepsilon\theta\zeta$ e $\zeta\kappa\delta$. Allora ciascuno di questi semicircoli descritti su i lati dell' esagono è eguale al semicerchio descritto su $\alpha\beta$, perchè $\alpha\beta$ è eguale ai lati dell' esagono. I quattro semicircoli sono eguali fra loro ed insieme formano quattro volte il semicerchio descritto su $\alpha\beta$. Ma il semicerchio descritto su $\gamma\delta$ è pure eguale a quattro volte quello su $\alpha\beta$. [Essendo infatti la retta $\gamma\delta$ doppia di $\alpha\beta$, il quadrato su $\gamma\delta$ sarà il quadruplo di quello

(1) Aristotele.

(2) { al doppio del quadrato di $\alpha\gamma$ }

su αβ. Ora i quadrati dei diametri stanno fra loro come la superficie dei semicerchii descritti su di essi, e il quadrato di γδ è quadruplo del quadrato di αβ]. Quindi il semicerchio su γδ è eguale a quei quattro semicerchii, cioè quello su αβ assieme ai tre semicerchii su lati dell' esagono. Dai semicerchii sui lati dell' esagono e da quello su γδ togliamo i segmenti comuni compresi fra i lati dell' esagono e la periferia del semicerchio γδ; le lunule rimanenti γηε, εθζ e ζκδ assieme al semicerchio su αβ saranno eguali al trapezio γε, εζ, ζδ. Se noi ora togliamo dal trapezio l' eccesso, cioè una superficie eguale alle lunule (perchè è stato dimostrato che esiste una figura rettilinea eguale ad una lunula), otterremo un resto eguale al semicerchio αβ; noi raddoppieremo questo resto, che è una figura rettilinea, e [lo quadreremo, cioè] costrurremo un quadrato eguale a questo doppio. Questo quadrato sarà eguale al circolo avente per diametro αβ, e così il circolo resta quadrato. Il metodo di ricerca è proprio ingegnosissimo; e la conclusione erronea nasce dall' assumere come dimostrato in generale quello che non lo è; infatti non è stato dimostrato che qualunque lunula sia quadrabile, ma soltanto che lo è quella che sta sul lato del quadrato inscritto nel circolo; mentre le lunule testè usate stanno sui lati dell' esagono iscritto. Perciò il ragionamento precedente, col quale si pretende di avere quadrato il circolo mediante lunule, è sbagliato ed inconcludente, a cagione della figura erroneamente tracciata che ivi interviene.

[Infatti quelli che trovarono la quadratura della lunula costruita sul lato del quadrato credettero di avere così scoperta la quadratura del cerchio ritenendosi in grado di decomporre tutto il circolo in tante lunule.

Giacchè ripetendo il quadrato equivalente alle lunule un numero di volte eguale a quello delle lunule che si avevano, nelle quali il cerchio era stato decomposto, essi credettero che il quadrato equivalente a tutte queste lunule fosse anche eguale al cerchio, perchè erroneamente ammisero possibile decomporre in lunule tutto il cerchio. Ma in tale decomposizione del cerchio in lunule, resta sempre una parte intermedia completamente curvilinea, che è dappertutto limitata da contorni di lunule. E siccome questa non è una lunula nè è stata quadrata, così tutto il cerchio non è affatto quadrato. Una quadratura fatta in questo modo è dunque sbagliata. Inoltre per colui che vuole quadrare il circolo non è necessario decomporre tutto il cerchio in lunule: anzi, quand' anche ciò fosse effettuabile, il cerchio non sarebbe quadrato mediante lunule, perchè non ogni lunula è stata dimostrata quadrabile. Ma anche se il cerchio non è tutto decomposto in lunule, esso però sarebbe quadrato ove si riuscisse a quadrare la lunula costruita sul lato dell' esagono inscritto e non soltanto quella costruita sul lato del quadrato. E qui sta la base del paralogismo, perchè coloro che quadrarono soltanto la lunula costruita sul lato del quadrato condussero la dimostrazione come se potessero venire quadrate tutte le lunule nelle quali può decomporsi il cerchio.

Come riferisce Alessandro, alcuni credono che la quadratura del cerchio in numeri sarebbe scoperta, ove fosse trovato un numero quadrato-ciclico. Un quadrato, egli dice, è un numero moltiplicato per sè stesso; i numeri ciclici

invece sono quelli che sono formati dalla somma di un certo numero di numeri dispari consecutivi, p. es. di 1, 3, 5, 7, 9. Se ora si trovasse un quadrato che fosse anche numero ciclico, p. es. 36 (che è quadrato perchè risulta dal moltiplicare 6 per sè stesso e ciclico perchè si ottiene addizionando i numeri dispari 1, 3, 5, 7, 9, 11), essi pensano che sarebbe scoperta la quadratura del circolo. Ma, egli dice, la dimostrazione poggia su principii non geometrici ma aritmetici; perchè sono aritmetiche le definizioni in base a cui un tal numero è ciclico o quadrato.

Riguardo a tale asserzione di Alessandro merita di essere rilevato, in primo luogo, che gli aritmetici non definiscono il numero ciclico come quello che risulta dall'addizione di una serie di numeri dispari, ma come quello il cui quadrato termina con lo stesso numero. Perciò 25 è un numero ciclico perchè 5 volte 5 fa 25; lo stesso dicasi di 36; ma invece non lo sono 4, nè 9, nè 16, benchè si ottengano addizionando delle serie di numeri dispari, essi non sono che numeri quadrati, perchè addizionando dei numeri dispari si ottengono dei numeri quadrati. E similmente quello che insegnò la scienza negli antichi tempi disse non essere ciclici tutti i numeri risultanti dall'addizione dei numeri dispari, ma che addizionando i numeri dispari consecutivi si ottenevano anche dei numeri ciclici, che però le due circostanze non si presentavano sempre insieme. Così 125 è un numero ciclico perchè risulta da 5 volte 25, così 216 risultante da 6 volte 36, eppure essi non nascono addizionando dei numeri dispari. Anzi essi sono non soltanto ciclici, ma sferici, risultando da numeri ciclici a due dimensioni. Ma merita anche di essere osservato che non vi è nessuna necessità che quelli che scopersero un numero ciclico s'immaginassero di avere trovata in numeri la quadratura del circolo; ma probabilmente a coloro che rinvennero fra i numeri quadrati un numero anche ciclico venne in mente di cercare poi la quadratura del circolo in numeri.

Il nostro maestro Ammonio espresse l'opinione che si può presumere non essere necessario che quello che è stato trovato pei numeri debba poi essere anche ritrovato nelle grandezze. Giacchè retta e arco circolare sono grandezze eterogenee, onde non deve far meraviglia che non si possa trovare alcuna figura eguale al cerchio, dal momento che noi vediamo la stessa cosa riguardo agli angoli. Infatti nè per l'angolo del semicerchio nè pel complemento ad un retto del così detto angolo cornicolare esiste un angolo rettilineo eguale. Ed è verosimile, egli dice, che sia questa la ragione per cui il teorema cercato da tanti uomini famosi non sia ancora stato trovato, neppure da Archimede. Io obbietto però al mio maestro che, poichè la lunula sul lato del quadrato può venire quadrata (e ciò è stato realmente effettuato), e poichè l'arco formato dalle lunule è omogeneo con la circonferenza, che cosa si oppone a che anche il circolo possa venire quadrato in modo analogo? Che se poi si volessero considerare le lunule come di specie diversa dal circolo, in causa degli angoli, ogni lunula è sempre di specie differente di una figura rettilinea. Ora la lunula costruita sul lato del quadrato fu indubbiamente quadrata, eppure l'angolo del semicircolo e gli angoli cornicolari, tutti formati da archi e rette, sono,

non soltanto eterogenei con una figura rettilinea, ma generalmente fra loro incomparabili.

Laonde io non ritengo quanto si disse sufficiente a far dubitare della possibilità di scoprire la quadratura. Pure Giamblico, nel suo commento alle *Categorie,* dice non avere probabilmente Aristotele scoperta alcuna quadratura, ma che essa lo fu invece dai Pitagorici.

Ciò proviene evidentemente dall'indicazione di Sesto che ricevette da molto tempo il metodo di dimostrazione dalla scuola Egli narra poi che più tardi Archimede la eseguì mediante la spirale e Nicomede con quella curva specialmente detta quadratrice e Apollonio con una curva che egli chiamò compagna della concoide, la quale è poi identica a quella di Nicomede; e Carpo con una linea che egli chiama semplicemente generata da un doppio movimento; molti altri ancora, egli dice, trattarono il problema in varii modi, ma nessuno ha esposta una costruzione del problema eseguibile mediante strumenti. — Ora, come si disse, Alessandro crede di avere scoperto l'errore commesso da Ippocrate, in questo che egli applicò la quadratura della lunula costruita sul lato del quadrato come se fosse la stessa di quella pel lato dell'esagono.

Intanto Eudemo nella sua *Storia della geometria* riferisce avere Ippocrate dimostrata la quadratura della lunula, non soltanto quando essa è descritta sul lato del quadrato, ma, come è lecito esprimersi, in generale, quando cioè l'arco esterno di una lunula è eguale alla semicirconferenza o maggiore o minore di essa. Ippocrate quadra tanto la lunula con arco eguale al semicerchio quanto quelle con arco maggiore o minore, e sembra che egli fosse in grado di dimostrare ciò in generale.

Io riferirò ora letteralmente quanto narra Eudemo, aggiungendo solo delle brevi dilucidazioni, con richiami agli *Elementi di Euclide,* necessarie visto lo stile conciso di Eudemo, il quale, seguendo l'antico, costume riproduce abbreviando quanto riporta. Ora nel secondo libro della sua *Storia della geometria,* Eudemo riferisce quanto segue].

Quanto alle quadrature delle lunule, figure che per la loro parentela col cerchio sembrano fuori delle ordinarie, Ippocrate fu il primo a scriverle e sembra che le esponesse in modo soddisfacente; per ciò noi ce ne occuperemo e le percorreremo. Egli ha cominciato dimostrando come prima delle proposizioni utili per queste quadrature che (i) *i segmenti circolari simili hanno fra loro lo stesso rapporto dei quadrati delle loro basi. E ciò egli prova fondandosi su quello che aveva dimostrato, che i circoli hanno fra loro lo stesso rapporto dei quadrati dei loro diametri* (h). [Ciò fu dimostrato per la seconda volta da Euclide nel XII Libro degli *Elementi* enunciando la proposizione come segue: i circoli stanno fra loro come i quadrati costruiti su i loro diametri]. Ora, come stanno fra loro due circoli, così stanno i loro segmenti simili. E i segmenti simili sono quelli che contengono la stessa parte dei loro rispettivi circoli (1); così ad esempio un

(1) Si noti la definizione di segmenti circolari simili quì usata; secondo Bretschneider (p. 133), essa apparterebbe ad Ippocrate.

semicerchio è simile a un altro semicerchio, la terza parte di un circolo è simile alla terza parte di un altro circolo. Per conseguenza segmenti simili contengono angoli eguali (α). Questi sono retti in tutti i semicerchii; in segmenti maggiori minori degli angoli retti e precisamente tanto minori quanto più i segmenti sono maggiori di semicerchii; invece in segmenti minori essi sono maggiori degli angoli retti e tanto maggiori quanto più i segmenti sono minori di semicerchi. *Dopo avere dimostrato questo, egli scrive in primo luogo come si può fare la quadratura di una lunula avente per contorno un semicerchio. Egli* (fig. 17.ª) *la espone circoscrivendo un semicerchio ad un triangolo isoscele e rettangolo e descrivendo sull'ipotenusa un segmento circolare simile a quelli determinati dai cateti* (ς).

[Questa stessa proposizione viene esposta da Euclide nella 33.ª proposizione del III Libro; egli la enuncia come segue: « costruire su una retta data un segmento circolare avente l'angolo eguale ad un dato angolo rettilineo ». Se ora si descrive il segmento sulla base per modo che comprenda un angolo eguale a quello dei segmenti su i cateti, il segmento risulterà simile a questi; giacchè Euclide nel XIII Libro definisce come simili quei segmenti che contengono angoli eguali]. *Essendo questo segmento sull'ipotenusa eguale alla somma di quelli sui lati* [perchè è dimostrato nel penultimo teorema del I Libro di Euclide che il quadrato dell'ipotenusa è eguale alla somma dei quadrati dei cateti ed inoltre come i quadrati delle basi stanno fra loro i segmenti simili] *se si aggiunge da entrambe le parti la porzione di triangolo che sta sopra il segmento descritto sulla base, la lunula risulterà eguale al triangolo. Dimostrato così essere la lunula eguale al triangolo, essa può venire quadrata* (α) [perchè nell'11.ª prop. (1) del II Libro degli *Elementi di Euclide* è insegnato il procedimento per costruire un quadrato equivalente ad una data figura rettilinea]. *Così dunque Ippocrate prendendo per arco esterno della lunula quello di un semicerchio quadra facilmente questa lunula.*

Egli continua poi supponendo l'arco maggiore della semicirconferenza. Avendo costruito (fig. 18.ª) *un trapezio avente tre lati fra loro eguali e il maggiore dei due lati paralleli triplo in potenza di ciascuno degli altri tre* (β e δ), *egli circoscrive un cerchio a questo trapezio* (ε) *e sul lato maggiore di questo descrive un segmento circolare simile a quelli tagliati nel cerchio dai lati eguali* (2).

---

(1) Nella 14.ª, seguendo l'ed. di Heiberg.

(2) Questo procedimento è facilmente generalizzabile e conduce ad un'infinità di lunule quadrabili; esse però in generale non sono costruibili con riga e compasso, giacchè la loro determinazione equivale alla risoluzione della equazione:

$$\text{sen } n\varphi = \sqrt{n} \text{ sen } \varphi$$

che si riduce a quadratica soltanto se $n = 3$.

[Che il trapezio sia inscritto nel cerchio, si dimostra come segue. Se si dividono gli angoli del trapezio applicando la prop. 9.ª del I Libro degli Elementi e si tracciano le congiungenti $\beta\varepsilon$ e $\delta\varepsilon$ si dimostra che $\beta\alpha$ è eguale ad $\alpha\gamma$, $\alpha\varepsilon$ è comune e gli angoli eguali.... (1)]. *Che il segmento di cui abbiamo parlato sia maggiore di un semicerchio risulta evidente conducendo una diagonale del trapezio. Perchè questa retta la quale sottende due lati eguali del trapezio (ed essendo opposta ad un angolo evidentemente ottuso) è in potenza di necessità maggiore del doppio del terzo (dei lati eguali)* [. Infatti essendo $\beta\delta$ maggiore di $\alpha\gamma$, le rette fra loro eguali $\beta\alpha$ e $\gamma\delta$ che le congiungono prolungate s'incontreranno in un punto ζ. Giacchè se $\beta\alpha$ e $\gamma\delta$ fossero parallele, essendo esse eguali, le rette che ne congiungono gli estremi dovrebbero essere pure eguali e parallele, onde $\alpha\gamma$ sarebbe eguale a $\beta\delta$ il che è impossibile Ora se $\alpha\beta$ e $\gamma\delta$ si tagliano in ζ, gli angoli $\zeta\alpha\gamma$ e $\gamma\alpha\beta$ fanno insieme due retti, in forza della prop. 13.ª del I Libro di Euclide. Ma l'angolo $\gamma\alpha\beta$ è maggiore di $\gamma\alpha\zeta$ (l'angolo esterno di un triangolo è maggiore di un interno pel teorema 32.° del I Libro) quindi la metà di $\gamma\alpha\beta$ è maggiore della metà di $\gamma\alpha\zeta$ e il quadrato di $\beta\gamma$ è maggiore del doppio del quadrato di $\beta\alpha$ o $\alpha\gamma$], e quindi anche del doppio del quadrato del quarto lato. *Perciò il lato maggiore del trapezio (triplo in potenza) è necessariamente a potenza minore della somma della diagonale e di questo terzo lato, coi quali esso forma un triangolo.*

[Or dunque i quadrati di $\beta\gamma$ e $\gamma\delta$ formano più del triplo del quadrato di $\gamma\delta$, mentre il quadrato di $\beta\delta$ è eguale a questo triplo.] *Per conseguenza (in questo triangolo) l'angolo opposto al lato maggiore del trapezio è acuto* (d, e) *epperò il segmento che lo contiene è maggiore di un semicerchio* (b), *vale a dire l'arco esterno delle lunule è maggiore di una semicirconferenza.*

[Io credo che Eudemo non si sia fermato sulla quadratura di questa lunula; essa si esporrebbe circa così.

Siccome sono fra loro eguali la lunula assieme al segmento sopra al lato maggiore del trapezio ed il trapezio assieme ai tre segmenti aventi per basi gli altri tre lati; e siccome il segmento sul lato maggiore del trapezio è eguale alla somma di quelli su gli altri tre lati (perchè la somma dei quadrati di questi tre lati è eguale al quadrato del lato maggiore del trapezio e i segmenti simili stanno fra loro come i quadrati delle relative corde) così, poichè se da cose eguali si tolgono cose eguali rimangono resti eguali, la lunula è equivalente al trapezio. Più brevemente la stessa cosa si può concepire così. Siccome il segmento sul lato maggiore del trapezio è eguale alla somma di quelli descritti su i tre lati eguali, essendo il lato di quello triplo a potenza di ciascuno di questi, così aggiungendo la superficie compresa fra le tre rette e l'arco del segmento maggiore, si otterrà la lunula eguale al trapezio. Quadrato questo, ed ogni figura rettilinea può venire quadrata, si sarà quadrata anche la lunula il cui arco esterno è maggiore di una semicirconferenza].

(1) Qui il testo è evidentemente interrotto.

Se poi quest' arco fosse minore di una semicirconferenza, egli (1) *ottiene la quadratura facendo una costruzione quale è questa. Sia* (fig. 19.ª) $\alpha\beta$ *il diametro di un cerchio e* $\varkappa$ *il centro; conduciamo* $\gamma\delta$ *perpendicolare a* $\varkappa\beta$ *nel suo punto medio;* [(2) si conduce $\varepsilon\zeta$ verso β e da $\varkappa$ le rette a ε e ζ. Ora la retta $\varkappa\zeta$ prolungata

---

(1) Ippocrate.

(2) Qui esistono nel testo delle lacune tanto considerevoli che la costruzione d'Ippocrate riuscirebbe inintelligibile se non si ricorresse a quanto segue. Ma ove si tenga conto delle frasi che vengono dopo è facile restituire il metodo di Ippocrate, il quale, per opinione di tutti, è il seguente. Di un cerchio sia $\alpha\beta$ il diametro e $\varkappa$ il centro; $\gamma\delta$ incontri $\beta\varkappa$ nel suo punto di mezzo ad angolo retto. Per β conduciamo la retta $\beta\zeta\varepsilon$ in modo che la parte $\zeta\varepsilon$ di essa compresa fra la retta $\gamma\delta$ ed il cerchio sia tale che il doppio del suo quadrato sia il triplo del quadrato del raggio $\beta\varkappa$ (γ, η). Conduciamo $\varkappa\zeta$ e prolunghiamola sino ad incontrare in η la parallela condotta da ε ad $\alpha\beta$. Conduciamo $\varkappa\varepsilon$ e $\beta\eta$ (che risultano eguali) e circoscriviamo un cerchio λ al trapezio $\beta\varkappa\varepsilon\eta$ ed uno μ al triangolo $\varepsilon\zeta\eta$ (ζ). Gli archi $\eta\zeta\varepsilon$ e $\eta\beta\varkappa\varepsilon$ determineranno la la lunula cercata.

I segmenti circolari su le rette $\eta\zeta$, $\zeta\varepsilon$, $\varepsilon\varkappa$, $\varkappa\beta$, $\beta\eta$ sono simili (a); ciò risulta dall'essere fra loro eguali come alterni interni gli angoli $\varepsilon\eta\varkappa$ e $\eta\varkappa\beta$, e dall'essere fra loro eguali tutti gli angoli inscritti nello stesso segmento. Ora la prima di queste proposizioni era certamente conosciuta da Ippocrate, mentre per la seconda la cosa fu posta in dubbio. Noi propendiamo ad annoverare quest'ultima fra le proposizioni note ad Ippocrate, chè altrimenti s'incontrano difficoltà d'interpretazione pressochè in sormontabili. Cfr. Allman p. 72 nota.

È chiaro che la costruzione della lunula d'Ippocrate si riduce in ultima analisi alla determinazione della retta $\beta\zeta\varepsilon$. Ora, condotta $\alpha\varepsilon$, si avranno i triangoli simili $\beta\gamma\zeta$ e $\alpha\beta\varepsilon$ da cui (g) segue

$$\frac{\beta\zeta}{\frac{1}{2}\beta\varkappa} = \frac{2\beta\varkappa}{\beta\varepsilon} \quad \text{ossia} \quad (\beta\zeta + \zeta\varepsilon)\,\beta\zeta = \beta\varkappa^2;$$

e poichè $\beta\varkappa$ e $\zeta\varepsilon$ sono rette note la costruzione si riduce ad un semplice *problema d'applicazione di area.* Siccome poi è per ipotesi $\zeta\varepsilon = \sqrt{\frac{3}{2}}\beta\varkappa$, così dalla proporzione precedente scaturisce l'altra

$$\beta\varepsilon\left(\beta\varepsilon - \sqrt{\frac{3}{2}}\,\beta\varkappa\right) = \overline{\beta\varkappa}^2,$$

equazione di 2.° grado in $\beta\varepsilon$ che ha per unica radice positiva

$$\beta\varepsilon = \frac{\beta\varkappa}{2}\left(\sqrt{\frac{11}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right).$$

Notiamo qui *il primo problema d'inserzione;* nel Libro II vedremo come Apollonio Pergeo ne risolvesse altri analoghi ma ben più difficili.

al di là di ζ incontra la εη nel punto η; β si congiunga anche con ζ e η; è chiaro che εζ prolungata deve passare per β; perchè la εζ è diretta a β. Ed ora è βη eguale a κε. Questo si può certamente esporre in modo più breve. A me riuscì dimostrarlo, in base a quanto precede, come segue. Si è supposto che la δγ incontrasse ad angolo retto e bisecasse βκ. Quindi su δγ si trova il centro del cerchio circoscritto al trapezio, in forza del corollario alla prop. 1.ª del III Libro degli *Elementi di Euclide.* Ora siccome εη è parallela a κβ ed entrambe sono incontrate da γδ, così questa forma due angoli interni la cui somma è due retti, in virtù del teorema 29 del I libro. Ma sono retti gli angoli in γ, dunque retti saranno pure gli angoli in δ. Ora poi la retta γδ, passante pel centro, è perpendicolare a εη e la biseca, pel teorema 3.° del III Libro degli *Elementi;* dunque δη è eguale a δε, δζ è comune e gli angoli in δ sono retti, quindi il lato ζη è eguale a ζε. Inoltre βζ è eguale a ζκ perchè βγ è eguale a γκ, γζ è comune e i due angoli in γ sono retti; quindi i lati ηζ, ζβ sono eguali ai due lati ζε, κζ e così dicasi degli angoli al vertice ζ, dunque ηβ è eguale a εκ]. *Descriviamo anche il segmento circoscritto al triangolo εζη.* < *Ognuno dei due segmenti sulle rette εζ, ζη sarà simile a ciascuno dei tre segmenti sulle rette εκ, κβ, βη* >. [*Posto ciò io dico che il trapezio εκβη è inscrittibile in un cerchio.* Infatti il triangolo κεη è certamente inscrittibile in un cerchio, perchè dalla prop. 5.ª del IV Libro si apprende come si deva procedere per circoscrivere un cerchio ad un triangolo. E quando io avrò dimostrato che il raggio diretto a β è eguale a quello diretto a κ, risulterà che il segmento di cerchio passante per κ, ε, η passerà anche pel punto β e il circolo includerà il trapezio come già il triangolo εζη. Ora sia λ il centro e si conducano le rette λε, λη, λκ, λβ; essendo ελη un triangolo isoscele perchè i raggi sono fra loro eguali, i suoi angoli alla base sono pure fra loro eguali, cioè ληε è eguale a λεη, per la prop. 5.ª del I Libro degli *Elementi.* Di più anche βηε è eguale a κεη, perchè βε è eguale a κη, come fu già dimostrato, dunque anche tutto l'angolo βηλ è eguale a κελ, quindi, essendo anche κε eguale a βη, il lato κλ è eguale a βλ, cioè λβ è eguale al raggio λκ. Con questo raggio si descriva dunque il segmento.

Ciò posto la lunula risultante, il cui arco esterno è εκβη, *sarà eguale alla figura rettilinea risultante dai triangoli* ζβη, ζβκ, ζκε (1). *Infatti i segmenti interni a questa figura e determinati nell' interno delle lunule dalle rette* εζ, ζη *sono eguali ai segmenti esterni al pentagono e determinati similmente dai lati* εκ, κβ. βη. *Perchè ognuno dei segmenti interni è una volta e mezzo ognuno degli esterni;* poichè per ipotesi il quadrato di εζ, cioè di εκ o κβ o βη (essendosi già dimostrato essere ciascuno di queste rette eguale a κε)]. Ora se il quadrato di εζ o ζη è una volta e mezzo il quadrato delle dette rette ed i quadrati di queste rette stanno fra loro come i corrispondenti segmenti, la somma di questi

(1) Questo modo di esprimersi esclude che gli antichi avessero la nozione dei poligoni concavi.

due segmenti è eguale alla somma di quei tre. [*Quindi se la lunula è eguale alla somma dei tre segmenti e della parte del poligono che è esterna ai due segmenti, oppure se la figura rettilinea è eguale alla lunula aumentata dei due segmenti e diminuita dei tre, dal momento che la somma dei due è eguale alla somma dei tre, la lunula è per fermo eguale alla figura rettilinea*] (1).

Ora che l'arco esterno di questa lunula sia minore della semicirconferenza egli dimostra facendo vedere che è ottuso l'angolo $\varepsilon\varkappa\eta$ *inscritto nell'arco esterno* [. Perchè nel teorema 3.° (2) del Libro III degli *Elementi di Euclide* è dimostrato che l'angolo inscritto in un segmento minore di un semicerchio è necessariamente maggiore d'un retto. *Ora che quest'angolo* $\varepsilon\varkappa\eta$ *sia maggiore di un retto, egli dimostra*] *come segue.*

Essendo da un lato $\varepsilon\zeta$ *a potenza una volta e mezzo il raggio* [*mentre d'altronde* $\beta\varkappa$ *è* < *a potenza* > *maggiore* < *del doppio* > *di* $\beta\zeta$, *perchè l'angolo in* ζ *è maggiore di un retto, come dimostrerò*, ed inoltre $\beta\varkappa$ è *eguale a* $\varkappa\varepsilon$, *è chiaro che se* $\beta\varkappa$ *è maggiore in lunghezza del doppio di* $\beta\zeta$ *anche* $\varkappa\varepsilon$ *sarà maggiore del doppio (sia della retta* $\beta\zeta$ *sia) della retta* $\varkappa\zeta$] $\varkappa\varepsilon$ *sarà* [per questo] *a potenza maggiore del doppio di* $\varkappa\zeta$, come emerge dalla somiglianza dei triangoli $\beta\varepsilon\varkappa$ e $\beta\varkappa\zeta$. [Infatti $\beta\varepsilon$ sta a $\beta\varkappa$ come $\varepsilon\varkappa$ a $\zeta\varkappa$; dunque $\varkappa\varepsilon$ è a potenza maggiore di $\varkappa\zeta$. *Ma* $\varepsilon\zeta$ *è a potenza eguale ad una volta e mezzo* $\varkappa\varepsilon$]; sarà dunque $\varepsilon\zeta$ a potenza maggiore della somma di $\varepsilon\varkappa$ e $\varkappa\zeta$. [Infatti, se dei quadrati di $\varepsilon\varkappa$ e $\varkappa\zeta$ quello di $\varepsilon\varkappa$ fosse eguale al doppio di quello di $\varkappa\zeta$, essendo $\zeta\varepsilon$ eguale a una volta e mezzo $\varepsilon\varkappa$, sarebbe $\varepsilon\zeta$ a potenza eguale alla somma di $\varepsilon\varkappa$ e $\varkappa\zeta$, come ciò ha luogo pei numeri 6, 4, 2. Ma siccome invece $\varepsilon\varkappa$ è a potenza maggiore del doppio di $\varkappa\zeta$, anche $\varepsilon\zeta$ è a potenza maggiore delle somme di $\varepsilon\varkappa$ e $\varkappa\zeta$]. *In conseguenza l'angolo* $\varkappa$ *è ottuso ed il segmento in cui è compreso minore di un semicerchio.*

[*In tal modo Ippocrate ha quadrate* (3) *le lunule sia l'arco esterno eguale, maggiore o minore di una semicirconferenza* (4); e non soltanto la lunula costruita sul lato del quadrato come dice Alessandro. Però egli tentò di quadrare il circolo col mezzo di lunule costruite su lati di esagoni, come dice lo stesso Alessandro].

---

(1) {A ciascuna di queste figure eguali aggiungiamo la figura limitata dalle rette $\varepsilon\varkappa$, $\varkappa\beta$, $\beta\eta$ e dall'arco $\eta\zeta\varepsilon$; otterremo che la lunula il cui arco esterno è $\varepsilon\varkappa\beta$ è eguale alla figura rettilinea composta dai tre triangoli $\zeta\beta\eta$, $\zeta\beta\varkappa$, $\zeta\varkappa\varepsilon$}.

(2) Nel 31°, secondo l'ed. di Heiberg.

(3) Nel testo si legge *tutte* le lunule; a chi deve imputarsi tale errore (cfr. la prima nota al n.° 47)? È così difficile rispondere a tale questione che il Tannery medesimo non ardì tentarlo; quanto a noi incliniamo ad attribuirlo all'ignoranza di Simplicio.

(4) Questo ragionamento viene esposto più luminosamente dal Bretschneider (nota a p. 118) come segue: Essendo

$$\varepsilon\zeta > \varkappa\varepsilon > \varkappa\zeta$$

Ma egli (1) *quadra insieme una lunula e un circolo così. Si abbiano due circoli con lo stesso centro* $\varkappa$ *e tali che il diametro dell' esterno sia a potenza eguale a sei volte quello dell' interno.* Nel cerchio interno inscriviamo un esagono $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta$, conduciamo i raggi $\varkappa\alpha$, $\varkappa\beta$, $\varkappa\gamma$ e prolunghiamoli sino alla periferia del cerchio esterno (2), e conduciamo $\eta\theta$, $\theta\iota$ (3): evidentemente $\eta\theta$, $\theta\iota$ saranno lati dell'esagono inscritto nel cerchio maggiore. *Descriviamo sulla retta* $\eta\iota$ *un segmento simile a quello sotteso da* $\eta\theta$. *Allora la retta* $\eta\iota$ *è di necessità a potenza il triplo di* $\eta\theta$ (f). |*Infatti la corda che sottende due lati dell' esagono, formando un angolo retto con un terzo lato dell' esagono, dà al quadrato assieme al quadrato di questo terzo lato il quadrato del diametro; ma questo è il quadruplo del quadrato del lato dell' esagono, il quale è eguale al raggio* (c), *perchè il doppio in lunghezza è il quadruplo in superficie*|. *Ora il quadrato di* $\eta\theta$ *è il sestuplo del quadrato di* $\alpha\beta$, *quindi il segmento su* $\eta\iota$ *dev' essere eguale alla somma dei segmenti del cerchio esterno su* $\eta\theta$ *e* $\theta\iota$ *assieme a quelli sottesi nel cerchio interno da tutti i lati dell' esagono.* [Infatti i segmenti simili stanno fra loro come i quadrati delle corde, perchè anche i circoli simili (4) stanno fra loro come i

---

e

$$\beta\zeta = \varkappa\zeta$$

si deduce

$$\beta\zeta + \zeta\varepsilon = \beta\varepsilon > 2\varkappa\zeta$$

epperò

$$\beta\varepsilon \,.\, \varkappa\zeta > \overline{2\varkappa\zeta}^2.$$

Ma dalla proporzione

$$\frac{\beta\varepsilon}{\beta\varkappa} = \frac{\varkappa\varepsilon}{\varkappa\zeta}$$

segue

$$\beta\varepsilon \,.\, \varkappa\zeta = \beta\varkappa \,.\, \varkappa\varepsilon = \overline{\varkappa\varepsilon}^2$$

epperò

$$\overline{\varkappa\varepsilon}^2 > \overline{2\varkappa\zeta}^2, \ \frac{1}{2}\overline{\varkappa\varepsilon}^2 > \overline{\varkappa\zeta}^2$$

E per essere

$$\overline{\zeta\varepsilon}^2 = \overline{\varkappa\varepsilon}^2 + \frac{1}{2}\overline{\varkappa\varepsilon}^2$$

si conclude

$$\overline{\zeta\varepsilon}^2 > \overline{\varkappa\varepsilon}^2 + \overline{\varkappa\zeta}^2 \text{ c. d. d.}$$

(1) Ippocrate.

(2) {Supponiamo che l'incontrino rispettivamente nei punti η, θ, ι}.

(3) {$\eta\iota$}.

(4) Devesi con Bretschneider (nota a p. 120) inferire da questa proposizione che ad Ippocrate fosse sfuggita la somiglianza di tutti i circoli, avendola egli considerata soltanto fra le figure rettilinee? Non lo crediamo; propendiamo piuttosto di attribuire il pleonasma che si commette dicendo *circoli simili* all' imperizia di Simplicio.

quadrati dei loro diametri. Ora se il quadrato di γι è eguale al triplo del quadrato di γθ e il quadrato di γθ è eguale a quello di θι, a ciascuno di questi è eguale la somma dei quadrati dei sei lati dell'esagono interno, dal momento che il quadrato del diametro esterno è stato preso eguale al sestuplo del quadrato dell'interno. Ora nel rapporto dei diametri stanno anche i raggi, i quali alla lor volta sono i lati degli esagoni, come insegna la penultima proposizione del IV Libro degli *Elementi*. Ma come i quadrati delle corde stanno i relativi segmenti. *Onde la lunula γθι sarà minore del triangolo omonimo e precisamente pei segmenti tagliati dai lati dell'esagono nel cerchio interno;* perchè il segmento su γι era eguale ai segmenti su γθ, θι ed a quello formato sul lato dell'esagono. Dunque i segmenti su γθ, θι sono minori del segmento su γι pel segmento determinato dall'esagono]. Se *dunque* noi ora addizioniamo da una parte e dall'altra quella porzione del triangolo γθι che sta al disopra del segmento γι, arriviamo al risultato che *il triangolo γθι è eguale alla lunula γθι assieme ai segmenti del cerchio interno sottesi dai lati dell'esagono; e se addizioniamo dalle due parti l'esagono stesso, abbiamo che il triangolo assieme all'esagono è eguale alla detta lunula assieme al cerchio interno* [perchè il triangolo è eguale alla lunula assieme ai segmenti determinati dall'esagono nel cerchio interno]. Allora, poichè questa figura rettilinea può venire quadrata, il cerchio assieme alla lunula può pure venire quadrato.

[Si deve ammettere che Eudemo conoscesse meglio le produzioni di Ippocrate da Chio perchè, come discepolo di Aristotele, era per tempo a lui più vicino. Ma la quadratura del circolo che Aristotele combatte come sbagliata, o quella mediante lunule che egli pure critica, vengono con ragione poste in dubbio anche da Alessandro, il quale notò essere desse la stessa cosa].

46. Se noi esaminiamo questo *primo documento scritto della geometria greca* pervenutoci, troveremo in esso esplicitamente o implicitamente fatto uso delle proposizioni seguenti:

Teoremi (*a*) Segmenti circolari simili contengono angoli uguali. (*b*) Questi angoli sono retti in tutti i semicircoli; mentre i segmenti che sono maggiori o minori di semicircoli contengono angoli che sono minori o maggiori di angoli retti. (*c*) Il lato dell'esagono regolare inscritto in un cerchio è eguale al raggio. (*d*) In qualunque triangolo il quadrato di un lato opposto ad un angolo acuto è minore della somma dei quadrati dei lati di quest' angolo. (*e*) In un triangolo ottusangolo il quadrato del lato opposto all' angolo ottuso è maggiore della somma dei quadrati dei lati di questo angolo. (*f*) Se un triangolo isoscele ha l' angolo al vertice doppio dell' angolo del triangolo equilatero,

il quadrato della base è triplo del quadrato di uno dei lati eguali. (*g*) I lati omologhi di due triangoli equiangoli sono proporzionali. (*h*) I circoli stanno fra loro come i quadrati dei loro diametri (1). (*i*) Due segmenti simili stanno fra loro come i quadrati delle loro basi.

Problemi. (*α*) Costruire un quadrato equivalente ad una data figura rettilinea. (*β*) Trovare un quadrato triplo del quadrato di una data retta. (*γ*) Trovare una linea il cui quadrato raddoppiato eguagli il triplo del quadrato di una data retta. (*δ*) Costruire un trapezio avente un lato eguale ad una data retta e gli altri tre eguali ad un' altra che sia minore della precedente. (*ε*) Circoscrivere un cerchio a questo trapezio. (*ζ*) Circoscrivere a un triangolo un cerchio. (*η*) Dato un semicerchio e la perpendicolare a un suo raggio nel punto medio, condurre per l' estremo di questo raggio una retta tale che la sua parte inscritta fra la circonferenza e la perpendicolare sia di data lunghezza. (*ϑ*) Su una data retta descrivere un segmento simile ad un segmento dato.

Se paragoniamo la totalità delle cognizioni geometriche rivelate da questo catalogo di proposizioni col sapere geometrico dei Pitagorici, vedremo subito che la differenza è molto notevole in generale, e in particolare che essa vale a colmare la lacuna che la geometria di Pitagora presenta per quanto concerne il cerchio. Vale poi la pena di notare come strano il fatto che i teoremi (*d, e*), i quali completano il teorema di Pitagora, non abbiano ottenuto l' accesso negli *Elementi di Euclide.* Se ciò può destare una ragionevole meraviglia, altrettanto non ci sembra potersi ripetere riguardo all' assenza negli *Elementi* stessi delle lunule di Ippocrate: le relative ricerche, per quanto benevolmente vengano giudicate, non possono ritenersi che come un conato geniale ma infruttuoso, oppure come eleganti applica-

(1) Riguardo al metodo di dimostrazione usato da Ippocrate si vegga il n.° 72, ove si troveranno delle osservazioni che collegano il geometra di cui ci stiamo occupando alla scoperta del metodo di esaustione.

zioni di proposizioni fondamentali note; in un modo o nell' altro non entravano nel piano degli *Elementi*. In conseguenza noi in tale esclusione non troviamo un solido punto d' appoggio per concludere che le ricerche di Ippocrate non facessero parte degli elementi geometrici che gli sono attribuiti (secondo taluni, se vi fossero entrate, Euclide le avrebbe conservate nelle sue opere); tuttavia noi incliniamo ad ammettere che esse formassero un trattato speciale, e lasciamo irrisoluta la questione se la redazione di questo abbia preceduto o seguito la compilazione degli elementi attribuiti al geometra di Chio.

47. Oltre che delle cognizioni geometriche, il frammento riportato fa fede del genio inventivo di Ippocrate e della pratica che egli aveva nel combinare le proposizioni geometriche per raggiungere un determinato scopo (1). Una sola frase erronea

---

(1) Ippocrate non ha trovate *tutte* le lunule quadrabili; per primo G. Cramer ha indicato un metodo che conduce alla loro scoperta (nella citata *Dissertation sur Hippocrate de Chio*, p. 493 e seg.). Nè egli ha insegnate tutte quelle che si possono costruire con retta e circolo come asserì Hankel (v. l. c. p. 127 nota); ciò ha dimostrato Clausen (*Vier neue mondförmige Flächen deren Inhalt quadrirbar ist*, Crelle' s Journal T. XXI, 1840, p. 375-6) col seguente semplicissimo ragionamento. Si considerino (fig. 20.ª) due settori circolari equivalenti aventi gli archi contermini $CAEB$, $C'AE'B$. È chiaro che la lunula $AEBE'A$ è equivalente al quadrangolo $ACBC'A$. Detti ora r e r' i raggi, 2φ e $2\varphi'$ gli angoli dei due settori, sarà evidentemente

$$r^2\varphi = r'^2\varphi', \; r \text{ sen } \varphi = r' \text{ sen } \varphi'.$$

Se φ e φ' sono commensurabili ed hanno α per massima comune misura, porremo

$$\varphi = m\alpha \qquad \varphi' = m'\alpha,$$

dalle prime delle equazioni precedenti dedurremo

$$mr^2 = m'r'^2 \quad \text{ossia} \quad r\sqrt{m} = r'\sqrt{m'};$$

la seconda diviene in conseguenza

$$\sqrt{m} \text{ sen } m\alpha = \sqrt{m'} \text{ sen } m'\alpha$$

ove sen ma e sen $m'\alpha$ si potranno esprimere in funzione di sen α. La lunula corrispondente a un dato valore di α sarà quadrabile se quest' angolo si potrà determinare

— quella cioè che asserisce esser quadrabile la lunula avente per basi il latò dell' esagono perchè lo è quella avente per base il lato del quadrato — fece sì che i più (1) seguirono Aristotele nel collocare Ippocrate nella coorte degli infelici che s' illusero di avere quadrato il circolo; ma a partire dal 1870 (2) è nata e si è sviluppata una corrente favorevole al geometra di Chio; quanto ciò sia ragionevole è dimostrato da un esame accurato del testo. Come infatti, dopo averlo letto attentamente, si può pensare che Ippocrate identificasse due lunule di natura differente, egli che aveva tanta famigliarità con tali figure da proporsi la questione di costruire delle lunule quadrabili con archi esterni sia maggiori sia minori di una semicirconferenza, e an-

---

geometricamente, se cioè una sua linea trigonometrica sarà radice d'un'equazione riducibile al 1.° o al 2.° grado; ora ciò accade pei seguenti valori di m

$$1, 1, 2, 1, 3$$

e pei corrispondenti di m'

$$2, 3, 3, 5, 5.$$

Per la prima coppia di valori cos α vale $\frac{1}{\sqrt{2}}$, per le seguenti cos 2α ha i seguenti valori

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right), \frac{1}{8}\left(\sqrt{33}-1\right), \frac{1}{8}\left(\sqrt{5+4\sqrt{5}}-1\right), \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{5}{3}}-1+\sqrt{\frac{20}{3}+\sqrt{\frac{20}{3}}}\right)$$

di cui i tre primi conducono alle lunule di Ippocrate.

Sullo stesso argomento si veda Tannery: *Le fragment d' Eudème*, § VII e *Géom. grecque* p. 118-119. E riguardo alle generalizzazioni che ricevettero le questioni trattate da Ippocrate si veda: Montucla, *Histoire des recherches sur le quadrature du cercle*, 2.ª ed., 1831, p. 40-44 e 265-8; Cantor, Vol. II, p. 820.

(1) Anche Eutocio; v. l'ed. citata di Archimede, Vol. III, p. 265.

(2) Ci esprimiamo così perchè soltanto quindici anni dopo il pubblico matematico conobbe il giudizio che in principio del nostro secolo il Leonelli (1776-1846) pronunciava su Ippocrate scrivendo: « Se un uomo verbioso e semplice ripetitore, avesse fatto tale sofisma, non lo troverei straordinario; ma che sia stato fatto da chi diede prove di genio, e senza secondo fine, io non lo credo ». (*Bullettino di Bibl. e St. delle Scienze mat. e fis.*, Tom. XVIII, 1885, p. 667).

che delle lunule quadrabili assieme ad un circolo? Non si dimentichi poi che a Ippocrate viene attribuito il metodo di riduzione; che a lui si fa merito di averlo applicato con successo al problema di Delo: che cosa adunque di più naturale di ammettere che lo scopo che egli si propose sia stato di *ridurre* il problema della quadratura del circolo a quello della quadratura di una lunula? che, non potendo servirsi utilmente della lunula sul lato del quadrato, si sia rivolto a quella sul lato dell' esagono, e poi ad altre più generali, ma che, vista la vanità di tali tentativi, abbia pensato a quadrare, se non il circolo od una lunula presi separatamente, almeno l'insieme di due tali figure? Vero è che ad ammettere queste conclusioni sembra opporsi il giudizio che *si dice* avere Aristotele pronunciato su Ippocrate; ma si noti che questo giudizio ci arrivò pel tramite di Alessandro d'Afrodisia, commentatore del II Sec. dell' E. v. della cui intelligenza matematica non possediamo alcuna prova; è dunque ammissibile (secondo noi anzi probabile) che egli abbia frainteso il suo maestro, applicando a certi paralogismi parole che Aristotele dirigeva contro altri (1).

Per queste ragioni noi, fino a prova contraria, ci schieriamo fra gli oppositori di coloro che, con Montucla, non considerano Ippocrate se non come l'autore di " un tour de passe-passe géométrique „ (2).

Antifone e Brisone.

48. Il frammento di Simplicio, in base a cui tentammo misurare il valore del contributo arrecato da Ippocrate al problema della quadratura del circolo, ci dà eziandio notizia degli sforzi fatti nello stesso intento da quell' Antifone che per pro-

(1) Cf. Heiberg, *Philologus*, T. 43, p. 343-4.
(2) *Hist. des math.*, 2.ª ed., T. I, p. 152.

fessione interpretava i pronostici e per diletto sosteneva con Socrate delle dispute filosofiche. Tali sforzi sono nel citato frammento ascritti fra i conati infruttuosi, e l'epiteto di paralogismo dato da Simplicio al modo di argomentare di Antifone fu ripetuto da altri (1). Ma a questa severa condanna ci è impossibile fare eco.

Giacchè non si deve dissimulare che l'idea d'inscrivere nel cerchio una serie di poligoni regolari, i cui numeri di lati formano una progressione geometrica di ragione 2, ha condotto nelle mani di Archimede alla misura del circolo (2) ed in quelle di Vieta ad una notevolissima espressione in prodotto di infiniti fattori del valore del rapporto della circonferenza al diametro (3). Il considerare, come fa Antifone, il circolo per un poligono infinitilatero è cosa oggimai accettata da tutti; ciò che si può imputare ad Antifone è di avere *identificato* il circolo ad un poligono, invece di considerarlo *come limite* di un tal poligono; ma il pretendere che egli possedesse la moderna precisione di idee e di linguaggio è sragionevole, mentre invece è doveroso essergli grati di avere precorsi i suoi tempi adoperando coraggiosamente l'infinito nella geometria.

49. In questo egli ebbe compagno Brisone, preteso Pitagorico vissuto verso la metà del V Sec. a. C., il quale però ebbe a considerare non soltanto i poligoni regolari inscritti ma eziandio i circoscritti e dalla loro considerazione simultanea credette far scaturire la quadratura del circolo. Per ciò Brisone ha diritto ad un posto nella storia della matematica; giacchè la considerazione simultanea dei poligoni inscritti e circoscritti ad una linea è una delle più importanti e feconde nella teoria metrica delle curve. Vi ha diritto anche quando le notizie intorno ai suoi

---

(1) V. il passo del commento di Temistio ad Aristotele riportato da Bretschneider, p. 125.

(2) V. il libro seguente.

(3) Cfr.: Cantor, *Vorlesungen*, II, p. 547-8 e Rudio *Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen überdie Kreismessung* (Leipzig 1892), p. 33-5.

studii date da Giovanni d'Alessandria e Alessandro d'Afrodisia (1) vengano interpretate come segue (2): " al circolo (fig. 21.ª) C si circoscriva un quadrato Q_1; si inscriva in esso un altro quadrato Q_2 e quindi fra i due se ne segni un terzo Q_3; ora Q_3 è compreso fra Q_1 e Q_2, altrettanto dicasi di C, dunque C è eguale a Q_3 ". Infatti queste notizie sono così monche che da esse non emerge come si costruisca il quadrato Q_3; esse non inducono a concludere che Brisone commettesse l'errore di credere che comunque si tracci il quadrato Q_3 fra Q_1 e Q_2 sempre si ottenga una figura equivalente a C, ma solo che egli vedesse come un quadrato equivalente a C potesse inserirsi fra Q_1 e Q_2. Il giudizio benevolo che le generalità dei matematici moderni (3) pronunciarono su Brisone ci sembra dunque da accettarsi come conforme a giustizia.

Archita di Taranto.

50. Che i nobili germi diffusi dalla dottrina di Pitagora non siano andati totalmente distrutti durante gli orrori di una feroce guerra civile, è chiaramente dimostrato dal fatto che persino la voluttuosa Taranto potè venir governata colla disciplina delle virtù civili predicate da' Pitagorici, da un uomo uscito da quella scuola — l'*ultimus Pythagoreorum* — cioè Archita (4). L'arte musica e la matematica, ispirate a precetti apollinei, una

---

(1) Bretschneider, p. 126-7.

(2) V. Heiberg, *Philologus*, Vol. 43, p. 336: ove leggesi « in der Geschichte der Mathematik verdient Bryson also kaum ein Platz ». Cfr. anche Heiberg, *Revue critique*, T. XI, 1881, p. 380.

(3) Bretschneider, Cantor, Allman.

(4) Cfr. J. Navarrus, *Tentamen de Archytae Tarentae vita atque operibus*, I, Hafniae 1819, e *Vite inedite di matematici italiani scritte da Bernardino Baldi e pubblicate da Enrico Narducci* (*Bullettino di Bibl. e st. delle sc. Mat. e fis.* T. XIX, 1886, p. 359-373). Archita fu contemporaneo, forse un po' più vecchio, di Platone. Secondo Bretschneider (p. 149) e Cantor (p. 203) egli sarebbe vissuto fra il 430 e il 365 a. C.

sapienza pratica della vita, fondata sul dominio dei sensi e indirizzata verso un perfetto ed armonico svolgimento di tutte le attitudini morali e fisiche, facevano di quell'uomo un ideale dell'uomo ellenico in mezzo ad una stirpe degenerata (1). Per sette volte ei venne scelto da' suoi concittadini come *στρατηγός* e dalla confederazione delle città elleniche del Magna Grecia gli venne accordato, col titolo di comandante in capo, un potere autocratico. Generale abilissimo non ebbe mai la vergogna di una sconfitta; filosofo insigne ebbe la gloria di annoverare Platone fra i proprii discepoli; astronomo e geodeta stimato (2) attrasse l'attenzione di Orazio che ne celebrò il valore in una delle sue *Odi* (3); i precetti morali che vanno sotto il suo nome o gli appartengono e allora sono testimonii dell'elevatezza delle sue idee, o — come sembra più probabile (4) — gli sono a torto attribuiti e dimostrano l' alta considerazione in cui era tenuto da chi si nascose sotto la di lui imponente autorità per agevolare la diffusione delle proprie idee.

51. Il suo valore come matematico è attestato in termini non dubbii, benchè troppo vaghi, da Proclo nel frammento riportato nel n.° 3; è provato dalle sue ricerche sulle proporzioni (n.° 21); è confermato in modo più preciso da Eratostene, il quale, nella lettera a Tolomeo di cui la prima parte venne riportata qualche pagina addietro (n.° 42), lo pone fra i primi che si occuparono della duplicazione del cubo. Ma ricorrendo ad Eutocio siamo in grado di determinare completamente il contributo arrecato da Archita alla soluzione del problema di Delo. Infatti, fra le soluzioni di questo problema che egli fa

---

(1) Curtius, *Storia greca*, I, 576-7.

(2) Wolf *Gesch. d. Astr.*, p. 166. Si crede che Archita sia stato il primo che studiò i fenomeni celesti col sussidio della geometria.

(3) La 28.ª del I Libro; ove è narrato come Archita morisse durante un naufragio.

(4) Cfr. Cantor, *Math. Beiträge zur Kulturleben der Völker* (Halle 1863), p. 179-180, e le autorità ivi citate.

conoscere nel commento al II Libro di Archimede *su la sfera ed il cilindro,* si legge la seguente (1):

« Metodo di Archita, come viene riferito da Eudemo. Siano (fig. 22.ª) date due linee $\alpha\delta$, γ. Bisogna dunque fra $\alpha\delta$, γ trovare due medie proporzionali. Si descriva sulla retta maggiore $\alpha\delta$ (come diametro) un circolo $\alpha\beta\delta\zeta$ nel quale si adatti una retta $\alpha\beta$ eguale alla γ, e prolungata incontri in π la retta tangente in δ al circolo. Alla retta $\pi\delta o$ si conduca la parallela $\beta\varepsilon\zeta$ e s'immagini eretto perpendicolarmente sul semicircolo $\alpha\beta\delta$ un semicilindro e sulla retta $\alpha\delta$ descritto un semicircolo pure perpendicolare e posto nel parallelogramma del semicilindro. Questo semicircolo, fatto girare da $\alpha\delta$ verso β tenendo fissa l'estremità α del diametro, nel muoversi secherà la superficie cilindrica e traccerà su questa una certa linea. Inoltre se tenendo fissa la retta $\alpha\delta$ si fa girare il triangolo $\alpha\pi\delta$ in senso contrario del semicircolo, la retta $\alpha\pi$ genererà una superficie conica e ruotando incontrerà in un certo punto la linea cilindrica. Nello stesso tempo il punto β descriverà una semicirconferenza sulla superficie del cono. Nella posizione in cui quelle linee s'incontrano, il circolo mobile abbia la posizione $\delta\kappa\alpha$, e il triangolo mobile in senso opposto la posizione $\delta\lambda\alpha$, ed il punto in cui concorrono sia κ, ed il semicerchio descritto per β sia $\beta\mu\zeta$, e l'intersezione di questo e del circolo $\beta\delta\zeta\alpha$ sia $\beta\zeta$. Si conduca da κ la perpendicolare al piano del semicircolo $\beta\delta\alpha$; questa cadrà sul contorno del circolo, perchè il cilindro è retto. Cada e sia $\kappa\iota$; e la retta condotta da ι ad α incontri in θ la retta $\beta\zeta$, e la linea $\alpha\lambda$ incontri il semicerchio $\beta\mu\zeta$ nel punto μ. Si conducano pure le rette $\kappa\delta$, $\mu\iota$, $\mu\theta$. Ora siccome i due semicircoli $\delta\kappa\alpha$, $\beta\mu\zeta$ sono entrambi perpendicolari al piano dato, anche la loro intersezione $\mu\theta$ è perpendicolare a questo piano (e). Poichè quindi $\mu\theta$ è anche perpendicolare a $\beta\zeta$ (e') sarà $\theta\beta \times \theta\zeta$ cioè (c, d) $\theta\alpha \times \theta\iota = \overline{\mu\theta}^2$ (b). Pertanto il triangolo $\alpha\mu\iota$ è simile ai due triangoli $\mu\iota\theta$, $\mu\alpha\theta$ e l'angolo $\iota\mu\alpha$ è retto (b'). Ma è retto anche l'angolo $\delta\kappa\alpha$. In conseguenza le rette $\kappa\delta$ e $\mu\iota$ sono parallele e sarà $\delta\alpha : \alpha\kappa$ cioè (a) $\kappa\alpha : \alpha\iota = \iota\alpha : \alpha\mu$ per la similianza dei triangoli. Dunque le quattro rette $\delta\alpha$, $\alpha\kappa$, $\alpha\iota$, $\alpha\mu$ sono in proporzione continua. E $\alpha\mu$ è eguale a γ essendo $\alpha\beta = \gamma$. Perciò fra le due rette $\alpha\delta$, γ si sono trovate due medie proporzionali $\alpha\kappa$, $\alpha\iota$ » (2).

52. Superfluo il richiamare l'attenzione del lettore sul concetto di luogo geometrico di cui in questa soluzione è fatto

---

(1) *Archimedis Opera omnia* ed. Heiberg, Vol. III, p. 98 e seg. Le lettere in parentesi servono di richiamo al catalogo di proposizioni note ad Archita che si trova nel n.° seguente.

(2) Una pregevole divinazione dell'*analisi* della soluzione di Archita fu esposta dal Bretschneider, l. c., p. 152-3.

largo uso (1) e sulla eccezionale genialità di essa (2); essa, non solo è prova indiscutibile della grande famigliarità che Archita aveva colle figure nello spazio (3) (in particolare colla generazione dei più semplici solidi di rivoluzione (4) e colle linee che essi generano intersecandosi), ma porge il primo esempio noto

---

(1) Riguardo all'esistenza di un nome per tale concetto si confronti Cantor, I, p. 197, con Allman, p. 115-119; v. anche Hultsch, *Bibl. math.* 1889, p. 90.

(2) Preso il punto α per origine, la retta $\alpha\delta$ per asse della x, per asse della z la generatrice del cilindro passante per α e per asse dello y la retta che forma con le due prime un triedro trirettangolo; dette poi a e b $(< a)$ le rette date, le equazioni delle tre superficie ausiliari sono risp.

$$x^2 + y^2 = ax$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2}{b^2} x^2.$$

E se poniamo

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad , \quad v = \sqrt{x^2 + y^2}$$

esse diverranno

$$v^2 = ax \quad , \quad u^2 = av \quad , \quad u^2 = \frac{a}{b} x.$$

Dalle prima e terza emerge

$$v^2 = bu$$

ossia
$$u : v = v : b;$$
d'altronde la seconda equivale a

$$a : u = u : v$$

onde
$$a : u = u : v = v : b,$$

e $u = \alpha\varkappa$ e $v = \alpha\iota$ sono le due medie proporzionali fra $a = \alpha\delta$ e $b = \gamma$.

(3) Aveva Archita costruito un modello dichiarativo della sua costruzione? Per rispondere affermativamente, a parer nostro, non basta invocare la testimonianza di Diogene Laerzio, secondo cui « Archita per primo trattò la meccanica metodicamente, servendosi di principii geometrici; egli introdusse anche per primo il movimento organico nella costruzione delle figure geometriche quando per duplicare il cubo cercò due medie proporzionali secando il semicilindro ».

(4) Si noti fra queste un particolare *toro.*

di applicazione della geometria dello spazio alla soluzione di problemi di geometria piana; se dunque la riduzione fatta da Ippocrate del problema di Delo a quello dell'inserzione di due medie potè essere biasimata come fattore di ritardo nel progresso della stereometria, la soluzione di Archita all' opposto, aprendo a questa nuovi e splendidi orizzonti, deve essere ritenuta quasi un antidoto contro la ripugnanza dei Greci verso tale parte della geometria.

Essa poi attesta che Archita era in possesso dei seguenti *Teoremi:* (*a*) In un triangolo rettangolo, condotta la perpendicolare dal vertice dell' angolo retto sull' ipotenusa, ogni cateto è medio proporzionale fra tutta l'ipotenusa ed il segmento adiacente. (*b*) In ogni triangolo rettangolo l'altezza calata dal vertice dell'angolo retto è media proporzionale fra i segmenti che essa determina sull'ipotenusa; (*b'*) viceversa, ove ciò accada il triangolo è rettangolo. (*c*) Due corde di un cerchio si tagliano in parti inversamente proporzionali. (*d*) Tutti gli angoli inscritti in uno stesso segmento circolare sono fra loro eguali. (*e*) L'intersezione di due piani perpendicolari ad un terzo è perpendicolare a questo (*e'*); essa lo è in particolare alle rette in cui questo è tagliato dai due primi.

Se i pregi teorici della soluzione di Archita non furono revocati in dubbio da alcuno, per converso la sua traduzione in pratica fu da taluno negata recisamente (1). E infatti, come ci è presentata da Eudemo, non può certo condurre ad alcun risultato pratico; si noti però che una semplice applicazione dei metodi della geometria descrittiva (doppia projezione di Monge) la trasforma in una completamente eseguibile (2):

(1) «... quelque ingénieux que soit ce procédé, il est tout pour l'esprit, la pratique n'en saurait tirer aucun recours ». Montucla, *Hist. des recherches* etc., 2.ª ed., p. 224.

(2) Questo fu osservato per la prima volta da V. Flauti, *Geometria di sito sul piano e nello spazio*, Napoli 1821, 2.ª ed., p. 173-5.

quest'applicazione riposa sulla considerazione delle projezioni sui piani coordinati delle intersezioni mutue delle tre superficie ausiliarie (1); ora, siccome le nozioni di prospettiva che presumibilmente avevansi ai tempi di Archita (2) erano assai sviluppate, così nulla vieta supporre che fin d'allora i geometri avessero considerate le projezioni anzidette; d'altronde queste si possono costruire abbastanza agevolmente (3); perciò si è stati condotti a dichiarare probabile che Archita abbia dato alla sua soluzione teorica anche questo complemento che esigeva la pratica (4). Lasciamo il lettore libero di adottare o respingere questa opinione; quanto a noi, pure ritenendo che Archita fosse in grado di immaginare quel complemento, non possiamo tacere che non ci sentiamo costretti ad ammettere che vi abbia pensato, rammentando che a' suoi tempi si dava non grande valore all'effettuabilità di una costruzione, sicchè si criticava piuttosto l'eccesso di *praticità* che l'eccesso di *teoricità* di una soluzione,

---

(1) Ritenendo le notazioni usate in una nota precedente, queste projezioni hanno per equazioni

$$\text{nel piano } xz: \; z^2 = \frac{a^2}{b^2}x^2 - ax$$

$$z = \frac{ax}{b^2}\sqrt{b^2 - x^2}$$

$$z^2 = a\sqrt{x}\left(\sqrt{a} - \sqrt{x}\right)$$

$$\text{nel piano } xy: \; x^2 + y^2 = ax$$

$$y = \frac{x}{b^2}\sqrt{a^2x^2 - b^4}.$$

Cfr. Tannery, *Sur les solutions du problème de Délos par Archytas et par Eudoxe*. Mém. de Bordeaux, t. II, della 2.ª serie, 1878, p. 279-281.

(2) V. quanto si disse (n.[i] 34 e 35) intorno ad Agatarco, Anassagora e Democrito.

(3) V. Tannery nella memoria testè citata e Allman, p. 120-121.

(4) Allman, p. 122-3.

come è largamente dimostrato dallo spregio in cui Platone teneva le soluzioni meccaniche (v. n.° 62).

La soluzione riferita del problema di Delo è l'unico frammento che ci sia stato serbato dell'opera geometrica di Archita (1). I suoi contributi alla meccanica pratica escono dal nostro quadro e d'altronde non sono indiscutibilmente assodati. Delle sue ricerche aritmetiche e di una questione storica che vi si connette verrà tenuto parola in più opportuno momento (Libro V).

VI.

Da Socrate ad Euclide.

53. Gli scienziati di cui ci resta ad esaminare le opere in questo Libro, appartengono a quell'intervallo di tempo che ha per origine il momento in cui Atene, abbattuto il governo dei trenta tiranni, risorge a vita novella, e per estremo la caduta dell'indipendenza della Grecia e la susseguente fondazione della celebre scuola di Alessandria. Esso ha termine coll'entrata di Euclide sulla scena scientifica; e volendo dare il nome di un uomo anche al principio di esso, indubbiamente devesi scegliere Socrate (n. 470, m. 399 a. C.) perchè questi, quantunque non fosse matematico nè della matematica estimatore (2), pure col-

(1) Il Dilling (l. c. p. 42) dice Archita « in regularium corporum theoria versatus »; non so a che cosa alluda.

(2) Si ascrive infatti, fra i placiti di Socrate, il seguente: « lo studio della geometria si deve spingere soltanto fino al punto di saper dividere e misurare un pezzo di terreno ». Senofonte inoltre fa sapere (*Memor.* IV, 7) che « Socrate raccomandava d'imparare tanto di astronomia da poter conoscere l'istante della notte, il mese e l'anno, in caso di viaggio, di navigazione o di guardia.... Ma quanto all'imparare l'astronomia fino a conoscere anche ciò che non segue lo stesso movimento rotatorio, le stelle erranti e senza regola, e a stancarsi a ricercar le loro distanze dalla terra, i loro periodi e le cause di tutto questo, egli dissuadeva vigorosamente ».

l'insegnare un suo particolare metodo di sviluppare le facoltà del raziocinio (*metodo induttivo*) e col fondare il principio della determinazione scientifica dei concetti (*principio della definizione*) contribuì possentemente ad addestrare i Greci nella difficile arte del ben ragionare, arte da cui le scienze esatte più di tutte le altre dipendono (1).

Il focolare della cultura, acceso per la prima volta a Mileto, dopo essere andato ramingo di terra in terra, arrestandosi ove trovava ambiente più propizio al proprio svolgimento, fissa durante il tempo di cui or dobbiamo occuparci — per merito specialmente di Socrate — la propria sede in Atene, ove, spento questo famoso pensatore, Platone continuò ad insegnare col precetto e coll'esempio il sano filosofare. Tuttavia sarebbe commettere grave ingiustizia il seguire la via additata da Proclo e intitolare quest'epoca da *Platone e l'Accademia* da lui fondata; perchè in quest'epoca medesima fiorirono un altro uomo ed un'altra scuola (*Eudosso e la Scuola di Cizico*) a cui la scienza nostra deve assai maggiore riconoscenza che a Platone. Ma d'altronde sarebbe chiudere gli occhi dinnanzi alla luce del vero; il porre Eudosso come unico duce della schiera di matematici che vissero tra Socrate ed Euclide; tanto più che tanto le relazioni di questi matematici fra loro e con quei due sommi, quanto la scambievole influenza di questi uno sull'altro, non sono conosciute senza ambiguità e lacune. Meglio è dunque considerare gl'investigatori di cui stiamo per occuparci siccome pianeti e trabanti di un grande sistema avente due astri principali, Platone ed Eudosso, dal primo dei quali si diffuse gran luce sulla filosofia in genere e dal secondo di preferenza sulla matematica.

---

(1) Cfr. Curtius, III, p. 106.

Platone.

54. Si ammette generalmente che Platone sia nato nell'anno terzo dell'87.ª Olimpiade (429 a. C.) (1) da una famiglia ricca e nobile (2), e che sia morto a ottantun anno nel giorno anniversario della sua nascita. Egli crebbe in condizioni di grande agiatezza, le quali lo misero in grado di fruire di tutti i mezzi di istruzione che la sua patria offriva alla gioventù studiosa. Fra le varie persone eminenti che si citano quali suoi maestri tengono il primo posto Socrate, che Platone per riconoscenza introdusse poi così spesso come interlocutore ne' suoi dialoghi, e Filolao che lo mise a parte dei segreti dei Pitagorici sia a viva voce, sia vendendogli tre libri nei quali erano esposte le dottrine del filosofo di Samo.

Vuoi per seguire il costume generale, vuoi per completare la propria coltura scientifica coll'acquisto delle cognizioni matematiche che Socrate non era in grado di somministrargli, dopo la morte di questo, Platone intraprese parecchi viaggi. Se si dà fede a Cicerone (al che nulla si oppone) egli veleggiò anzitutto verso l'Egitto ed ebbe così l'opportunità di ascoltare a Cirene (importante città fondata dai Greci sulla riva Africana del Mare Mediterraneo) le lezioni del matematico Teodoro (3); ancora meno dubbio del viaggio in Egitto è quello di Platone nella Magna Grecia, ove ebbe relazioni amichevoli ed intime con

---

(1) Secondo il calcolo dell'Ideler (l. c., I, 337) nella notte da 21 al 22 o nel giorno 22 maggio del 429 a. C.

(2) Codro e Solone vengono annoverati fra gli antenati di Platone.

(3) Quanta stima Platone professasse pel sapere matematico di questo suo maestro rilevasi fra l'altra dal *Teeteto* (v. *Dialoghi di Platone tradotti da R. Bonghi*, t. VI, 1891, p. 30-31). Ivi Teodoro viene presentato nell'atto d'insegnare a' suoi discepoli l'incommensurabilità di $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}, \ldots, \sqrt{17}$; però, come giustamente osserva l'Allman (p. 213-4), tale incommensurabilità doveva essere nota anche ai Pitagorici.

Archita ed Eurito Tarantini, con Timeo da Locri e con altri ancora, e fece la personale conoscenza di Filolao. — Questo secondo viaggio (assai più del primo) esercitò su le idee e su tutta la carriera scientifica di Platone una influenza decisiva e permanente: se anche si può essere ripugnanti ad ammettere che egli abbia pubblicati come proprii dei lavori da lui comperati in Italia dai Pitagorici e che quindi egli si debba considerare come un saccheggiatore del Pitagorismo, non v'ha dubbio che molti passi delle sue opere sono di origine prettamente pitagorica: a dimostrarlo è sufficiente citare la celebre frase *θεὸς ἀεὶ γεωμετρεῖ* che viene a lui attribuita da Plutarco ma che potrebbe benissimo ritenersi come espressione sintetica delle idee cardinali della Scuola di Crotone.

55. Ritornato in patria Platone si diede a tutt'uomo a svolgere i germi delle dottrine raccolti in Italia e, in particolare, a raccomandare lo studio e vantare i pregi delle matematiche: ed è appunto in quest' influenza indiretta che risiede il più solido titolo di benemerenza di Platone come matematico. Egli non compose alcuna opera originale su le scienze esatte (1); ma ha sparso ne' suoi scritti filosofici un gran numero di considerazioni matematiche (2): una collezione di esse venne fatta da C. Blass (3), ma è merito di B. Rothlauf di averle per primo ordinate, tradotte ed interpretate (4). Le considerazioni anzidette,

---

(1) Mi esprimo così perchè sembra dovuta ad un equivoco l'attribuzione a Platone di *Elementi di Geometria* fatta da un poligrafo arabo: cfr. *Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihirst des Ibn Abî Ja^ckub An-Nadîm. Zum ersten Mal vollständig ins Deutsche übersetzt und mit Anmerkungen versehen von H. Suter.* (*Abh. z. Geschichte der Mathematik*, VI, 1892, p. 8).

(2) Alcuni dei passi relativi trovansi anche in Hankel op. cit., p. 128-9 e nel Cap. X delle *Vorlesungen* di M. Cantor.

(3) Nella dissertazione *De Platone mathematico*, Bonn, 1861.

(4) *Die Mathematik zu Platons Zeiten und seine Beziehungen zu ihr.* München, 1878. — Cfr. anche dello stesso autore *Die Physik Platos. Eine Studie auf Grund seiner Werke*, I, Thl. München, 1887, II Thl. München, 1888; nella seconda delle quali memorie sono indicati fra l'altro i cenni di Platone alla parte teorica della pittura. Si vegga inoltre F. C. Wex, *Platons Geometrie im Menon und die Parabole des Pythagoras bei Plutarch* (*Archivio di Grunert*, t. 47, 1867, p. 131-163).

se da un lato servono a Platone a rendere più vivaci i suoi *Dialoghi* e a presentare le sue idee sotto forma più concreta e perspicua, possono sfruttarsi da noi per valutare qual culto egli professasse per i varii rami della matematica, ed avranno senza dubbio servito ad eccitare parecchi lettori a coltivare una disciplina la cui conoscenza appariva come indispensabile per penetrare nell'intimo pensiero del divino filosofo.

56. Platone considerava l'aritmetica e l'astronomia come scienze aventi caratteri di necessità, non soltanto umana, ma eziandio divina; poneva la matematica tutta a base delle scienze (1), tanto che, se prestiamo fede a Giovanni Tzetze, egli avvertiva: " nessuno ignaro della geometria entri sotto il mio tetto " (2). E poichè l'*Epinomide,* anche se non fu scritto da Platone, ne rispecchia però senza dubbio fedelmente il pensiero, così da esso apprenderemo come egli opinasse che " tosto che uno ci portasse via la scienza dei numeri, tutte le altre arti (e scienze) che noi ora percorriamo non potrebbero più reggere nemmeno in parte " e che " questa scienza, mentre è fonte di tutti i beni, non produce verun male ".

D'altronde in opere che indiscutibilmente gli appartengono leggiamo " essere la geometria un metodo per dirigere l'anima verso l'essere eterno, una scuola preparatoria per una mente

---

(1) Ad esempio egli assegnava il complesso delle cognizioni necessarie ad un astronomo nei seguenti termini: « Anzitutto e prima di tutto la scienza dei numeri puri ed astratti, ossia la dottrina del pari e dispari in generale, in base alla sua genesi e al significato che ha per spiegare la natura di tutte le cose. Appresa che abbia l'alunno l'aritmetica pura, egli deve volgersi a quella scienza che vien detta impropriamente geometria, perchè essa è piuttosto l'arte di rendere simili quei numeri che non lo sono per lor natura riferendoli alle superficie, arte che chiunque abbia intelletto considererà non come ritrovato umano, ma come meraviglia divina. La terza è la conoscenza di quei numeri che rappresentano un prodotto di tre fattori e quindi hanno una natura simile a quello dei corpi, e poi di quelli dissimili ad essi; conoscenza questa che si acquista con un'altra arte, analoga a quella che come dicemmo fu detta geometria da quelli a cui si presentò per la prima volta ».

(2) μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω μου τὴν στέγην. »

scientifica, capace di rivolgere le attività dell' anima verso le cose sovrumane „, essere perfino impossibile arrivare a una vera fede in Dio se non si conosce la matematica e l'astronomia e l'intimo legame di quest' ultima con la musica.

Nessuno più vigorosamente di Platone si è fatto sostenitore dell' opinione che le scienze esatte esercitino una benefica influenza educatrice sulla mente. Egli osservò che nel capire le cose “ esiste una celeste differenza fra uno che si sia occupato di geometria ed uno che non lo ha fatto „; di più che coloro, i quali sono “ abituati fin dalla nascita all' aritmetica, possiedono una facoltà di capire più sviluppata, e le teste più tarde con l' istruzione e l' esercizio in questo ramo dello scibile acquistano il potere di intendere con maggiore facilità „, ed estese poi all' astronomia questo magico potere dell' aritmetica e della geometria. In conseguenza egli, assai prima del grande Napoleone (1), sostenne essere necessario che lo stato promuova con ogni sua possa lo studio delle matematiche, che esiga ne siano istruite tutte le persone destinate ad occupare degli uffici governativi, ed imponga anzi l' insegnamento di esse a tutti i fanciulli sian dessi maschi o femmine, liberi o schiavi. Sembra però che egli incontrasse delle difficoltà a fare trionfare queste idee, giacchè Teone Smirneo riferisce, attribuendole a Platone, le parole seguenti: “ Del resto non è soltanto a delle intelligenze mediocri, ma bensì a tutti gli uomini, che riesce difficile il persuadersi che gli è con questi studii, quasi fossero degli strumenti, che si purifica l' occhio dell' anima e si fa brillare di nuova luce quest' organo che era oscurato e pressochè spento dalle tenebre delle altre scienze, organo la cui conservazione ha maggior valore di quello di dieci mila occhii, poichè è col suo mezzo che noi contempliamo le verità „ (2).

---

(1) È noto come questi pensasse che « l'avancement, le perfectionnement des mathématiques sont liés à la prospérité de l'état ».

(2) Théon de Smyrne, *Des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon; traduit pour la première fois du grec en français par J. Dupuis.* (Paris,

Ed importa notare che le ragioni che facevano di Platone uno strenuo propugnatore dell' istruzione matematica non risiedevano nelle innumerevoli applicazioni delle scienze esatte all' arte della guerra o al governo della cosa pubblica, chè all' opposto egli non si lasciò sfuggire occasione alcuna gli si presentasse per scagliarsi contro coloro che coltivano la scienza in grazia del guadagno da essa sperato; egli non negava l' utilità pratica delle nostre scienze, ma attribuiva ad essa un' importanza secondaria e voleva che la scienza venisse coltivata esclusivamente nell' intento di sapere (1).

A questi eccitamenti generici di occuparsi delle matematiche (ai quali può riattaccarsi l' interpretazione che, secondo Teone Smirneo (2), Platone avrebbe dato dell' oracolo a cui la leggenda fa risalire le origini del problema della duplicazione del cubo), egli aggiungeva quello speciale di curare l' incremento della stereometria (3), scienza che egli riteneva destinata a divenire, assieme all' aritmetica e alla geometria, la terza scienza

---

1892) p. 6. Lo stesso commentatore ci apprende poi (l. c. p. 24) che « Platone stesso non vuole si continui fino all' estrema vecchiaja a tracciare delle figure geometriche e a cantare delle canzoni, cose che sono convenienti ai ragazzi e sono destinate a preparare e purificare il loro spirito per renderli atti a capire la filosofia ».

(1) Un altro aspetto sotto cui si presenta il medesimo concetto è la distinzione dell' aritmetica teorica (teoria dei numeri, *aritmetica* in senso stretto) dall' aritmetica pratica *(logistica)*, e della geometria teorica (*geometria* in senso stretto) dalla geometria pratica *(metretica)*.

(2) V. p. 4 della citata ed. del Dupuis.

(3) Giova avvertire che le parole con cui Platone raccomanda lo studio della geometria solida vennero interpretate diversamente da P. Tannery. Il quale, considerando che Platone non poteva eccitare i Greci alla costruzione dei solidi geometrici perchè già i Pitagorici se ne erano occupati; non allo studio della (geometria) sferica, chè questa faceva parte della astronomia (cfr. il IV Libro del presente lavoro); non alla misura dei volumi, perchè ciò apparteneva alla parte pratica della geometria: concludeva che probabilmente al filosofo Ateniese stavano a cuore dei metodi per risolvere i problemi solidi (cioè cubici e biquadratici) ed in particolare il problema di Delo. (P. Tannery, *L'éducation platonicienne*, *Revue philosophique*, t. X, 1880, p. 523-527).

di preparazione a la contemplazione e la ricerca del vero; a tale scopo egli dipingeva con foschi colori lo stato delle cognizioni stereometriche de' suoi conterranei, e precisamente diceva che i Greci " riguardo al misurare tutto ciò che ha lunghezza, larghezza e profondità sono di un'ignoranza, che è bensì insita in tutti gli uomini, mà è tanto ridicola quanto vergognosa.... Io stesso mi sono stupito del modo in cui vengono impartiti i relativi insegnamenti, cioè, a mio avviso, non come s'addice ad uomini, ma piuttosto a majali, della qual cosa arrossisco, non soltanto per me, ma anche per tutti i Greci ".

57. Forse per lastricare la via che mena alla scoperta di nuove verità geometriche, Platone espose sotto forma generale ed accessibile a tutti il *metodo analitico* (1), ne mise in chiaro il carattere eminentemente scientifico e ne promosse forse delle applicazioni: dal fatto che egli lo comunicò a Leodamante di Taso (2), vi fu anzi chi fu indotto ad attribuirgliene l'invenzione, ma a ciò si oppone quanto conosciamo delle ricerche dei geometri anteriori a Platone (3), sicchè tutto al più si può ammettere che egli abbia per primo avvertita la necessità di completare qualunque ricerca compiuta mediante l'analisi geometrica mediante la relativa sintesi (4). — Le cose precedentemente esposte (v. specialmente quanto concerne Archita) si oppongono altresì a che si ammetta (5) essere l'Accademia fondata da Platone la patria della *teoria dei luoghi geometrici*. Del resto tanto questa teoria quanto il metodo analitico sono ritro-

---

(1) Crediamo superfluo esporre una nuova volta l'essenza di questo metodo, il quale è famigliare a chiunque siasi occupato di geometria; del resto vegga il lettore ad es.: Montucla, I, 164-166, Hankel, 137-150 e Cantor, I, 188-190.

(2) Lo attesta Proclo (Proclo-Taylor, II, 25).

(3) Cfr. Allman, op. cit., p. 41 nota, 62, 88, 97 e 123; Tannery, *Géom. grècque*, p. 176, nonchè Hankel, p. 149.

(4) P. Tannery, *L'éducation platonicienne*, 2.e Article (*Revue philosophique*, t. XI, 1880) p. 297.

(5) Come fa ad es. Chasles (*Aperçu hist.* II ed. p. 5) seguendo il Montucla.

vati che io sono riluttante a considerare come dovuti ad una sola persona. Per converso io mi figuro i primi geometri come procedenti in ogni speciale questione come consigliava il loro naturale genio inventivo; soltanto in un'epoca posteriore, quando la geometria si trovò ricca di un buon numero di risultamenti particolari, si saranno scoperte le analogìe fra i varii procedimenti e si sarà giunti a concepire una norma costante che servisse di guida nella ricerca delle verità e a distinguere come migliore di tutti il metodo analitico. E durante quel primo periodo di genesi della geometria non si sarà tardato a discernere l'esistenza di serie continue di infiniti punti soddisfacenti a una condizione comune, a constatarne la fondamentale importanza per l'avvenire della scienza, ad accordare quindi ad esse un posto eminente ed un nome speciale: tanto più che, non appena inaugurato lo studio matematico dei movimenti naturali, si sarà visto come in molti casi quelle serie di punti fossero suscettibili di generazione organica.

58. Nei molteplici cenni di questioni matematiche, nelle incessanti raccomandazioni di coltivare le discipline esatte, nel suggerimento del metodo migliore da usarsi per ottenere buoni frutti, si compendia, come già accennammo, la parte più essenziale dell'opera matematica di Platone, giacchè i contributi diretti da lui arrecati alla nostra scienza sono scarsi per numero ed esigui per valore. Se ora citeremo *seriatim* i punti principali delle sue opere che concernono la geometria (ed in altro momento faremo lo stesso per l'aritmetica), gli è più per formarci un' idea approssimativa dell'entità delle cognizioni matematiche nel periodo che immediatamente precede la comparsa di Euclide, che per presentare un quadro dei miglioramenti ed incrementi che essa a lui deve, giacchè senza dubbio non sempre, anzi soltanto in via di eccezione, il nostro filosofo è un matematico originale.

Osserviamo anzitutto che a Platone, o almeno alla sua scuola, siamo debitori di alcune definizioni che vennero di poi in generale adottate grazie specialmente ad Euclide. Egli non si accordava con i Pitagorici nel definire il punto come unità

avente posizione e nel far corrispondere il punto, la linea, la superficie ed il solido rispettivamente all' unità, alla binità, alla trinità, alla quadrinità; sosteneva invece essere il concetto di punto *una finzione geometrica* e diceva spesso, invece di punto, " principio della retta " o " linea indivisibile ". Di più Aristotele ricorda che nell' Accademia il punto solevasi considerare come limite della linea, questa come limite della superficie e quest' ultima come limite del corpo; ed era costume di definire la linea come una lunghezza senza larghezza e in particolare la retta come quella linea la cui parte media nasconde gli estremi, la superficie come quella che ha lunghezza e larghezza, il corpo come quello che ha tre dimensioni.

A Platone non isfuggì il sostanziale divario che corre fra la linea geometrica e la linea fisica (p. es. la traccia lasciata da una matita sulla carta). Erano a lui note le tre specie di angoli rettilinei (acuti, retti, ottusi); la decomposizione di ogni triangolo in due triangoli rettangoli, l'esistenza di triangoli rettangoli isosceli e di infinite specie di triangoli rettangoli scaleni. Fra questi ultimi veniva da Platone considerato per il più bello di tutti quello che nasce conducendo un' altezza in un triangolo equilatero; di tal triangolo era a lui nota la proprietà caratteristica, di avere cioè dei cateti tali che il quadrato del maggiore è triplo del quadrato del minore; e se nel *Pseudo-Timeo* sono determinati gli angoli di questo triangolo, nel *Timeo* è avvertita la decomponibilità (mediante le tre altezze) di ogni triangolo equilatero in sei triangoli di quella specie come analoga alla scomposizione di ogni quadrato in quattro triangoli isosceli rettangoli (mediante le due diagonali).

59. La conoscenza da parte di Platone del teorema di Pitagora, almeno in casi particolari, è ad evidenza dimostrata dalla proprietà da lui avvertita (cfr. n.° prec.) nel più bello dei triangoli rettangoli; essa è confermata da un passo del *Menone* che crediamo opportuno riportare come documento atto a chiarire il modo con cui Platone usava illustrare mediante considerazioni geometriche le proprie idee filosofiche.

Nel dialogo testè citato Socrate sostiene l'idea che insegnare altro non sia che risvegliare dei ricordi. Menone a prima giunta non afferra il concetto di Socrate ed esige che questi glielo dimostri; e Socrate replica allora:

A dir vero non è facile provarlo, tuttavia per amor tuo voglio sforzarmivi. Chiamami uno qualunque dei tuoi famigli affinchè io lo dimostri a lui. *Men.* Benissimo; (*a uno schiavo*) tu!... accostati. *Soc.* È egli greco e parla greco? *Men.* Perfettamente, fu allevato in casa mia. *Soc.* Dunque bada, quale delle due cose ti sembri essere giusta, se egli ricordi o se impàri da me. *Men.* Starò attentissimo. *Soc.* Giovinotto, dimmi, sai tu che cosa sia un quadrangolo? è una figura come questa (*ABDC*) (1)? *Schiavo* Sì. *Soc.* È dunque una figura quadrangolare che ha i quattro lati *AB, BD, CD, AC* eguali? *Sch.* Certamente. *Soc.* Non ha dessa eguali anche le rette *EF* e *GH* condotte pei punti di mezzo? *Sch.* Sì. *Soc.* Non è vero, questa figura potrebbe essere anche più grande o più piccola? *Sch.* Certamente. *Soc.* Supposto ora che il lato *BD* fosse lungo due piedi, quanti piedi quadrati conterrebbe il tutto? Considera un po' la cosa così! Se quì (*BD*) vi fossero due piedi di lunghezza, là (*BA*) invece un piede solo, non conterrebbe la figura una volta due piedi (quadrati)? *Sch.* Di certo. *Soc.* Ora, dal momento che anche questo (*BA*) ha due piedi, non si ha in tutto necessariamente due volte due piedi (quadrati)? *Sch.* Sì. *Soc.* Si ha dunque una figura di due per due piedi (quadrati)? Fa il calcolo e dimmi poi il risultato. *Sch.* Quattro. *Soc.* Non si potrebbe ora disegnare un'altra figura doppia di quella (*ABDC*) ma ad essa eguale come avente pure tutti i suoi lati eguali? *Sch.* Sì. *Soc.* E di quanti piedi (quadrati) sarà dessa? *Sch.* Otto. *Soc.* Benissimo. Prova ora a dirmi quale lunghezza avrà ogni lato di questa seconda figura. Nel primo quadrangolo ogni lato è di due piedi. Ora quanti se ne avrà in questo quadrangolo che è doppio dell'altro? *Sch.* Evidentemente, Socrate, il doppio. *Soc.* (*a Men.*) Vedi Menone se io non insegni niente, ma domandi tutto? E per fermo egli crede di conoscere la lunghezza del lato del quadrato contenente otto piedi quadrati. Non ti sembra forse così? *Men.* Sì. *Soc.* Lo sa egli veramente? *Men.* No. *Soc.* Egli crede sia il doppio. Fa ora attenzione, e vedrai che dopo una cosa egli ne ricorderà un'altra come deve ricordarsi. (*Allo schiavo*). Dimmi adesso, hai detto che da una linea *IA* doppia di *BA* nasca una figura doppia? Ma io non intendo parlare di una figura *AIKC* avente *AI* lunga e *AC* corta, ma di una che abbia tutti i lati eguali proprio come questa a *ABDC* e che contenga il doppio di questa, cioè otto piedi (quadrati). Guarda ora un po' se tu non sei

---

(1) Bisogna immaginare che Socrate tracci con un bastone sull'arena la figura. Seguendo l'esempio del Rothlauf aggiungemmo nella nostra traduzione delle lettere per chiarire il testo mediante opportuni richiami alla fig. 23.

d'avviso che questa non nasca dal lato doppio *AI*. *Sch.* Ma sì. *Soc.* Ora questo lato non diventa forse di lunghezza doppia unendovene un secondo *CN* eguale in lunghezza? *Sch.* Certamente. *Soc.* Tu dunque dici che da questa *AN* risulta una figura di otto piedi (quadrati) facendo fra loro eguali i lati *AN*, *NL*, *LI*, *IA*. È dunque questa la figura che tu asserisci essere un quadrato contenente esattamente otto piedi (quadrati)? *Sch.* Sì *Soc.* Ora in questa figura i quattro quadrangoli *ABDC*, *BDKI*, *DMLK* e *CNMD* sono eguali ciascuno a quello che contiene quattro piedi (quadrati)? *Sch.* Sì. *Soc.* Qual grandezza avrà dunque la figura *ANLI?* Non è vero, il quadruplo? *Sch.* Come potrebbe essere diversamente? *Soc.* Ora il quadruplo è lo stesso del doppio? *Sch.* No, per Giove! *Soc.* Ma dunque qual multiplo è? *Sch.* Il quadruplo. *Soc.* Dunque, mio caro giovinotto, da un lato doppio si ottiene un quadrato, non doppio, ma quadruplo. *Sch.* Benissimo. *Soc.* Perchè quattro per quattro fa sedici, non è vero? *Sch.* Sì. *Soc.* Ma allora da qual lato nasce il quadrato di otto piedi (quadrati)? Non certo, è vero, da questo (*AN*) perchè nasce da esso il quadrato quadruplo *ANLI? Sch.* Lo ammetto. *Soc.* Ma da questo (*AC*), il quale non è che la metà di *AN* nasce quello di quattro piedi (quadrati). *Sch.* Sì. *Soc.* Ma il quadrato di otto piedi (quadrati) è il doppio di questo (*ACDB*) e metà di quello *ANLI? Sch.* Sicuramente. *Soc.* Nascerà esso forse da una linea maggiore di *AC* e minore di *AN?* O no? *Sch.* Io credo di sì. *Soc.* Rispondi soltanto quello che ti sembra. E dimmi: non era questa linea *AC* di due piedi e questa *AN* di quattro? *Sch.* Sì. *Soc.* Il lato della figura di otto piedi (quadrati) deve essere adunque maggiore di questa *AC* lunga due piedi, ma minore di quella *AN* lunga quattro piedi? *Sch.* Necessariamente. *Soc.* Provati ora a dirmi quanto credi sia lunga. *Sch.* Tre piedi. *Soc.* Ora, se dev'essere di tre piedi, aggiungeremo a questa *AC* la metà *CP* ed otterremo una retta di tre piedi. Perchè questa *AC* è di due piedi e questa *CP* di uno. Similmente per il lato *AB;* questo *AB* di due piedi e questo *BO* di uno. E questa *APQO* sarà ora la figura che tu pensi? *Sch.* Sì. *Soc.* Ma se tutta questa figura *APQO* ha quì in *AP* e quì in *AO* tre piedi, non conterrà essa tre volte tre piedi quadrati? *Sch.* Evidentemente. *Soc.* Ma quanto fa tre volte tre piedi quadrati? *Sch.* Nove. *Soc.* E la figura doppia di *ACDB* quanti piedi quadrati doveva contenere? *Sch.* Otto. *Soc.* Dunque neppure col lato di tre piedi si ottiene un quadrato di otto piedi. *Sch.* Invero no. *Soc.* Con quale dunque? Provati a dirlo giusto. E se non puoi esprimerlo in numeri, indicalo con quale linea. *Sch.* Ma, per Giove, io proprio non lo so. *Soc.* (*a Men.*). Non osservi tu ancora come costui sia andato innanzi sulla via del ricordarsi? Dapprima non sapeva qual fosse il lato del quadrato avente una superficie di otto piedi (quadrati), cosa che egli non sa ancora adesso. Ma prima credeva di saperlo e rispondeva con disinvoltura come un dotto, senza sentirsi in alcun modo perplesso. Ora invece si sente già nell'incertezza, e siccome non sa, così non s'illude neppure di sapere. Sta ora attento come, da questa incertezza egli col mio ajuto cercherà e troverà, mentre io interrogherò e non insegnerò. Fa bene attenzione se tu trovi che io gli insegni o gli spieghi, o se non piuttosto gli chiegga i suoi modi di vedere. (*Allo schiavo*).

Non è questa *ABDC* la nostra figura di quattro piedi? Capisci? *Sch.* Sì. *Soc.* Possiamo unirvene una eguale, questa *BDKI? Sch.* Sì. *Soc.* Ed ancora una terza quì (*KLMD*) eguale a quelle due? *Sch.* Sì. *Soc.* Per completare la figura non possiamo noi segnarne nell'angolo *CDM* una *CDMN? Sch.* Benissimo. *Soc.* Non si otterranno così proprio quattro figure eguali? *Sch.* Sì. *Soc.* Ebbene? Il tutto *ANLI* quante volte sarà la figura *ADCB? Sch.* Quattro volte. *Soc.* Ma noi volevamo divenisse soltanto due volte più grande. Non ricordi? *Sch.* Certamente. *Soc.* Ora queste linee *CB, BK, KM, MC* condotte da un angolo all'altro, non dividono in due metà ciascuno di questi quadrati? *Sch.* Sì. *Soc.* Non si ottengono così queste quattro linee *CB, BK, KM, MC* che limitano questa figura *CBKM? Sch.* Sì. *Soc.* Ed ora, guarda un po' quanto è grande questa figura *CBKM? Sch.* Non lo so. *Soc.* Di questi quattro quadrangoli *ACDB, BDKI, DMLK* e *CNDM* queste quattro rette *CB, BK, KM, MC* non hanno tagliate la metà? O no? *Sch.* Sì. *Soc.* Ora quante metà vi sono in questa figura *CBKM? Sch.* Quattro. *Soc.* Ed in questa *ABDC? Sch.* Due. *Soc.* Che cos'è quattro rispetto a due? *Sch.* Quattro è il doppio. *Soc.* Quanti piedi (quadrati) contiene dunque questa figura *CBKM? Sch.* Otto piedi (quadrati). *Soc.* E da quale linea nasce? *Sch.* Da questa *CB*. *Soc.* Da quella dunque che va da un angolo *ACD* del quadrangolo *ABDC* di quattro piedi (quadrati) all'altro angolo *ABD? Sch.* Sì. *Soc.* Ora gli scienziati chiamano questa linea *BC* diagonale (διάμετρος); in conseguenza, detta questa *diagonale*, dalla detta diagonale, o schiavo di Menone, si otterrà il quadrangolo doppio (1).

60. Lo stesso dialogo di Platone presenta, un po' più avanti, un secondo passo matematico di importanza non minore di quella che ha il brano riportato nel n.° precedente, ma di fama assai maggiore: è quello conosciuto sotto il nome di *ipotesi geometrica del Menone*. L'intelligenza delle parole di cui esso consta presenta a' nostri giorni delle gravissime difficoltà non essendo noto il significato preciso di certi termini ivi adoperati, sicchè nel pensiero di Platone sembrano esistere delle lacune che il lettore è chiamato a riempire. Quanto sia difficile tale operazione complementare, risulta dal gran numero di dotti che vi si provarono; quanto discutibili siano i risultati a cui essa conduce, si può misurare dalle interpretazioni che ricevettero le

(1) A questo passo che, fra l'altro, che prova avere Platone conosciuto il teorema di Pitagora in casi particolari, si potrebbe connettere la costruzione dei triangoli rettangoli in numeri che gli è attribuita (v. Libro V) la quale prova averlo egli conosciuto anche in generale.

parole di Platone, interpretazioni, che già erano numerose alla fine dello scorso secolo (1), e di cui trenta conosceva nel 1861 il Blass (2), alle quali fa d' uopo oggi aggiungere quella di A. Benecke (3) — che, dopo essere stata accolta con molto favore per quindici anni (4), fu di recente gagliardamente combattuta (5) — quella proposta (6) e poi abbandonata (7) da P. Tannery, quella suggerita da J. Dupuis (8) e sùbito criticata da C. Henry (9), finalmente quella di C. Demme (10).

Un' analisi minuta delle difficoltà che offre l' intelligenza delle parole di Platone e dei modi suggeriti per sormontarle ci trascinerebbe nel campo della filologia; onde non la intra-

---

(1) Cfr. J. Trembley, *Observations sur un passage du Dialogue de Platon intitule* MÉNON (*Mém. de l'Académie royale*, MDCCXCIX *et* MDCCC; Berlin 1803; *Classe de Belles Lettres*, p. 241-263).

(2) *De Platone mathematico*, p. 19. Le interpretazioni più antiche sono enumerate da Wex (*Commentatio de loco mathematico in Platonis Menone*, Halis Sax., 1825) e Patz (*Commentatio de loco mathematico in Platonis Menone*, Susati, 1832); ad esse si aggiungano quelle di E. F. August (*Zur Kenntniss der geometrischen Methoden der Alten. In besonderer Beziehung auf die Platonische Stelle in Meno 22 d.*, Berlin 1843) e Hoffmann (*Ueber eine Stelle die Menon im Platon*, Berlin 1853); nonchè quelle che citeremo fra breve.

(3) *Ueber die geometrische Hypothesis in Ptaton's Menon* (Elbing, 1867).

(4) G. Friedlein, *Beiträge zur Geschichte der Mathematik*, III, p. 14-15 (Hof, 1873). A. Favaro, *Sulla ipotesi geometrica nel Menone di Platone* (Padova 1875): questo lavoro mi è noto soltanto dietro il resoconto che se ne legge nel *Repertorium der literarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und argewandten Mathematik*, I, Bd. (Leipzig 1877) p. 414-416. Cantor, I, p. 186..

(5) F. Schultz, *Ueber die zweite mathematische Stelle in Platons Menon* (*Neue Jahrbücher f. Phil. u. Päd.*, vol. 125, 1882, p. 19-32).

(6) *L'hypothèse géométrique du Menon* (*Revue philosophique*, t. II, 1876, p. 285).

(7) Cfr. Heiberg, *Philologus*, t. 43, 1884, p. 469.

(8) *Note sur un passage géométrique du Menon dė Platon* (*Bullettino di Bibliografia* ecc., t. XIX, 1886, p. 643-650).

(9) *Lettre à M. le Prince D. B. Boncompagni sur divers points d'histoire des mathématiques* (*Bullettino* cit., t. XX, 1887, p. 389-391). Ivi è sostenuta un'antica interpretazione proposta da Woepcke nella *Zeitschrift für das Gymnasial-Wesen* (X. Jahrgang 1856).

(10) *Die Hypothesis in Platons Menon.* (Dresden 1888).

prenderemo; e ci limiteremo a dire quanto può interessare i matematici cominciando col presentarne la traduzione che di esso propose persona competente (1):

Ma almeno rimetti qualche poco del tuo imperio sovra di me, e permetti che per via d'ipotesi consideriamo s'ella (la virtù) si possa insegnare o per qual altro modo s'acquisti. E quand'io dico per via d'ipotesi, dico al modo che spesso praticano i geometri, quando si domanda loro per esempio d'una figura, se sia possibile in un dato circolo iscriverla come triangolo: un d'essi in tal caso ci risponderebbe: io non so se questo sta: ma io la prendo per un'ipotesi in quanto giova alla soluzione presente. Se questa figura è tale che su le sue linee date descrivendo un cerchio avanzi tanto spazio quanto sia quello della figura inscritta, parmi si ottenga un risultato e oppostamente un altro, se ciò non sia possibile, accada: posta questa ipotesi adunque, voglio dirti quanto risulta dalla inscrizione della figura nel cerchio, e se la sia possibile o no.

Ora, secondo il Benecke e quelli che ne adottarono il modo di vedere (fra i quali noi pure ci schieriamo), Platone avrebbe immaginato che Socrate si giovasse per chiarire il proprio concetto di un esempio tratto dalla geometria, e, mantenendosi nell'ordine d'idee tracciato nel colloquio con lo schiavo di Menone (v. n.° 59), continuasse a ragionare sulla figura (v. fig. 23) che era delineata sulla sabbia; in conseguenza Platone avrebbe, con le parole in esame, fatto allusione alle condizioni d'inscrittibilità in un cerchio dato di un triangolo rettangolo di area data, e le avrebbe enunciate esattamente. Tale interpretazione, come dicemmo, non è accettata da tutti, e la divergenza nelle opinioni è specialmente dovuta alla diversità di forma che si attribuisce al triangolo da inscriversi; ora la determinazione di tale forma sembra a noi questione storica di secondaria importanza: infatti comunque la si risolva, rimarrà sempre posto in sodo dal passo che ci occupa la dimestichezza di Platone con le questioni relative: I. alla possibilità o meno di risolvere un problema proposto, II. alla trasformazione delle aree; queste ultime questioni non sono evidentemente che il frutto dell'ulteriore

(1) Il Prof. Ferrai: cfr. il *Repertorium* dianzi citato, p. 415.

svolgimento delle idee pitagoriche (cfr. n.[i] 22-28), mentre le prime preludono alla scoperta del *diorisma* che ben presto (n.° 63) vedremo fatta da Leone.

61. Proclo asserisce (1) che Platone compose tutte le linee mediante rette e circoli. Inoltre dal frammento storico che togliemmo dallo stesso commentatore (n.° 3) apprendiamo che egli cominciò degli studii *sulla sezione* i quali vennero poi completati da Eudosso: a che cosa miravano essi? Ci occuperemo di tale questione quando (v. n.° 70) esamineremo le produzioni scientifiche di Eudosso; pel momento basti rilevare come il il passo medesimo abbia indotto taluno ad ammettere che a Platone non fossero ignote le sezioni coniche, e come questa interpretazione, benchè sia dimostrata erronea da quanto diremo fra poco (n.° 78) intorno alla scoperta di queste celebri curve (2), ricomparve di recente in opere giustamente pregiate (3). Sembra poi aver Platone avuto notizia del modo di determinare i centri dei cerchii inscritto e circoscritto a un triangolo, mentre riguardo alle sue nozioni intorno alla costruzione ed alle proprietà del pentagono regolare il giudizio dev' essere più riservato; di più l'esistenza nel *Pseudo-Timeo* delle parole *ἕλικα* ha indotto a credere che l' elica (spirale) fosse già nota a' tempi di Platone, ad attribuirne anzi la scoperta ad Archita (4); mentre un passo delle *Leggi* farebbe supporre che egli abbia avuto, forse in istato ancora rudimentale, l'idea della cicloide (5). Da ultimo Pappo attribuisce a Platone un'esposizione della teoria dei corpi regolari (6), la quale non è pervenuta sino a noi; però noi conosciamo qualche passo delle opere del nostro filosofo concernenti la costruzione di questi poliedri, i quali

(1) Proclo-Taylor, II, 100.
(2) Cfr. Reimer, *Historia* citata, p. 38-42.
(3) Wolf, *Geschichte der Astronomie*, p. 31; cfr. anche Dilling, op. cit., p. 18.
(4) F. Rosenberger, *Die Geschichte der Physik*, (Braunschweig 1882) T. I, p. 15.
(5) Rothlauf, *Die Physik Platos*, II, p. 21,
(6) Pappo ed. Hultsch, I, 353.

rappresentavano una parte importante nelle sue dottrine fisiche: per quest' unica ragione vengono tuttora designati col nome di *solidi di Platone* quantunque sia pressochè certo che l'autore del *Menone* apprese da Pitagora tutto quanto sapeva relativamente ad essi.

62. Detto così, con quanta brevità e completezza ci fu possibile, delle nozioni matematiche che le opere di Platone o le testimonianze dei commentatori fanno attribuirgli, passiamo ad occuparci dell' unico contributo diretto a noi noto dato da lui all' incremento della geometria, cioè della soluzione del problema delle due medie. Essa viene riferita da Eutocio nel seguente modo (1):

Date due rette trovare due medie proporzionali in proporzione continua. Le due rette date AB, $B\Gamma$ (fig. 24) fra le quali bisogna trovare due medie proporzionali siano fra loro perpendicolari. Si prolunghino verso Δ, E e si costruisca un angolo retto (fig. 25) $ZH\Theta$ e su uno qualunque dei suoi lati, per esempio ZH, si faccia muovere una riga $K\Lambda$ entro una scanalatura fatta in ZH cosicchè essa resti sempre parallela a $H\Theta$. Ciò accadrà se noi immaginiamo una seconda riga connessa a ΘH e parallela a ZH, come sarebbe ΘM. Infatti se le superficie anteriori delle due righe ZH, ΘM sono munite di scanalature conformate a incastro, e in queste scanalature penetrano delle chiavi connesse alla riga $K\Lambda$, nel suo moto la riga $K\Lambda$ si conserverà sempre parallela a $H\Theta$. Fatto ciò si ponga uno dei lati dell' angolo, per esempio $H\Theta$, in contatto col punto Γ, e si muova l' angolo e la riga sinchè il punto H cada sulla retta $B\Delta$, mentre il lato $H\Theta$ tocchi il punto Γ, e la riga $K\Lambda$ tocchi nel punto K la retta BE, dall' altra parte di A, cosicchè, come mostra la figura, un angolo retto è disposto nel modo dell' angolo $\Gamma\Delta E$, mentre la riga $K\Lambda$ ha la posizione $E\Lambda$. Allora si sarà ottenuto quello che si voleva. Essendo infatti gli angoli in Δ, E retti si avrà $\Gamma B : B\Delta = \Delta B : BE = EB : BA$.

Questa soluzione è semplice, non manca di eleganza, ed è un' applicazione del teorema " la perpendicolare condotta dal vertice dell' angolo retto di un triangolo rettangolo sull' ipotenusa è media proporzionale fra i segmenti dell' ipotenusa stessa ", teorema che, come sappiamo (n.° 52), era già noto ad Archita. Nulla si oppone dunque ad ammettere che quella soluzione sia

(1) Archimede ed. Heiberg, III, 66-70.

dovuta a Platone; però essa è meccanica, onde sembrerebbe impossibile attribuirla a colui che biasimava chi risolveva con mezzi meccanici i problemi geometrici " perchè così le prerogative della geometria vengono oscurate e tolte, essa è ricondotta allo stato pratico, invece di venire elevata in alto, invece di fare come obbietti di essa le figure eterne ed incorporee (1) "; perciò taluno ritiene apocrifa la soluzione di Platone, della quale d'altronde il solo Eutocio fa cenno mentre, ad esempio, Eratostene non ne parla affatto (2). Si può tuttavia conciliare il biasimo con la soluzione di Platone, vuoi ammettendo che egli, per screditare le soluzioni meccaniche abbia dimostrato col fatto quanto fosse facile immaginarne (3), vuoi supponendo che Platone siasi limitato a ridurre il problema della costruzione delle due medie fra le rette AB, $B\Gamma$ alla inserzione fra i prolungamenti di queste rette di una retta ΔE che riuscisse perpendicolare alle AE e $\Gamma\Delta$, mentre qualche commentatore, svisando il concetto del filosofo, abbia aggiunto di suo quel semplicissimo strumento che permette di effettuarla.

Leodamante, Teeteto e loro discepoli.

63. Quali geometri contemporanei di Platone vengono citati Leodamante di Taso (isola del Mare Tracio) e Teeteto d'Atene.

Le notizie relative al primo sono estremamente scarse; si può dire si riducano all'essere egli designato (come già sappiamo; cfr. n.° 57) per la persona a cui Platone fece conoscere il metodo d'analisi geometrica e all'avere egli saputo utilizzarlo tosto nel risolvere buon numero di problemi geometrici (4).

---

(1) Si veggano i passi di Plutarco riferiti da Allmann, p. 158-9.

(2) V. P. Tannery, *Notes pour l'histoire des lignes et des surfaces courbes dans l'antiquité* (p. 2 dell'estratto) e *Géométrie grecque*, p. 79-80.

(3) Cantor, I, 201-2. Cfr. Allman, p. 172-176. L'apparecchio ideato da Platone sarebbe il primo strumento conosciuto per risolvere una questione geometrica.

(4) Proclo, nel riassunto storico che conosciamo, connette a Leodamante il nome il Neocleide, geometra del resto assolutamente ignoto.

Si deve inoltre giudicare il suo insegnamento come molto efficace se un suo discepolo — Leone — non soltanto compose degli *Elementi* ritenuti più pregevoli di quelli d' Ippocrate, ma per primo rilevò la necessità di determinare, per ogni problema, le circostanze nelle quali esso può risolversi e gettò per tal modo l'essenziale complemento di ogni soluzione che è la discussione di essa. Questa aggiunta ci prova in primo luogo come uno spirito filosofico aleggiasse sulle ricerche geometriche dell'epoca di cui stiamo occupandoci, e in secondo luogo come numerose ed importanti dovessero essere le questioni di geometria già risolute, perchè la necessità del *diorisma* non può che essere percepita che in seguito a una esperienza lunga e moltiforme.

64. Meno monche, ma ancor sempre assai scarse, sono le informazioni che si hanno intorno a Teeteto (1), protagonista di un celebre dialogo di Platone. Discepolo di Socrate e di Teodoro da Cirene, egli (al dir di Proclo) si accinse ad investigazioni che Euclide portò a compimento negli *Elementi* (2), e (per attestazione di un anonimo commentatore di Euclide che forse era lo stesso Proclo) egli scoperse il teorema (*Elementi,* X, prop. 9.ª): " I quadrati di due rette commensurabili in lunghezza stanno fra loro come un numero quadrato ad un altro; e viceversa. Ma i quadrati di due rette non commensurabili in lunghezza non stanno fra loro come un numero quadrato ad un altro; e viceversa (3) ". Secondo Suida, egli avrebbe insegnato in Eraclea e per primo avrebbe scritto *su i cinque solidi.* In base a questi dati e ad un passo (4) del dialogo di Platone testè citato, sembra ragionevole (5) concludere che i contribuiti arrecati da Teeteto alla scienza dell' estensione si

(1) Cfr. Allman, op. cit., p. 206-215.

(2) Proclo-Taylor, I, 101.

(3) Knoche, *Untersuchungen über die neu aufgefundenen Scholien des Proklus Diadochus zu Euclids Elementen.* (Herfod, 1865,) p. 24.

(4) Il quale trova riportato dall'Allmann, p. 208-210.

(5) Allman, p. 212.

debbano rintracciare nei libri X e XIII degli *Elementi di Euclide;* ma il determinare a quanto essi ammontino è questione tanto importante quanto eccedente i mezzi di cui oggi dispone lo storico della scienza.

Come continuatore di Teeteto (nonchè di Eudosso) vien da Proclo nominato Ermotimo da Colofona, il quale ne perfezionò le produzioni ed accrebbe il numero delle proposizioni elementari (1). Del contenuto del suo scritto *Su i luoghi* ricordato da Proclo, nulla si può asserire con sicurezza; ci sembra però fondata la congettura (2) che ivi la retta e la circonferenza venissero studiate come luogo di un punto soddisfacente a certe condizioni, che pertanto Ermotimo abbia preparati i materiali che si trovavano poi elaborati e completati nell' opera di Apollonio sui *Luoghi piani* di cui ci occuperemo nel Libro vegnente. Ma ammesso anche come vera quest' ipotesi, la personalità di Ermotimo, quanto quella di Teeteto, resta tuttora ravvolta in una nebbia fitta che nessun sole fu capace finora di diradare.

I geometri dell' Accademia.

65. Nell' Accademia non cessarono con la morte di Platone gli studi matematici. Lo dimostra il fatto che Speusippo, nipote ed immediato successore di Platone (3), dopo avere a fondo studiate le opere dei Pitagorici ed in particolare quelle di Filolao, scrisse un libro *su i numeri pitagorici* ove trattò in una prima parte delle varie specie di numeri, dei poliedri regolari e delle proporzioni ed in una seconda della decade. L' esempio di Speusippo fu seguito da chi gli succedette, cioè Zenocrate, a cui, come attesta Diogene Laerzio, si debbono due libri *Sui numeri* ed inoltre una *Teoria dei numeri*. Ma, mentre questa e quelli andarono completamente perduti, dell' opera di Speusippo so-

(1) Scrisse anche egli degli elementi? È ciò che Proclo non dice chiaramente.

(2) P. Tannery, *La géométrie grecque*, p. 134.

(3) Esso è nominato da Proclo in modo assai vago (Proclo-Taylor, I, 108-9).

pravvisse un brano perchè venne ospitato in un'anonima compilazione scritta nel IV Sec. dell' èra nostra e intitolata *Theologumena arithmetica* (1), brano che fa parte eziandio dei *Fragmenta philosophorum graecorum* (2), ed il cui valore venne segnalato recentemente da P. Tannery (3). Esso contiene l'enumerazione delle importanti proprietà che i seguaci di Pitagora credevano scorgere nel numero 10, epperò può utilizzarsi nel valutare le cognizioni aritmetiche possedute da Speusippo. Ma il legame intimo che nella scuola di Crotone era stato stretto fra l'aritmetica e la geometria, fa sì che quel brano possa servire anche come fonte di notizie interessanti per lo storico della geometria; e fra queste merita speciale menzione la seguente. Platone nel *Timeo* enumera *tre* specie di triangoli, cioè: il triangolo equilatero, il triangolo isoscele rettangolo (semiquadrato) e il triangolo che si ottiene conducendo un altezza di un triangolo isoscele (semitriangolo equilatero). Orbene, Speusippo dà per analogia *quattro* specie di piramidi; vale a dire: il tetraedro regolare, la piramide a base quadrata e con gli spigoli uscenti dal vertice fra loro eguali, quella che nasce dalla precedente conducendo un piano pel vertice ed una diagonale della base, l'ultima finalmente ha per base un semitriangolo equilatero e gli altri tre spigoli fra loro eguali (4). — Se si può osservare che Speusippo non tenne la strada migliore per estendere allo spazio la classificazione dei triangoli piani indicata dal suo maestro, non v'ha dubbio che il tentativo da lui fatto non è privo d'importanza, come prima manifestazione del desiderio di estendere

---

(1) V. p. 61 dell'ed. Ast. (Lipsia, 1817).

(2) V. p. 63, nota 59, del III vol. nell'ed. Didot (Paris, 1881).

(3) *Un fragment de Speusippe. (Annales de la Faculté de Lettres de Bordeaux*, t. V, 1883, p. 375-382).

(4) Come quei 3 triangoli possono considerarsi siccome le immagini risp. della monade, della diade e della triade; così, seguendo Speusippo, queste 4 piramidi si possano fare corrispondere ordinatamente alla monade, alla diade, alla triade e alla tetraede.

allo spazio delle proprietà note nel piano, desiderio al quale la geometria è debitrice di non pochi e decisivi progressi e che Speusippo forse ha prima d'ogni altro provato e per primo ha esplicitamente manifestato. Da ultimo in quel passo si trovano traccie di una nomenclatura delle figure geometriche (triangoli e piramidi in particolare) la quale, benchè venga presentata come classica, tuttavia non si trova più in Euclide.

L'influenza benefica esercitata sulle scienze esatte dal fondatore dell'Accademia non potrebbesi meglio misurare che enumerando ed analizzando le opere geometriche di coloro che lo riconobbero come maestro. Ma queste opere, tranne poche eccezioni, non si sottrassero all'ingiuria del tempo, e i nomi stessi de' loro autori sarebbero andati dimenticati ove non ne avessero serbato ricordo dei commentatori, fra i quali devesi prima d'ogni altro e con riconoscenza ricordare Proclo. Così di Ateneo da Cizico non conosciamo (e anche imperfettamente!) che il nome; mentre Teudio da Magnesia ci è ricordato soltanto come nuovo compilatore di elementi. Amicla da Eraclea è a dir vero ricordato non solo da Proclo, ma anche da Diogene Laerzio, il quale, dopo averlo ascritto fra i seguaci di Platone, ce lo dipinge come Pitagorico e come associato a Clinia nell'impedire che il suo maestro distruggesse le opere di Democrito (1). E quanto a Filippo incerta ne è la patria (2) come incerto è il modo in cui egli seguì i cenni di Platone nel coltivare la geometria (3); sappiamo però che egli

(1) Tali notizie non sembrano degne di fede a P. Tannery, (V. *Geometrie greque*, p. 130).

(2) Sarebbe egli Opunzio come vuole il Tannery (nell'op. cit., p. 130)? Secondo B. Baldi egli fiorì intorno alla 100.ª Olimpiade (v. *Bullettino di Bibl.* ecc., t. XX, pag. 374).

(3) Proclo cita due volte Filippo; una volta come proponitore di questioni matematiche (Proclo-Taylor, I, 101) ed un'altra per le sue obbiezioni alla Prop. 16.ª del I Libro di Euclide.

si consacrò di preferenza all'astronomia (1) e delle numerose sue opere Suida conservò i titoli dai quali deduciamo che non meno di dieci fra esse toccavano più o meno da vicino le scienze esatte: sono quelle che recano i titoli: *Aritmetica; Medietà; Sui numeri poligonali; Ciclica; Ottica; Enottrica* (sugli specchi); *Sulla distanza fra il sole e la luna; Sull'eclisse lunare; Sulla grandezza del sole, della luna e della terra; Sui pianeti.*

66. L'unico dei geometri dell'Accademia, di cui possiamo esattamente misurare le cognizioni geometriche, è il più celebre fra essi, Aristotele. Nato a Stagira (piccola città della Macedonia, non discosta dal monte Athos) nel 384 a. C., egli ascoltò Platone ad Atene (2), e poi, accettando l'invito di re Filippo, andò ad insegnare al giovane Alessandro. Per otto anni gli fu maestro e sembra gli fosse anche compagno in parecchie spedizioni; ma salito al trono il suo discepolo (nel 360 a. C.) egli ritornò ad Atene ove, colle celebri lezioni da lui impartite nel Liceo, si pose a capo della setta dei peripatetici. Ad Atene però non trovò a lungo sicuro asilo, perchè le sue opinioni filosofiche o le sue relazioni coi sovrani di Macedonia lo resero presto sospetto, tanto che egli, per sfuggire alle minacciate persecuzioni, credè opportuno riparare con alcuni fidi discepoli a Calcide nell'isola di Eubea. Ma, secondo certuni (3), neppure qui si sentì sicuro; onde, preferendo la morte al cadere in potere dei reggitori di Atene, finì col veleno la propria esistenza (322 a. C.).

---

(1) Gemino (astronomo di cui dovremo occuparci nel IV Libro) conservò certe date determinate da Filippo concernenti il sorgere ed il tramontare di alcune stelle.

(2) Come discepolo di Platone lo rivelano, fra l'altro, le seguenti parole della sua *Metafisica:* « è dunque a torto che i geometri vengono accusati di non insegnare che delle chimere e di non avere nella loro scienza nulla di buono e di bello. Io invece sostengo che essi, senza farne pompa, insegnano delle cose che sono ad un tempo buonissime e bellissime. Giacchè ogni bontà ed ogni bellezza non risulta forse da l'ordine e la proporzione? ora di che cosa si occupano i geometri se non di ordine e proporzione? ».

(3) Riguardo alla causa della morte di Aristotele, le opinioni sono discordi.

Le benemerenze del " maestro di color che sanno " riflettono specialmente le scienze naturali avendo egli, oltrechè proposta la più antica terminologia scientifica conosciuta, prima d'ogni altro alzata la voce contro la speculazione astratta, che Platone propugnava, e sostenuta la necessità di fare e raccogliere numerose ed esatte osservazioni dei fatti naturali (1). Noi matematici non dobbiamo tuttavia dimenticare che, col sistematizzare la logica deduttiva, egli entrò in un campo che ha infiniti punti di contatto con quello che coltiviamo; di più la semplice indicazione con lettere dei numeri, delle rette ecc., di cui in Aristotele si trova l'esempio più antico (2), piacque ad Euclide che ne fece largo uso ne' suoi libri aritmetici e geometrici, ed è forse il primo passo verso il calcolo algebrico. Aristotele compose poi un'opera matematica *περὶ ἀτόμων γραμμῶν* e Diogene Laerzio ne cita un'altra dal titolo *μαθηματικόν*.

Inoltre era costume di Aristotele di inserire (similmente a quanto faceva Platone) delle considerazioni geometriche fra le sue ricerche fisiche e filosofiche (3) (come emerge in parte da quello che dicemmo a proposito dei tentativi fatti da Ippocrate, Antifonte (4) e Brisone per quadrare il circolo). Così è in Aristotele che per la prima volta s'incontra la *geodesia* come contrapposto pratico della geometria e la seguente definizione di continuo (5): " una cosa è continua quando due parti contigue di essa hanno gli stessi confini ". Superfluo rilevare che

---

(1) « I fenomeni non furono ancora abbastanza studiati; ma quando lo saranno, all'esperienza si dovrà prestare maggior fede che alla speculazione, e a quest'ultima solo fintantochè dia risultati che concordino con i fenomeni ».

(2) *Phys. Auscult.* Lib. VII, Cap. 6.°

(3) Cfr. Proclo-Taylor, I, 98, 107 e 129; II, 13, 84, e 158. Una ricca raccolta di passi matematici nelle opere di Aristotele venne fatta con una pazienza da benedettino da Giuseppe Biancani (v. *Aristothelis Loca mathematica ex universis ipsius Operibus collecta et explicata Authore Josepho Blancano.* Bononiae 1615).

(4) Per una svista nel nome di questo filosofo fu omessa in addietro la lettera *t.*

(5) Cfr. W. K. Clifford, *The philosophy of the pure science* in *Lectures and Essays*, vol. I (London, 1879) p. 307.

Aristotele conobbe come retti gli angoli inscritti in una semicirconferenza e la divisibilità di un piano in poligoni regolari (di 3, 4 o 6 lati). Importante è invece additare nelle sue opere delle tracce del teorema " se si prolungano nello stesso senso tutti i lati di un poligono piano, la somma degli angoli esterni risultanti è eguale a quattro retti „ e l'osservazione che quando si sviluppa un cilindro su un piano una sua sezione retta si muta in una retta od in una curva secondochè il piano segante è parallelo od obbliquo alla base, osservazione questa che forse è la prima concernente le modificazioni che produce lo sviluppo di una superficie su di un piano nelle curve tracciate su di essa (1).

68. Esce dal nostro quadro lo studio delle questioni riflettenti la *Meccanica* di Aristotele, benchè alcune tocchino i confini che separano la scienza dei moti e delle forze da quelle del numero e dell' estensione (2); crediamo inutile arrestarci su un

---

(1) Il Burja dopo averla riferita (nel lavoro *Sur les connaissances mathématiques d'Aristote* inserito fra i *Mémoires de l'Académie des Sciences et Belles-Lettres depuis l'avènement de Guillaume II au thrône*, MDCCXC et MDCCXCI, Berlin 1791, p. 257 e seg.) raccomanda ai geometri lo studio di quella curva, che, a suo credere, presenta forse qualche proprietà importante. Ora, se $x^2 + y^2 = 1$ è l'equazione del cilindro che si considera e $z = ax + by + c$ quella del piano secante, facendo in questa $x = \cos\varphi$ e $y = \operatorname{sen}\varphi$ si otterrà $z = a\cos\varphi + b\operatorname{sen}\varphi + c$, la quale è l'equazione cartesiana della curva dopo lo sviluppo, supposto questo fatto dopo avere tagliato il cilindro lungo la generatrice corrispondente a $\varphi = o$. Determinando due nuove costanti ρ e γ mediante le equazioni

$$a = \rho\cos\gamma,\ b = \rho\operatorname{sen}\gamma$$

si avrà

$$z - c = \rho\cos(\varphi - \gamma);$$

onde fatto

$$z - c = \eta \text{ e } \varphi - \gamma = \xi,$$

si otterrà l'equazione

$$\eta = \rho\cos\xi$$

che rappresenta una curva affine ad una cosinusoide. Le proprietà della curva in questione si possono quindi considerare per notissime.

(2) Cito a mo' d'esempio quella che si riferisce alla così detta *ruota d'Aristotele:* cfr. Cantor *Vorlesungen*, I, p. 219-220.

passo di Aristotele che si riferisce alla duplicazione del cubo, perchè non ha alcuno interesse per noi e d'altronde incerto ne è il senso (1); e preferiamo additare una dimostrazione accennata da lui (2) e la cui ricostruzione getta qualche luce su i trattati di geometria scritti prima di Euclide (3).

Tracciata la figura 26, partendo dal triangolo isoscele che ivi compare, i due angoli mistilinei $E+\Gamma$ e $Z+\Delta$ sono fra loro eguali; lo stesso dicasi dei due angoli mistilinei Γ e Δ; quindi i due angoli rettilinei E e Z ossia A e B sono pure eguali.

Esaminando questo breve ragionamento vedremo tosto che esso poggia sopra i due seguenti *teoremi:* " Sono fra loro eguali 1.° gli angoli mistilinei nei semicerchi, 2.° gli angoli mistilinei di un segmento circolare " e sull'*assioma* " se da cose eguali si tolgono cose eguali, si ottengono resti eguali ". D'altronde il modo con cui Aristotele parla di quel ragionamento fa credere che esso non fosse opera sua, ma si trovasse nei manuali di geometria che erano in uso a' suoi tempi; ne segue che degli angoli mistilinei avevasi notizia prima di Euclide (il che emerge d'altronde anche dal commento di Proclo), che anzi erano stati studiati più a fondo di quanto potrebbe credersi percorrendo gli *Elementi* (4), nei quali non trovarono posto le due proposizioni citate. Quanto poi al dedurre, dall'uso del succitato assioma, che anche i trattatisti precedenti Euclide abbiano avvertita la necessità di porre a fondamento della geometria una collezione di assiomi (5), noi non ci sentiamo di farlo, perchè quell'assioma

---

(1) V. Blancanus, l. c. p. 52 e Reimer, l. c. p. 73 e seg.

(2) Nell'*Analytica priore* I, Cap. 24.

(3) V. per quanto segue Heiberg, *Et mathematisk Sted hos Aristoteles* (Kjöbenhavn, Vidensk. Selsk., Oversigt 1888, p. 1-6).

(4) Donde una prova che non bisogna prendere troppo alla lettera l'asserzione (v. Lib. II) che Euclide abbia seguito fedelmente coloro che prima di lui composero degli elementi.

(5) Heiberg, l. c.

si presenta così spontaneo che può darsi benissimo che Aristotele ed i suoi contemporanei se ne siano serviti senza enunciarlo, mentre l'enunciazione esplicita appartenga all'epoca in cui lo stile geometrico raggiunse la sua massima perfezione.

Con questo cenno chiudiamo la non ricca serie di notizie su Aristotele come matematico. Vogliamo però aggiungere che furono suoi discepoli Eudemo da Rodi e Teofrasto da Lesbo, dei quali il primo compose e il secondo fu forse a torto fatto autore di grandi opere di storia scientifica (1). Tali lavori non si sottrassero alla rovina della biblioteca di Alessandria; tuttavia molti frammenti vennero conservati (2) e numerose importanti notizie vennero ad esse attinte, direttamente o meno, dai commentatori a cui deve ricorrere chiunque voglia seguire l'evoluzione del pensiero matematico nell'antica Grecia (3).

Eudosso da Cnido.

69. L'epoca dell'attività intellettuale e didattica di Platone non differisce sensibilmente da quella in cui fiorì uno scienziato eminente il quale, dopo essere stato fatto segno nell'antichità della più elevata ammirazione (4), vide per un certo tempo la propria fama offuscata, per poi risplendere di più vivida luce grazie alle fatiche dei più recenti studiosi delle sue opere (5).

---

(1) P. Tannery, *Sur les fragments d'Eudème de Rhodes relatifs à l'histoire des mathématiques* (Annales de la Faculté des Lettres de Bordeaux, T. IV, 1882, p. 70-76).

(2) Vennero raccolti dallo Spengel (*Eudemi Rhodii peripatetici fragmenta quae supersunt*, Berlino 1870) e dal Mullach (*Fragmenta philosophorum graecorum*, T. III, Paris 1881).

(3) Per es. da Eudemo Proclo desunse la materia del brano che noi riportammo nel n. 3.

(4) Lo prova, fra l'altro, il qualificativo di ἔνδοξος (illustre) con cui veniva designato dagli antichi e quello di θεουδής (divino) di cui lo onora Eratostene (*Archimedis Opera omnia* ed. Heiberg V. III, p. 112).

(5) Si debbono citare come particolarmente benemeriti l'Ideler (per le due letture *Ueber Eudoxus* inserite nelle *Abhandlungen d. k. Akad. d. Wiss. zu Berlin*

I quali restituirono la posizione che spetta nella storia della scienza greca all'uomo in cui sembra rispecchiarsi più chiaramente il carattere multiforme di quel tempo, a un ingegno che le scienze dell'Oriente e dell'Occidente insieme riuniva e che seppe in sè medesimo far convergere tutta quanta la coltura ellenica come era venuta maturando nell'Asia, ad Atene, in Italia (1): intendiamo parlare di Eudosso (2).

Nacque questi da Eschine (3), probabilmente verso il 409 a. C., nella piccola città dorica di Cnido, appartenente alla Carie e sita sulla costa dell'Asia minore. Benchè provveduto di scarsi mezzi di fortuna, gli fu dato di usufruire degli insegnamenti delle più spiccate individualità del suo tempo — quali i sofisti, Archita, i sacerdoti egiziani — grazie alla liberalità de' suoi amici i quali, avvedutisi dell'eccellenza delle sue facoltà intellettuali, vollero che queste avessero il lor pieno svolgimento. Gli è per tal modo che egli potè, all'età di circa trent'anni, intraprendere col medico Crisippo un viaggio in Egitto. Quante e quali attrattive presentasse una tale peregrinazione per un uomo di scienza contemporaneo di Platone, si riconoscerà facilmente quando si ricordi l'alta e meritata fama di cui in tutto il mondo godevano i sacerdoti Egiziani e si rifletta che allora non era più vietato ad essi, come in tempi più

1828 e 1830) e lo Schiaparelli (pel memorabile scritto *Le sfere omocentriche di Eudosso, di Callippo e di Aristotile*, Milano 1875). Altre numerose scritture che lo concernono si trovano citate nel pregevolissimo lavoro di H. Künssberg, *Der Astronom, Mathematiker und Geograph Eudoxos von Knidos* publicato in due parti a Dinkelsbühl nel 1888 e 1890, lavoro che citerò brevemente come Künssberg I e Künssberg II.

(1) Cfr. Curtius op. cit. III, 531.

(2) La più ricca fonte di attendibili informazioni sulla sua vita è Diogene Laerzio.

(3) Importa tener conto del nome del padre del nostro Eudosso, per distinguerlo da altri quattro greci dello stesso nome e che furono medico l'uno, storico un secondo, un terzo viaggiatore e poeta comico un quarto e dei quali la patria fu ordinatamente Cnido, Rodi, Cizico e la Sicilia.

antichi, di comunicare agli stranieri le cognizioni scientifiche di cui erano depositarii (1): ed infatti si accerta che Eudosso, coll'ajuto di una lettera di presentazione per Nectanabi datagli da Agesilao re degli Spartani, ottenne di essere messo a parte delle dottrine professate e delle osservazioni astronomiche fatte sulle rive del Nilo (2). — Completata così, mediante lo studio dell'astronomia, l'istruzione matematica che egli si era procacciata a Taranto sotto la direzione di Archita e ad Atene (ove per due mesi aveva soggiornato) in contatto con Platone (3) ed i sofisti, Eudosso ritornò in Europa e verso il 368 a. C. fondò a Cizico in Misia una scuola da cui diffuse nella Propontide le scienze con cui erasi famigliarizzato. Di tale scuola egli tenne il governo per pochi anni; infatti non molto dopo che egli ne aveva gettate le fondamenta, lo troviamo nuovamente in Atene assieme ad uno stuolo di discepoli (fra cui spiccano i matematici Menecmo, Dinostrato, Ateneo ed Elicone) atteggiato, secondo alcuni, ad oppositore dell' indirizzo scientifico di Platone: tale attitudine è però ben lungi dall' essere storicamente provata, chè essa mal si concilia col viaggio fatto poco appresso insieme in Sicilia dai due valentuomini per apprendervi la medicina. — Eudosso, ritornato in patria, vi fu festosamente accolto; ivi morì verso il 356 dopo avere date a' suoi concittadini (o fors' anche agli abitanti di Mileto) delle savie leggi, lasciando tre figlie una delle quali vuolsi arrivasse ad una fama non minore di quella raggiunta da suo padre.

---

(1) Giova ricordare che sotto il regno di Dario II l' Egitto riuscì ad emanciparsi dal protettorato persiano che su esso gravitava fin dai tempi di Cambise e, coll' aiuto dei Greci, fruì di una certa indipendenza per circa 64 anni; allora ebbe luogo fra gli Elleni e gli Egiziani un più vivace scambio d' idee, sicchè quelli poterono togliere in parte il velo di mistero che avvolgeva le costumanze di questi.

(2) Riguardo all' epoca di questo viaggio le opinioni degli storici non sono concordi: cfr. Allman, p. 128-132, Tannery, *Géom. grecque* p. 132.

(3) Alle sue relazioni con Platone devesi forse che Eudosso venga spesso collocato fra i geometri dell' Accademia: v. Curtius III, 554, Bretschneider 163; non lo pone fra essi lo Zeller (*Die Phil. d. Griechen*, 1875, II, 1 p. 890).

70. La straordinaria versatilità di Eudosso è concordemente attestata dagli antichi che lo dicono astronomo, geografo, matematico, filosofo, medico e legislatore: ma delle sue opere scritte non ci rimasero (e non di tutte) che i titoli (1), sicchè per avere un' idea dei progressi di cui a lui sono debitrici le scienze esatte è forza, come abbiam fatto per quasi tutti gli scienziati precedenti, rivolgerci per informazioni a scrittori coevi.

La prima notizia su Eudosso esiste nel frammento storico di Proclo (n. 3), dal quale si apprende avere egli sviluppato quelle cose intraprese da Platone sulla sezione (*περὶ τὴν τομήν*) servendosi per ciò del metodo analitico. A quali ricerche si allude in questo passo? Per lungo tempo si credette trattarsi delle sezioni di solidi mediante piani, senza però rendersi conto di qual natura fossero i solidi tagliati. Ma nel 1870 Bretschneider (2) propose un' altra interpretazione — che incontrò il favore del pubblico (3) — secondo la quale i problemi che occuparono Platone ed Eudosso avrebbero toccata la divisione di una retta in media ed estrema ragione. Per rendersi ragione di questa spiegazione si ricordi che tale modo di divisione non era ignoto probabilmente ai Pitagorici e che la costruzione con cui essi la eseguivano sembra risultare dalla prop. 11 del II Libro di Euclide e forse anche dalle prop. 10-14 del IV, passi nei quali evidentemente Euclide ha seguito lo sviluppo storico della geometria. Ora è ammissibile che Platone siasi nuovamente occupato dalla *sectio aurea* e abbia cercato delle relazioni metriche fra i segmenti di una retta divisa in tal modo: gli è in tali ricerche che, secondo il Bretschneider, egli fu seguito da Eudosso, e i risultati a cui essi pervennero sono consegnati nelle prime

---

(1) Fra esse trovavasi forse una esposizione degli elementi della matematica: v. Reimer l. c. p. 52, Künssberg I, p. 16.

(2) Op. cit. p. 167.

(3) Cfr. Cantor, Allman, Künssberg.

cinque proposizioni del XIII Libro degli *Elementi*. Adottando questo modo di vedere, a Platone e al geometra di Cnido apparterebbero dunque le proposizioni seguenti: 1.° Se una retta è divisa in media ed estrema ragione, il quadrato della parte maggiore aumentata della metà della retta data eguaglia il quintuplo del quadrato di questa metà (1); 2.° Se il quadrato di una retta è il quintuplo del quadrato di una sua parte, e se si divide il doppio di questa parte in media ed estrema ragione, il segmento maggiore è la parte residua della retta data (2); 3.° Se una retta è divisa in media ed estrema ragione, il quadrato del segmento minore aumentato della metà del segmento maggiore è eguale al quintuplo del quadrato della metà del segmento maggiore (3); 4.° Se una retta è divisa in media ed estrema ragione, il quadrato di tutta la retta aumentato del quadrato della parte minore dà il triplo del quadrato della parte

---

(1) Infatti da

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x}$$

segue

$$x^2 + ax = a^2 \text{ e } \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = 5\left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

(2) Infatti da

$$a^2 = 5\,x^2 \text{ e } y^2 = 2\,x\,(2\,x - y)$$

segue

$$y + x = a$$

epperò

$$y = a - \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

(3) Infatti da

$$x^2 = a\,(a - x)$$

segue

$$\frac{5\,x^2}{4} = \left(a - \frac{x}{2}\right)^2,$$

cioè

$$\left\{(a-x) + \frac{x}{2}\right\}^2 = 5\left(\frac{x}{2}\right)^2.$$

maggiore (1); 5.° Se ad una retta divisa in media ed estrema ragione si aggiunge la parte maggiore, la retta intera sarà divisa in media ed estrema ragione e il segmento maggiore sarà la retta primitiva (2). — A sostegno della propria tesi il Bretschneider osservò che, mentre in tutta la sua opera Euclide non fa cenno di analisi e sintesi, in seguito a quelle cinque proposizioni egli insegna la distinzione dell' una dall' altra, nonchè la definizione di analisi; tal fatto egli interpreta come conferma della notizia data da Proclo dell' avere Eudosso adoperata l'analisi per compiere gli studii di Platone sulla sezione, epperò conclude che ivi Euclide riproduce una parte almeno del lavoro di Eudosso. Ora è da notare che le analisi e sintesi testè menzionate sembrano dovute, non ad Euclide stesso, ma ad uno scoliasta (3), onde l' argomento ora citato non ha grande valore. Ma d' altronde l' uso fatto ivi del gnomone (cfr. n.° 24) e l' essere tre dei teoremi citati conseguenze immediate del probl. 11 del II Libro, fa credere alla loro antichità (4), onde nulla seriamente si oppone (5) ad ammettere che (non Euclide, ma lo

---

(1) Infatti la relazione

$$x^2 = a^2 - ax$$

equivale all' altra

$$2\,a^2 - 2\,ax = 2\,x^2$$

ossia

$$a^2 + (a-x)^2 = 3\,x^2.$$

(2) Infatti da

$$x^2 = a\,(a-x)$$

risulta

$$x^2 + ax = a^2$$

ossia

$$\frac{a+x}{a} = \frac{a}{x}$$

(3) Heiberg, *Revue critique d' histoire et de littérature*, Nouv. Série, t. XI, 1881, p. 380; e *Euclidis Opera Omnia ed. Heiberg*, t. IV, 1885, p. 250 e seg. e p. 364 e seg.

(4) Allman, l. c. p. 136.

(5) L' Allman inclina anzi a ritenerlo.

scoliasta anzidetto) le abbia tolte da Eudosso, mentre però non si è in grado di decidere se questi le abbia inventate o non si sia limitato a mettere del suo quelle doppie dimostrazioni che si leggono negli *Elementi*.

Come dicemmo, l' ingegnosa interpretazione delle parole sibilline di Proclo che il Bretschneider ha proposto venne da molti storici accettata; da molti, ma non da tutti; chè G. Friedlein (1) e P. Tannery (2) non cedettero alla seduzione delle doti che essa possiede ed invece preferirono riaccostarsi all'antica supposizione che ivi Proclo (3) alludesse ai lavori sulle sezioni dei solidi (poliedri e sfera) che prepararono la teoria delle coniche, la quale teoria appunto nella scuola di Cizico ebbe il suo cominciamento (v. n.[i] 74 e seg.).

Se fra questi due modi di considerare il lavoro di Eudosso *sulla sezione* ognuno può scegliere quello che più gli appare verosimile, se quindi nel modo di giudicare questo lavoro regna grande incertezza, vi è per converso un importante contributo arrecato dallo stesso scienziato alla costituzione degli *Elementi* il cui valore non è lecito revocare in dubbio e di cui fa d' uopo dire qualche parola. Un anonimo scoliasta, che probabilmente era Proclo stesso, attribuisce il V Libro degli *Elementi* a " Eudosso il quale fu maestro a Platone " (4); e siccome è certo (cfr. n. 21) che già i Pitagorici conoscevano la teoria dei rapporti pei numeri razionali, così spetterebbe al geometra di cui ci occupiamo il merito grandissimo di averle dato tale generalità da abbracciare ogni sorta di grandezze (5).

---

(1) *Beiträge*, III, p. 18.

(2) *Le Géom. grecque*, p. 76.

(3) È notevole che questo passo fece attribuire a Platone la teoria delle coniche; è forse in base a questa attribuzione che Dilling scrisse (l. c. p. 21) che Eudosso « in sectionum conicarum disciplina incubuit »?

(4) Knoche, *Untersuchungen* citate p. 10.

(5) « Le rôle d' Eudoxe semble avoir été surtout d' établir d' une façon irréfutable pour les grandeurs en général, commensurables ou non, une théorie qui à l' origine ne supposait de rapport qu' entre nombres. Jusqu' à son travail, l' incom-

71. Non meno chiaramente si esprime Archimede nella lettera che precede il I libro della sua celebre opera *Su la sfera e il cilindro;* ivi, dopo avere citate le principali proprietà da lui scoperte in quelle figure, continua dicendo:

Queste proprietà essendo inerenti alla natura stessa delle figure, esistevano fin dalle origini; rimasero però ignote a coloro che studiarono la geometria prima di me. Ma quando siano comprese, non si dubiterà essere desse proprie a quelle figure e si porranno allo stesso livello di quelle avvertite prima nei solidi, che si considerano come teoremi dimostrati da saldissimi documenti, e che Eudosso ha fatto conoscere, cioè che qualunque piramide è la terza parte del prisma avente la stessa base ed eguale altezza della piramide e qualunque cono è la terza parte del cilindro avente la stessa base ed eguale altezza del cono. Essendo infatti anche queste proprietà inerenti alla natura stessa di quelle figure, pure accadde che rimanessero ignorate e non fossero nemmeno supposte da tutti i geometri precedenti Eudosso, benchè siano stati molti ed abilissimi (1).

Alle medesime proposizioni di Eudosso allude Archimede nella prefazione, in forma epistolare, del suo libro sulla *Quadratura della parabola,* nella quale enuncia il risultato da lui ottenuto e dà la seguente importante notizia intorno al proprio metodo di dimostrazione:

Giacchè noi dimostriamo che qualunque segmento compreso fra una retta ed una parabola è di un terzo maggiore del triangolo avente la stessa base ed eguale altezza, assumendo come lemma nella dimostrazione che dati due spazi diseguali l' eccesso del maggiore sul minore addizionato a sè stesso un certo numero di volte può sorpassare uno spazio dato finito. Però anche i geometri precedenti si sono serviti di questo lemma; giacchè che i circoli abbiano fra loro ragione duplicata dei loro diametri vien dimostrato appunto mediante questo lemma e così dicasi dell' essere due sfere in un rapporto triplicato di quello in cui stanno i loro diametri; inoltre che qualunque piramide sia la terza parte del prisma avente la stessa base ed eguale altezza e che qualunque cono sia la terza parte del cilindro avente la stessa base del cono ed eguale altezza, si dimostra pure assumendo un lemma simile al suddetto (2).

---

mensurabilité demeurait en géométrie une pierre d'achoppement, et ses precurseurs bannirent systématiquement, en conséquence, la notion de rapport des démonstrations des quatre premiers livres » (d' Euclide). P. Tannery, *L'éducation platonicienne*, 2.e article (*Revue philosophique*, t. XI, 1881, p. 249).

(1) Archimede ed. Heiberg I, p. 4-6.

(2) Archimede ed. Heiberg II, p. 276.

72. Ora questo secondo brano, nel quale per la prima volta viene sotto una forma particolare presentata quella celebre proposizione che sotto il nome improprio di *assioma d'Archimede* rappresenta oggi una parte così importante nella teoria generale delle grandezze (1) e che funge da chiave di volta a quel metodo — *metodo di esaustione* (2) — che per gli antichi surrogava il nostro calcolo integrale (3), dà origine a parecchie importanti questioni storiche dalla cui soluzione dipende il posto che si deve assegnare ad Eudosso nella storia della matematica.

Le questioni anzidette sono: I. *Ha Eudosso dimostrati i teoremi sulla piramide ed il cono attribuitigli da Archimede col mezzo di un lemma somigliante a quello da questi invocato per quadrare la parabola?* La cosa sembra probabile visto che Euclide, propenso a conservare intatte le opere dei suoi predecessori, ha dimostrato il teorema della piramide in un modo che sembra corrispondente alle indicazioni archimedee (4), e ne ha dedotto poi il teorema sul cono *con un passaggio al limite* (per esprimerci con una locuzione moderna); visto d'altronde che oggi ancora, per quanto ci consta, non si conosce alcuna dimostrazione diretta di quei due teoremi. II. *Ha Eudosso trovato egli stesso il lemma di cui aveva bisogno?* Le parole di Archimede ne fanno dubitare; esse fanno invece pensare che l'origine di quel lemma debbasi far risalire a colui che per primo dimostrò

---

(1) Com'è noto esso enunciasi in generale così: data una grandezza, ne esiste sempre un multiplo superiore ad una grandezza omogenea data.

(2) Secondo il nome proposto nel 1699 da A. Jacquet: cfr. L. F. Oefterdinger *Ueber den Zusammenhang der Euclidischen Lehre der Verhältnissen mit den Anfängen der Exhaustions-Methode* (Ulm 1889).

(3) Esso riesce utile specialmente per paragonare fra loro delle linee, dei volumi, dei solidi, e consiste nel confrontare le singole parti di una grandezza ignota con due grandezze conosciute, variabili con date leggi, fra cui essa è costantemente compresa e che tendono a differire dalla stessa meno di ogni quantità assegnabile.

(4) Poichè, come notò il Künssberg (II p. 38), la prop. 7.ª del XII Libro degli *Elementi di Euclide* scaturisce dalla 5.ª, nella quale è usata la prop. 1.ª del X Libro, che equivale all'assioma d'Archimede.

la più elementare delle citate proposizioni, quella cioè concernente il rapporto di due circoli; ora siccome questa proposizione era conosciuta da Ippocrate da Chio (n. 46) noi ci troviamo in questo bivio: o di ammettere che questi siasi limitato a percepire la verità di quel teorema vuoi sperimentalmente — cioè mediante il calcolo (1) — vuoi notandone l'analogia con quello che assegna il rapporto di due poligoni simili inscritti in due circoli (2), o di supporre che egli l'abbia dimostrato con un ragionamento del genere di quello a cui allude il Siracusano. Ora quanto sappiamo intorno ad Ippocrate non ci autorizza ad ascriverlo fra quelli che si tengano paghi di una semplice induzione quando possono tentare di surrogarla con un ragionamento conclusivo; d'altra parte il lemma in questione si formola e si ammette con grande facilità; onde ci sembra che a ragione Hankel (3) faccia risalire ad Ippocrate il primo germe del metodo di esaustione. Ciò non toglie che (accettata la risposta da noi data alla I questione) ad Eudosso rimanga il merito di avere visto come l'espediente usato da Ippocrate in un caso specialissimo fosse suscettibile di altre applicazioni epperò meritevole di assurger a dignità di metodo: a ragione dunque, a parer nostro, Eudosso vien designato siccome il fondatore del metodo di esaustione (4).
III. *Ha Eudosso scoperto e dimostrato il teorema sul rapporto di due sfere?* Quanto all'averlo scoperto non è lecito di recisamente affermarlo, chè per induzione qualcuno può averlo enunciato in base all'analogia che esso presenta con quello relativo al rapporto di due circoli; ma è probabile che Eudosso, al quale si ascrivono dimostrazioni generali dei teoremi sui rapporti fra grandezze qualisivogliano noti ai Pitagorici per i soli numeri,

---

(1) Cantor, *Vorlesungen*, I, p. 178.

(2) Ipotesi di Oefterdinger, secondo cui Ippocrate sarebbe induttivamente passato dalla 1.ª alla 2.ª delle prop. del XII Libro di Euclide: v. Künssberg II, 35.

(3) Op. cit. p. 122. Allman (p. 94-6) ha confutate queste idee di Hankel.

(4) Allman p. 96, Künssberg II, 36; Mansion, *Esquisse de l'histoire du Calcul infinitésimal* (estratto dal *Résumé du Cours d'Analyse infinitésimale*) p. 3.

il quale sapeva così abilmente servirsi del metodo di esaustione, abbia fatta una nuova applicazione di questo coll'assodare logicamente un risultato empirico.

73. Lasceremo ora queste questioni che abbiamo piuttosto enunciate e chiarite che risolte in modo definitivo e completo, per occuparci di un ultimo soggetto di ricerche scelto da Eudosso, cioè dei suoi tentativi per risolvere il problema di Delo. La esistenza di queste indagini ci è nota dalla lettera di Eratostene riportata parzialmente nel n. 42; ma in che cosa consistessero non possiamo dire, perchè sfortuna volle che il manoscritto in cui esse trovavansi esposte pervenisse nelle mani di Eutocio sotto forma così scorretta da fargli pronunciare contro Eudosso un giudizio tanto severo che non è possibile accettarlo, e cancellare la soluzione di Eudosso dalla collezione di quelle che vennero suggerite pel problema dell'inserzione di due medie proporzionali fra due rette date (1). Egli infatti nel commento alla I prop. del II Libro di Archimede *Su la sfera ed il cilindro* scrisse:

> Noi abbiamo esaminati gli scritti di molti uomini illustri, nei quali è insegnata la soluzione di questo problema; ci siamo però dispensati dal riportare quella di Eudosso da Cnido perchè mentre nell'introduzione egli dice di averla ottenuta mediante linee inflettute (*καμπύλαιν γρμμαίν*), nella dimostrazione poi, non solo egli non si serve di linee inflettute, ma inoltre, avendo incontrato una proporzione discreta, la tratta come fosse continua; cosa che non soltanto doveva apparire assurda ad Eudosso, ma lo deve a chiunque sia anche solo un po' versato nella geometria (2).

Ammesso che Eudosso venisse a torto accusato di avere peccato contro la logica, rimane da sciogliere il quesito di determinare come egli procedesse per risolvere la questione delle

---

(1) Un altro modo di conciliare il biasimo di Eutocio con la considerazione in cui Eudosso è tenuto da tutti e in particolare da Eratostene, è di supporre col Reimer (l. c. p. 54) l'esistenza di due soluzioni del problema in questione, una geometrica esatta, l'altra meccanica e approssimata, la prima conosciuta da Eratostene e la seconda da Eutocio.

(2) Archimede ed. Heiberg III, p. 66.

due medie: ora per ciò non si ha alcun mezzo sicuro, non si può che formulare delle ipotesi; fra queste una è oltremodo seducente, lo è tanto che non possiamo resistere al desiderio di farne qui almeno un rapido cenno, (1). Il termine con cui sono designate le curve usate da Eudosso dà l'idea che esse fossero curve simmetriche rispetto ad un asse e aventi ciascuna un inflessione da ogni parte di quest'asse; tenuto conto del problema a cui trovavano applicazione, è naturale congetturare fossero curve di 4.° grado, analoghe alla cissoide ed alla concoide, simili di forma a quest'ultima ma aventi inflessioni più palesi. Si ricordi d'altronde che Eudosso, come discepolo di Archita, doveva conoscere la soluzione che questi aveva suggerito pel problema di Delo, doveva naturalmente cercare di perfezionarla rendendola eseguibile in pratica, per il che gli si offriva spontaneo l'espediente di ricondurla a costruzioni nel piano. Tale riduzione poteva ottenersi (cfr. n.° 52) servendosi delle projezioni sui piani dati dalle linee d'intersezione a due a due delle tre superficie ausiliarie nella soluzione di Archita; fra tali projezioni havvene forse taluna che possieda i caratteri generali che, come dicemmo, dovevano avere le curve di Eudosso? È facile vedere che la projezione dell'intersezione del cono del toro sul piano di base del cilindro ha per equazione polare:

$$\rho = \frac{b^2}{a \cos^2 \phi}$$

e soddisfa tutte le condizioni volute (2): la sua intersezione col cerchio base del cilindro dà la soluzione del problema. Ora

(1) Per quanto segue v. P. Tannery, *Sur les solutions du problème de Delos par Archytas et par Eudoxe* (Mém. de la Société des Sciences de Bordeaux, 2.e Série, t. II, 1878, p. 277-283). Cfr. Künssberg II, p. 52-56.

(2) Ritenendo le notazioni usate parlando di Archita (n.° 52), l'equazione cartesiana di questa curva sarebbe

$$y = \frac{x}{b^2} \sqrt{a^2 x^2 - b^4}.$$

dall' equazione precedente segue tosto che la curva può costruirsi per punti nel seguente modo semplicissimo: se (fig. 27ª) $AD = a, AB = b < a$ sono le due rette date e BE è perpendicolare ad AD, si conduca ad arbitrio per A una retta che incontri BE in G, si porti $AP = AG$ e s' innalzi da P la perpendicolare ad AD: il punto I ove essa incontra AG prolungata appartiene al luogo. I punti in cui questo taglia il circolo di diametro AD (la cui equazione polare è $\rho = a \cos \phi$) dànno subito una e quindi l' altra delle medie cercate. Si ha così una soluzione abbastanza semplice del problema di Delo la quale, con gli scarsi dati storici da noi posseduti, sembra quella godente maggiori diritti per essere ritenuta siccome quella di Eudosso.

Se a queste notizie intorno alle produzioni geometriche di Eudosso si unisce quella di essersi egli occupato delle proporzioni (cfr. n. 21), non si sarà ancora completata la collezione dei suoi contributi dati alla geometria; ma gli altri essendo stati da lui ottenuti nel mentre si occupava di astronomia verranno studiati nel Libro IV della presente opera.

Origine e primo stadio di sviluppo della teoria delle coniche: Menecmo ed Aristeo.

74. Il più famoso degli alunni di Eudosso, il membro più importante della Scuola di Cizico, è Menecmo (1), a cui si attribuisce la scoperta delle sezioni coniche e che fu uno dei successori del Cnidiano nella direzione di quella celebre scuola. È assai probabile, se non inconfutabilmente dimostrato, che lo scopritore delle sezioni coniche sia lo stesso Menecmo che Suida ed Eutocio dicono filosofo di Alopeconneso (città del Cherso-

(1) Oltre alle opere generali già citate si vegga l' articolo di Max C. P. Schmidt *Die Fragmente des Mathematikers Menaechmus* (Philologus XLII, 1884, p. 72-79).

neso Tracio) o di Proconneso (isola della Propontide) e vogliono autore di tre libri intorno alla *Repubblica* di Platone (1). Non vi è ragione di giudicare come assolutamente apocrifo un aneddoto che lo concerne riportato da Stobeo in base a una notizia del grammatico Sereno; esso consiste nella seguente risposta che sarebbe stata data ad Alessandro il quale chiedeva a Menecmo di essere istruito in poco tempo nella geometria: " o Re, sulla terra esistono delle vie private e delle vie reali, ma nella geometria vi è una sola strada per tutti " (2). Dal primo di questi dati emerge che Menecmo fu uno degli accademici; donde la ragione per cui taluno fece risalire alla scuola di Platone l' invenzione delle coniche, ma ciò non ci par conforme a giustizia dal momento che Proclo stesso (v. n. 3) fa Menecmo discepolo di Eudosso; dal secondo sembra risultare che Menecmo sia stato maestro di Alessandro Magno (3), ma tale induzione sgraziatamente non è confermata da alcuno.

75. Poche dunque ed incerte sono le notizie che abbiamo intorno alla vita di Menecmo; non molto più numerose e sicure sono quelle in nostro possesso che concernono la sua opera scientifica. Per merito di Proclo sappiamo che egli si occupò di *filosofia delle matematiche.* Anzitutto (4) rilevando il doppio signi-

---

(1) Quest' identificazione, proposta da T. H. Martin (*Theonis Smirnaei Platonici Liber de Astronomia*, Paris 1849, p. 59), fu accettata da Boeckh, Schiaparelli, Zeller, Allman e, con qualche riserva, dal Bretschneider, al quale noi ci associamo; essa fu respinta dallo Schmidt.

(2) La ragione per cui si dubita dell' autenticità di questo racconto è che uno simile viene attribuito ad Euclide e al re Tolomeo Evergete; a me pare però che, se esso deve venir posto in dubbio, è piuttosto nella sua forma più recente, non nella più antica e riflettente un matematico assai meno noto; tanto più che una terza volta esso ci si ripresenta avendo per personaggi Archimede e il re Gelone (v. Galileo Galilei nella prefazione a *Le operazioni del compasso geometrico et militare.* Ed. nazionale delle *Opere di G. Galilei,* t. II, Firenze 1891, p. 369).

(3) Conviene però distinguere il nostro matematico da Menecmo da Sicione storico delle gesta di Alessandro.

(4) Proclo-Taylor, I, 105.

ficato della parola *elemento,* avvertendo cioè che una proposizione dalla quale scaturisca una seconda funge da *elemento* rispetto a questa, ma che *elemento* è eziandio tutto che entra come ingrediente di un'altra (gli è appunto in questo secondo significato che fa d'uopo intendere il titolo del grande trattato di Euclide, il quale contiene i fondamenti di tutte le teorie matematiche). In secondo luogo (1) prendendo parte alle ingegnose ricerche (istituite dai seguaci di Platone, probabilmente dietro invito di questo), sulle mutue relazioni fra *problema* e *teorema,* e sostenendo che le proposizioni geometriche sono tutti problemi, ma si dividono in due categorie secondochè hanno per iscopo di condurre a qualche cosa di nuovo oppure di determinare che cosa sia un certo ente, o a quale specie appartenga, o quali qualità possieda, o quali siano le sue relazioni con altri ent conosciuti. Da ultimo (2) trattando l'importantissima questione dell'invertibilità di un teorema ed insegnando a' suoi famigliari le condizioni nelle quali essa è possibile.

76. Lo stesso commentatore ascrive a Menecmo la scoperta delle tre coniche (3) basandosi sull'asserzione contenuta in un verso di quell'epistola di Eratostene (4) la quale già ci apprese le origini favolose del problema di Delo (v. n. 42) e ci insegnò essere Menecmo uno dei più antichi risolutori di questo problema. Che la soluzione di Menecmo poggiasse sulla considerazione delle sezioni coniche, dice Proclo stesso nel suo commento al *Timeo* di Platone; in che cosa consista precisamente apprendiamo da Eutocio il quale l'espose sotto due forme diverse nel suo prezioso commento al II libro di Archimede *Su la sfera ed il cilindro,* dal quale estragghiamo quanto segue (5):

---

(1) Proclo-Taylor I, 105. Cfr. Heiberg. *Litterargeschitliche Studien über Euklid* (Leipzig 1882) p. 62-3.

(2) Proclo-Taylor, II, 56.

(3) Proclo-Taylor, I, 134.

(4) Archimede ed. Heiberg III, p. 112.

(5) Ivi, p. 92-98.

Sono date due rette A, E (fig, 28.ª). Bisogna cercare fra A e E due medie proporzionali. Supponiamo di averle trovate e siano B, Γ. Si immagini data di posizione una retta ΔH terminata in Δ e a partire da Δ si prenda su essa $\Delta Z = \Gamma$, si conduca la ΘZ perpendicolare a questa e si supponga $Z\Theta = B$. Ora essendo proporzionali le tre rette A, B, Γ avremo $A \times \Gamma = B^2$. Perciò il rettangolo compreso dalla retta A e dalla retta Γ ossia ΔZ eguaglia il quadrato della retta B cioè il quadrato della retta $Z\Theta$. Dunque il punto Θ sta in una parabola passante per Δ. Si conducano le parallele ΘK e ΔK. Essendo dato il rettangolo $B \times \Gamma$ (perchè è eguale al rettangolo $A \times E$), anche il rettangolo $K\Theta \times \Theta Z$ è dato. Quindi il punto Θ appartiene all' iperbola avente per asintoti $K\Delta, \Delta Z$. Il punto Θ è dunque dato; perciò anche il punto Z è dato.

Per conseguenza il problema si risolve così. Siano date le rette A, E e di posizione la retta ΔH terminata in Δ; per Δ si descriva una parabola avente per asse ΔH e per parametro A. Le perpendicolari condotte (dai punti della parabola) a ΔH sono lati di quadrati eguali ai rettangoli applicati ad A ed aventi per larghezza i segmenti intercetti da quelle perpendicolari su ΔH a partire da Δ. Sia $\Delta\Theta$ la parabola e ΔK perpendicolare a ΔH. Presi $K\Delta, \Delta Z$ come asintoti si descriva una iperbola tale che, condotte le parallele alle rette $K\Delta, \Delta Z$, esse formino un rettangolo eguale a $A \times E$. Si sechi con questa la parabola. Sia Θ l'intersezione; si conducano le perpendicolari $\Theta K, \Theta Z$. Ora essendo $\overline{Z\Theta}^2 = A \times \Delta Z$ sarà $A : Z\Theta = \Theta Z : \Delta Z$. Inoltre essendo $A \times E = \Theta Z \times Z\Delta$ sarà $A : Z\Theta = Z\Delta : E$. Ma si aveva $A : Z\Theta = \Theta Z : \Delta Z$, dunque sarà $A : Z\Theta = \Theta Z : Z\Delta = Z\Delta : E$. Facendo adunque $B = \Theta Z$ e $\Gamma = \Delta Z$, si avrà $A : B = B : \Gamma = \Gamma : E$, cioè A, B, Γ, E saranno in proporzione continua, il che appunto volevasi ottenere.

Altrimenti.

Siano date due linee $AB, B\Gamma$ fra loro perpendicolari (fig. 29.ª). Fra di esse siano medie $\Delta B, BE$, onde si abbia $\Gamma B : B\Delta = B\Delta : BE = BE : BA$. Essendo pertanto $\Gamma B : B\Delta = \Delta B : BE$, il rettangolo $\Gamma B \times BE$, cioè il rettangolo della retta data e di BE, è eguale a $\overline{B\Delta}^2$ ossia a $\overline{EZ}^2$ Essendo dunque il rettangolo di una retta data e di BE eguale a $\overline{EZ}^2$, il punto Z apparterrà ad una parabola avente per asse BE. Inoltre essendo $AB : BE = BE : B\Delta$, il rettangolo $AB \times B\Delta$, cioè il rettangolo di una retta data e di $B\Delta$, sarà eguale a $\overline{EB}^2$, cioè a $\overline{\Delta Z}^2$. Quindi il punto Z appartiene ad una parabola avente per asse $B\Delta$. Ma appartiene anche a una parabola (di asse) BE. Perciò esso punto Z è dato. E le linee $Z\Delta, ZE$ sono perpendicolari (rispettivamente a BA e $B\Gamma$) Dunque sono dati i punti Δ, E.

Il problema adunque risolvesi come segue. Date due rette fra loro perpendicolari $AB, B\Gamma$ si prolunghino indefinitamente oltre B. Si descriva una parabola di asse BE e parametro $B\Gamma$; poi una seconda di asse ΔB e parametro AB. Le due parabole si taglino in Z e da Z si conducano le perpendicolari $Z\Delta, ZE$. Essendo allora ZE cioè ΔB una ordinata di parabola sarà $\Gamma B \times BE = \overline{B\Delta}^2$ onde $\Gamma B : B\Delta = \Delta B : BE$. Inoltre essendo ZD cioè BE una ordinata di parabola sarà $\Delta B \times BA = \overline{EB}^2$ epperò $\Delta B : BE = BE : BA$. Ma si aveva

prima $\Delta B : BE = \Gamma B : B\Delta$, perciò $\Gamma B : B\Delta = \Delta B : BE = EB : BA$. Come bisognava ottenere (1).

La parabola si descrive poi mediante il διαβήτης (2) inventato dal nostro maestro Isidiro da Mileto meccanico e da lui descritto nel commento che compose alle χαμαρικά (arte di costruire gli archi) di Erone.

77. I passi citati riferiscono o da chi furono trovate le coniche o in qual modo queste curve siano state applicate alla inserzione di due medie proporzionali fra due rette date, ma non ci dànno alcuna indicazione intorno alla via che menò alla scoperta di queste curve. Qualche notizia a questo proposito viene fornita da Gemino in un passo che Eutocio conservò nel suo commento al I Libro delle *Coniche* di Apollonio: ivi infatti si legge ciò che segue (3):

Ma quello che riferisce Gemino è vero, che cioè gli antichi, definito il cono come generato dalla rotazione di un triangolo rettangolo attorno a uno de' suoi cateti, supposero, non solo, come è naturale, che tutti i coni fossero retti, ma che in ciascuno esistesse una sola sezione, cioè nel rettangolo quella che oggi si chiama parabola, nell' ottusangolo l' iperbola e nell' acutangolo l' ellisse. Questa è l' origine dei nomi con cui troviamo queste curve designate da essi. Ora gli antichi, come dimostravano il teorema dei due retti a parte per ogni specie di triangoli, prima per l' equilatero, poi per l' isoscele e finalmente per lo scaleno, mentre i moderni dimostrano il teorema generale « gli angoli interni di un triangolo sono insieme eguali a due retti »; così considerarono delle coniche la sezione del cono rettangolo esclusivamente nel cono rettangolo conducendo il piano segante segante sempre perpendicolare a un lato del cono, mentre la sezione del cono ottusangolo ottenevano nel cono ottusangolo, e la sezione del cono acutangolo nell' acutangolo, conducendo sempre i piani seganti perpendicolarmente ai lati del cono. Donde hanno evidentemente origine gli antichi nomi delle coniche. Ma più tardi Apollonio di Perga dimostrò con tutta generalità che in qualunque cono, retto od obbliquo, nascono tutte le sezioni, a seconda del modo in cui conducesi il piano segante. I suoi contemporanei, meravigliati, per l' entità delle proprietà che egli scoperse nelle sezioni

---

(1) Strumento di forma simile alla lettera greca λ.

(2) Bretschneider (l. c. p. 161) pensava che Eutocio abbia riprodotto nel passo citato le parole stesse di Menecmo, solo adoperando le moderne denominazioni per le coniche; ma l' Allman (p. 165-6) combattè questa tesi con buoni argomenti.

(3) Apollonio, *Opera* ed. Halley, p. 9.

del cono lo dissero il *grande* geometra. Ciò dunque vien riferito da Gemino nel sesto libro della sua μαθημάτων θεωρία ».

78. Compendiando in poche frasi le informazioni somministrate da questi frammenti (informazioni di cui non ci sentiamo in diritto di mettere in dubbio l'attendibilità (1)) noi vediamo: 1.° che Menecmo ha scoperto le tre sezioni coniche (donde il nome di *triadi di Menecmo* con cui gli antichi designavano queste celebri curve), 2.° che della parabola e dell'iperbola egli conobbe così bene le proprietà espresse dalle notissime equazioni $y^2 = px$ e $xy = k^2$ da sfruttarle per ottenere due soluzioni del problema di Delo così eleganti che di pochissimo bisogna trasformarle per farle arrivare all' apice della semplicità (2), 3.° che gli antichi ottenevano le tre specie di coniche tagliando un cono retto soltanto con piani perpendicolari ad una sua generatrice.

Ora per formare con questi tre dati un tutto organico, donde emerga una chiara idea del modo in cui si giunse a scoprire le proprietà più essenziali delle coniche e l'applicabilità di esse alla soluzione del problema di Delo, si è forzati ad introdurre qualche elemento ipotetico. Bisogna anzitutto decidere se fu il problema di Delo che portò allo studio delle coniche o se, studiando le proprietà di queste, si avvertì la loro applicabilità a quel problema; al primo partito si appigliò Zeuthen (3), e al secondo il Bretschneider (4) e quindi Allman (5).

Scegliendo il primo punto di partenza, si osserva come Ippocrate riducesse il problema di Delo (usando per semplicità il linguaggio moderno) alla ricerca di due linee x, y tali che

---

(1) Come fa il Tannery (*Géom. grecque*, p. 77), il quale sembra titubante ad ammettere che le soluzioni riportate appartengano realmente a Menecmo.

(2) Si allude quì alla possibilità di risolvere il problema di Delo con una sola conica, combinata ad una circonferenza.

(3) Zeuthen, *Die Lehre der Kegelschnitte im Altherthum* (Kopenhagen 1886) p. 455-469.

(4) Op. cit. p. 56-9.

(5) Op. cit. p. 166-9.

si avesse $a : x = x : y = y : b$, a e b essendo le rette date. Ora quest'equazione a tre membri equivale a due delle seguenti $ay = x^2$, $bx = y^2$, $xy = ab$; se si combina l'ultima con una delle precedenti e s'interpretano x, y come coordinate cartesiane di un punto nel piano, si arriva alla prima delle soluzioni di Menecmo, mentre se si combinano le due prime si arriva alla seconda. Bisogna però, per concludere come il geometra greco, sapere che la curva $ay = x^2$ può ottenersi come sezione di un cono rettangolo e la $xy = ab$ come sezione di un cono ottusangolo; l'arrivare a queste conclusioni esige uno sforzo intellettuale assai considerevole, anche dopo avere riconosciuto che quelle linee non sono rette nè circolari, anche ammettendo che fin dai tempi di Democrito fosse stato inaugurato lo studio delle sezioni del cono (v. n. 35) (1) e che l'ellisse fosse già nota come sezione di un cilindro retto (2).

Meno gravi ostacoli s'incontrano scegliendo il secondo punto di partenza, chè allora tutta la difficoltà si riduce a mostrare come, partendo dalle definizioni delle coniche riferite da Gemino, si potessero ottenere le proprietà della parabola e dell'iperbola adoperate nella soluzione di Menecmo. Ora il Bretschneider ha osservato che quella proprietà della parabola doveva presentarsi spontaneamente come generalizzazione del teorema " la perpendicolare a un diametro di un cerchio è media proporzionale fra i segmenti del diametro ", e può dimostrarsi con

---

(1) Cfr. Cantor *Vorlesungen*, I, p. 211.

(2) Zeuthen l. c. p. 467.

Sembra che C. Taylor, nell'articolo intitolato *The discovery and the geometrical treatment of the conic sections* (Association for the Improvement of Geometrical Teaching, X General Report, 1884, p. 43-55), non abbia tenuto abbastanza conto di quanto riferisce Gemino (v. sopra). Egli infatti ammette che la parabola e l'iperbola equilatera venissero scoperte da Menecmo come curve risolutrici del problema di Delo, e definite in conseguenza nel piano mediante le loro equazioni; l'ellisse sarebbe stata introdotta più tardi: in ciò il citato geometra trova la ragione dell'essere in Apollonio le coniche enumerate e studiate sempre nell'ordine: *parabola, iperbola, ellisse.*

un ragionamento il quale presumibilmente non eccede le forze di un geometra del valore di Menecmo, e che, lievemente modificato, mena alle analoghe proprietà delle altre due coniche. Ottenuta così (come si direbbe oggi) l'equazione dell'iperbola riferita all'asse e a una tangente nel vertice, si può ottenere agevolmente (tanto più quando si tratti soltanto di un'iperbola equilatera) l'equazione riferita agli assi e quindi agli asintoti (bisettrici degli angoli degli assi).

Lasciando il lettore arbitro della scelta fra queste due spiegazioni, osserveremo: 1.° che da quanto precede non risulta che Menecmo conoscesse la proprietà caratteristica degli asintoti dell'iperbola, giacchè questi compajono nella sua soluzione unicamente come certe rette ausiliari; 2.° che non sappiamo in qual modo egli ottenesse nel piano le curve da lui usate; le costruiva per punti? o col mezzo di un meccanismo? o secando effettivamente un cono materiale? (1). La frase di Eutocio (che fra i risolutori del problema di Delo, il solo Menecmo era capace forse di eseguire e con fatica la sua soluzione (2)) è così vaga e indeterminata, che non porge il mezzo di risolvere definitivamente queste interessanti problemi storici.

79. L'esistenza di un così grande numero di questioni relative a Menecmo, che, benchè importanti, rimangono irrisolute, dipende in gran parte dal fatto che tutte le sue opere (anche quelle che gli procacciarono la fama di valente astronomo) sono andate completamente ed irremissibilmente perdute, tanto che non sappiamo nemmeno quante fossero queste e di che cosa trattassero. È lecito però congetturare che nessuna trattasse *ex professo* delle coniche, dal momento che non è Menecmo colui che viene designato come autore della esposizione delle proprietà di queste curve anteriore a quella che vedremo (nel Libro seguente) attribuita ad Euclide, ma sibbene un Ari-

---

(1) Ipotesi di P. Tannery (*Géom. grecque*, p. 80).

(2) Cfr. n.° 42.

steo il Vecchio (1) (Ἀριβταῖος ὁ πρεσβύτερος). Di qual valore fosse questo geometra emerge dalle parole con cui comincia la prefazione al VII Libro della *Collezione* di Pappo; ivi infatti si legge:

Quello che si denomina ὁ ἀναλυόμενος τόπος è, per dirlo in breve, una certa materia speciale preparata per quelli che, avendo percorso gli elementi, desiderano acquistare la facoltà di risolvere i problemi loro proposti relativi alla costruzione di linee; ed è utile unicamente per questo scopo. Essa fu trattata da tre persone, cioè da Euclide, autore degli *Elementi*, Apollonio di Perga e Aristeo il Vecchio, e procede col metodo di analisi e sintesi (2).

L'opera più cospicua di Aristeo sembra essere stata una *sui luoghi solidi* (3), ancora esistente a' tempi di Pappo, e che fungeva da complemento alla teoria delle coniche; Aristeo pubblicò poi per la prima volta cinque libri *sulle coniche* " scritti succintamente ad uso dei già provetti ", ove introdusse per le coniche i nomi di *sezione del cono rettangolo, sezione del cono ottusangolo* e *sezione del cono acutangolo* (4), perchè non avvertì l'esistenza in ogni cono di tutte le specie di coniche (5): da queste opere di Aristeo trasse gran profitto Euclide nel trattare la teoria di queste famose curve (6). — Tali informazioni, che si attingono tutte alla *Collezione matematica,* non tutte provengono da Pappo, ma alcune da scoliasti posteriori (7); onde si è cre-

(1) Ha esistito un Aristeo *il Giovane?* Fu desso un matematico?

Mettiamo in guardia il lettore di non cader nell'errore, che altri commise, di identificare Aristeo il Vecchio con il genero e successore di Pitagora; chè da quanto segue risulta essere il nostro Aristeo anteriore di Euclide soltanto per circa un trentennio.

Riguardo al nostro Aristeo si vegga la prefazione a *De Locis solidis secunda divinatio geometrica in quinque libros iniuria temporum amissos Aristaei Senioris geometrae, auctore Vincentio Viviani* (Florentiae, 1701), opera di cui ci occuperemo nell'*Appendice II.*

(2) Pappo, ed Hultsch, p. 634.

(3) Cfr. l. c. p. 56.

(4) Ib. p. 672. Tale merito è revocato in dubbio dallo Zeuthen (l. c. p. 468-9).

(5) Pappo, ed. Hultsch, p. 674.

(6) Ib. p. 676.

(7) Veggasi l'ed. citata.

duto che alcune di esse non fossero accettabili, e si concluse in conseguenza che Aristeo non scrisse sulle coniche, ma soltanto sui luoghi solidi (1): tale tesi sostenuta con argomenti filologici, con argomenti filologici venne vigorosamente combattuta (2), e d'altronde la soluzione di essa non sembra possedere una decisiva importanza storica dal momento che delle opere di Aristeo, fossero esse in cinque od in dieci libri, non è rimasta alcuna vestigia sicura. Neppure i temi ivi trattati si possono ritenere noti, a meno che non si accettino come degne di fede assoluta delle informazioni d'ignota provenienza offerte da un celebre geometra (3), o un'ipotesi di recente formulata (4), o finalmente non si consideri come divinazione riuscita il tentativo che il Viviani fece di restituire i *Luoghi solidi* del nostro geometra (5).

80. Si suole dagli storici ammettere che il geometra di cui ci stiamo occupando sia lo stesso che — come rilevò per primo P. Ramus (6) — viene citato da Ipsicle (geometra del periodo seguente quello di cui ci tratteniamo ora) nell'opera volgarmente conosciuta come *XIV Libro degli Elementi di Euclide;* ma questa identificazione è ben lungi dal possedere una solida base. Infatti Ipsicle, riguardo al teorema: " Lo stesso circolo è circoscritto al pentagono del dodecaedro ed al triangolo dell'icosaedro in-

---

(1) Heiberg, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid.* p. 85.

(2) Allman, l. c. p. 200-201.

(3) « Le second livre » (delle *Coniche* di Mydorge) « est destiné à la description des coniques par points, sur le plan; objet dont Apollonius ne s'était pas occupé, mais qui avait dû être compris dans les *Lieux solides* d'Aristée; car cet ouvrage traitait des coniques considérées dans le plan, et devait rouler sur celles de leurs propriétés qui ne font point partie des *Éléments des coniques* d'Apollonius, puisque Aristée lui-même avait écrit un pareil traité, différent de ses *Lieux solides* ». Chasles, *Ap. hist,* 2.e ed. 1875, p. 89.

(4) Alludiamo all'opinione dello Zeuthen (op. cit. 469) che Aristeo trattasse ne' *Luoghi solidi* delle coniche, come luoghi di punti nel piano, opinione che a noi sembra abbastanza conforme ai dati di Pappo epperò accettabile; cfr. anche l'*Appendice II* al presente Libro.

(5) Cfr. la citata *Appendice II.*

(6) Cfr. Chasles l. c. p. 513-514.

scritti nella stessa sfera „, osserva " Ciò fu esposto da Aristeo nel libro intitolato *Confronto dei cinque solidi* e poi da Apollonio nella seconda edizione del suo *Confronto dell'icosaedro e del dodecaedro* (1) „, senza aggiungere nulla che autorizzi a concludere che ivi parlasse dell' autore dei *Luoghi solidi*. Tenuto poi conto dell' incertezza che regna intorno all' epoca in cui visse Ipsicle, ci sembra non potersi concludere di sicuro altro che l' Aristeo da questi citato fu un geometra anteriore ad Apollonio. Quanto alla sua opera sui poliedri, tracce sicure di essa non si trovano che nel citato scritto di Ipsicle; tuttavia non ci sembrano prive di verosimiglianza le congetture che il XIII Libro degli *Elementi* sia un parziale riassunto del lavoro di Aristeo (2) e che (3) da questo sia tolta altresì l' iscrizione dei poliedri regolari in una sfera esposta da Pappo nel III Libro della *Collezione* (4): ma l' industriarsi a persuadere della verità di queste tesi, col segnalare le proposizioni invocate nella dimostrazione che conosciamo del teorema di Aristeo (5), non ci sembra metodo rigoroso e concludente, dal momento che Ipsicle ivi si atteggia piuttosto ad autore che ad espositore di cose altrui (6), sicchè nulla autorizza a considerare quella dimostrazione come produzione di Aristeo.

Forza è pertanto concludere che la personalità e le opere dell' Aristeo di Ipsicle sono oscure ed incerte non meno di quelle di Aristeo il Vecchio, onde, in particolare, nulla costringe a identificare l' uno con l' altro.

---

(1) *Euclidis Opera omnia*, ed. Heiberg e Menge, Vol. V (1888) p. 6.

(2) Bretschneider, l. c. p. 171.

(3) P. Tannery. *L' arithmétique des Grecs dans Pappus*. (*Mém. de la Soc. de Bordeaux*, 2.e Serie, t. III, 1880, p. 351); e con maggiori riserve *Géom. grécque*, p. 159.

(4) Ed. cit. p. 142 e seg.

(5) Allman, l. c. p. 201-2.

(6) Cfr. il Cap. su Ipsicle nel Libro II.

Dinostrato.

81. Se l'autore dei *Luoghi solidi* è legato a Menecmo da parentela intellettuale, per consanguineità è connesso a questo il geometra Dinostrato che vien detto fratello di Menecmo (1). Dei perfezionamenti di cui ad esso è debitrice la geometria (l'esistenza dei quali viene attestata da Proclo in un passo a noi noto (2)), uno solo è giunto fino a noi; ne è fatta menzione in un brano della *Collezione* di Pappo del quale già riferimmo la parte che concerne la generazione della quadratrice di Ippia (v. n. 38), mentre la parte che concerne l'applicazione di questa curva alla quadratura del circolo merita qui un posto (3):

Se (fig. 30) $\alpha\beta\gamma\delta$ è un quadrato e sono descritte la circonferenza $\beta\varepsilon\delta$ di centro γ e la quadratrice $\beta\eta\vartheta$ nel modo più sopra indicato, si dimostra che il quadrante circolare $\beta\varepsilon\delta$ sta alla retta $\beta\gamma$, come la retta $\beta\gamma$ sta a $\gamma\vartheta$. Infatti, se ciò non accade, il quadrante circolare $\beta\varepsilon\delta$ starà alla retta $\beta\gamma$, come $\beta\gamma$ sta ad una retta maggiore o minore di $\gamma\vartheta$. Stia dapprima, se è possibile, ad una maggiore, ad esempio $\gamma\varkappa$; si descriva una circonferenza $\zeta\eta\varkappa$ di centro γ, la quale sechi la quadratrice nel punto η (*a*) (4); si conduca la perpendicolare $\eta\lambda$ e, condotta $\gamma\eta$, la si prolunghi finchè incontri in ε la circonferenza $\beta\varepsilon\delta$. Ora, poichè per ipotesi l'arco $\beta\varepsilon\delta$ sta a $\beta\gamma$ come $\beta\gamma$ cioè $\gamma\delta$ a $\gamma\varkappa$ e come il quadrante $\beta\varepsilon\delta$ sta al quadrante $\zeta\eta\varkappa$ (perchè due circonferenze stanno fra loro come i diametri (α)), così è chiaro che il quadrante $\zeta\eta\varkappa$ è eguale alla retta $\beta\gamma$. E siccome, in causa della proprietà della quadratrice (γ) gli archi $\beta\varepsilon\delta$ e $\varepsilon\delta$ staranno fra loro come le rette $\beta\gamma$, $\eta\lambda$, così anche gli archi $\zeta\eta\varkappa$ e $\eta\varkappa$ stanno fra loro come le rette $\beta\gamma$, $\eta\lambda$ (β). Ma dimostrammo eguali la retta $\beta\gamma$ e l'arco $\zeta\eta\varkappa$; dunque l'arco $\eta\varkappa$ è eguale alla retta $\eta\lambda$, il che è assurdo (*b*). Dunque l'arco $\beta\varepsilon\delta$ sta alla retta $\beta\gamma$ non come $\beta\gamma$ sta ad una retta maggiore di $\gamma\vartheta$.

Ma nego anche che ciò si verifichi per una retta minore. Accada infatti, se è possibile, per $\gamma\varkappa$ (fig. 31); col centro in γ si descriva la circonferenza $\zeta\mu\varkappa$ e da $\varkappa$ si conduca $\varkappa\eta$ perpendicolare a $\gamma\delta$ la quale sechi la quadratrice in η,

---

(1) Dinostrato visse dunque nel IV Sec. a. C.; egli viene ascritto fra i membri della scuola di Cizico.

(2) V. n. 3.

(3) Pappo, ed. Hultsch, p. 256-8.

(4) Le lettere in parentesi servono a indicare, come in casi analoghi, i luoghi ove sono adoperate le proposizioni che fra poco enumereremo.

e condotta $\gamma\eta$ la si prolunghi in ε. In modo simile al precedente si dimostra che il quadrante $\zeta\mu\varkappa$ è eguale alla retta $\beta\gamma$ e che gli archi $\beta\varepsilon\delta$ e $\varepsilon\delta$ ossia gli archi $\zeta\mu\varkappa$ e $\gamma\varkappa$ stanno fra loro come le rette $\beta\gamma$ e $\eta\varkappa$. Da ciò segue che l'arco $\mu\varkappa$ è eguale alla retta $\varkappa\eta$, ciò che pure è assurdo (c). Dunque l'arco $\beta\varepsilon\delta$ sta alla retta $\beta\gamma$ non come $\beta\gamma$ sta ad una retta minore di $\gamma\vartheta$. Ma neppure ad una maggiore, come dimostrammo; dunque come alla retta $\gamma\vartheta$ stessa.

Da questo risulta inoltre che, se si determina la terza proporzionale rispetto alle rette $\vartheta\gamma$, $\gamma\beta$, si ottiene l'arco $\beta\varepsilon\delta$, il cui quadruplo eguaglia l'intera circonferenza. E si ottiene così una retta eguale alla circonferenza.

Si può poi costruire facilmente un quadrato eguale al circolo; giacchè il rettangolo avente per lati la periferia del circolo ed il raggio è doppio del circolo, come ha dimostrato Archimede.

Prescindendo da questi due ultimi periodi, evidentemente dovuti a Pappo, nulla vieta di supporre che la parte rimanente del brano riportato contenga il ragionamento originale di Dinostrato: ammesso ciò, si avrebbe ivi il più antico esempio autentico di una dimostrazione per assurdo (1). Fa però mestieri ricordare che l'irrazionalità della diagonale rispetto al lato di un quadrato venne dimostrata da Pitagora — se si presta fede alle asserzioni di Aristotele — con un argomentazione fondata sull'impossibilità che un numero sia ad un tempo pari e dispari; il ragionamento di Pitagora sarebbe dunque quello stesso che si legge nell'ultima proposizione del X Libro degli *Elementi di Euclide* e le prime tracce del suddetto metodo di dimostrazione si dovrebbe far risalire all'epoca in cui fioriva la Scuola di Crotone (2). — Si noti inoltre che i teoremi invocati nella dimostrazione di Dinostrato sono i seguenti: (α) le periferie di due circoli stanno fra loro come i rispettivi diametri; (β) gli archi sottesi in due circoli concentrici da angoli eguali stanno fra loro come i raggi dei circoli stessi; (γ) in circoli eguali due angoli stanno fra loro come gli archi da essi sottesi. Non meno importante è il rilevare come ivi venga assunto come evidente senza bisogno di dimostrazione che (a) il qua-

---

(1) Cantor, I, p. 213.
(2) Allman, l. c. p. 43.

drante circolare $\zeta\eta\varkappa$ (fig. 29) tagli la quadratrice e che — usando il linguaggio moderno — ogni arco minore di un quadrante (*b*) è maggiore del suo seno e (*c*) minore della sua tangente; la qual cosa fa pensare che al tempo di Dinostrato le proprietà geometriche non venissero ancora dimostrate con quel perfetto rigore che giustamente si ammira nel periodo greco-alessandrino.

Pappo dice che Dinostrato si servì della quadratrice per *quadrare il circolo,* ma in realtà quanto egli espone induce a credere che il ragionamento di Dinostrato tendesse unicamente a *rettificare la circonferenza;* vero è che il passaggio dall' un problema all' altro si opera facilmente mediante il teorema di Archimede citato da Pappo nella chiusa del passo surriferito (1); ora questo teorema era forse noto prima che il Siracusano lo dimostrasse rigorosamente? La cosa è probabile, come non è impossibile che Dinostrato ne accettasse la verità senza discuterla, come fece per altri teoremi (v. sopra). Ove si neghi a Dinostrato la conoscenza di quel teorema, non rimane altro che supporre avere questi parlato soltanto di rettificazione e Pappo aggiunto di suo quanto concerne la quadratura; in tal caso Dinostrato avrebbe per primo fra i Greci (2) affrontato, in un caso speciale, il problema importantissimo della rettificazione di una curva.

Riguardo poi al valore del metodo di rettificazione proposto, è forza riconoscere che esso è esclusivamente teorico; la proprietà della quadratrice avvertita da Dinostrato è indubbiamente notevole, ma per poterla utilizzare in pratica, bisognerebbe sapere descrivere la curva con movimento continuo; fino a che non si sappia che costruirla per punti, per determinarne l' intersezione colla base del quadrato ausiliario bisogna già conoscere una retta lunga quanto un quadrante, cioè avere risolto appunto il problema che volevasi sciogliere coll' ajuto

(1) Questo teorema funge quasi da lemma nella *Misura del cerchio* (cfr. il Libro seguente).

(2) Cfr. l' *Appendice I* al presente Libro, donde si rileva che questa questione venne trattata altrove prima.

della curva di Ippia. Le obbiezioni mosse dal geometra Sporo (1) e riportate da Pappo al metodo suggerito da Dinostrato per risolvere il problema della quadratura del circolo, hanno dunque una certa base di verità (2).

---

82. Menecmo, Dinostrato ed Aristeo formano la retroguardia della schiera dei geometri greci precursori di Euclide. Intorno alle loro persone e alle loro opere, non meno che intorno a quanto concerne coloro che li precedettero, si avvolge un fitto velo, il quale fa sì che di tutta la geometria greca pre-euclidea siano mal sicuri i contorni e sbiadite le tinte. Tuttavia un esame attento di quanto racchiudono le pagine precedenti consente di formarsi un concetto generale abbastanza preciso del periodo ora studiato, sufficiente almeno a misurare e valutare le cognizioni geometriche che si avevano prima di Euclide, a sradicare in conseguenza il pregiudizio che gli *Elementi* del grande insegnante alessandrino siano opera completamente originale.

Infatti, tale esame rivela l'esistenza di un uomo e di una scuola — Talete e la Scuola jonica — donde proviene il bagliore antelucano che annunzia l'alba della matematica greca. A Talete si deve il trasporto in Europa dei germi delle scienze esatte ed i primi tentativi di coltivarle; e se ai suoi seguaci non siamo debitori di qualche importante scoperta matematica gli è che la di lui tendenza alle ricerche fisiche si accentua siffattamente ne' suoi discepoli e continuatori da far porre da essi in non cale le investigazioni di matematica pura (3).

---

(1) Intorno ad esso, si vegga il Libro III.

(2) Bretschneider (p. 96) sembra pensare l'opposto.

(3) Colgo l'opportunità che quì mi si offre per completare le notizie intorno all'eclisse di Talete (v. n.° 6) rilevando che recenti scoperte di Assirologi fanno inclinare P. Tannery a ritenere il 585 a. C. come la data più probabile di essa; lo si apprende dalle *Leçons sur les origines de la science grecque par* G. Milhaud (Paris, 1893; p. 66 nota), uscite durante la stampa del presente lavoro.

Ma, scomparsa la setta dei fisici Jonii, appare un altro uomo e vengono gettate le basi di un' altra scuola — Pitagora e la Scuola italica — nella quale sembra ragionevole collocare le scaturigini del maestoso fiume delle investigazioni geometriche. Ivi con lo sviluppo della dottrina dei rapporti e delle proporzioni, lo studio dei problemi di applicazione delle aree e l'introduzione delle quantità irrazionali, vengono approntati gli strumenti che magistralmente usarono Euclide ed Apollonio e ai quali deve sempre chiedere ajuto chiunque voglia seguire le luminose loro traccie. Lo sfacelo della comunità pitagorica non spegne l'entusiasmo per la matematica negli ammiratori e seguaci del filosofo di Samo: tanto vero che noi troviamo in Ippocrate da Chio e Archita da Taranto, tardi discepoli di Pitagora, due strenui combattenti per la ricerca del vero geometrico. Nè le altre sette filosofiche, che da poi pullularono in Grecia, stettero indifferenti al progresso delle scienze esatte: lo dimostra quanto sappiamo intorno a Zenone e Democrito, ad Anassagora ed Ippia, a Platone e Aristotele, e alla falange di studiosi che da questi vennero istruiti o diretti.

Grazie al concorso di tanti ed elevati ingegni, vengono gettate così solide basi dell' edificio geometrico, che parecchi credono giunto l' istante di organizzare in un corpo di dottrina i risultati delle investigazioni compiute; vengono inoltre studiati a fondo i tre importanti problemi della quadratura del circolo (1) della duplicazione del cubo, e della trisezione dell'angolo (2), e ciò porge l' occasione per aggiungere alla linea retta e alla circonferenza altre linee più complicate, piane e a doppia curvatura; sono poi determinate le proprietà e fatte delle notevoli

---

(1) Quanto presto sia divenuta famosa questa questione è dimostrato dal fatto che Aristofane, nel 414 a. C. rappresentò negli *Uccelli* il celebre astronomo Metone nell'atto di porgerne una pretesa soluzione.

(2) Come si sa, questi due ultimi abbracciano la trattazione geometrica di tutte le equazioni determinate del terzo grado.

applicazioni di quelle celebri curve che Keplero doveva più tardi ravvisare come le trajettorie degli astri; e il concetto d'*infinito* fa timidamente il suo ingresso nella matematica, ove era destinato ad occupare ben presto una posizione di eccezionale importanza.

Nello stesso tempo anche i metodi di ricerca e di esposizione delle verità geometriche vengono fatti oggetto di studio; si arrivava così al *metodo di riduzione* dovuto ad Ippocrate, al *metodo analitico* formulato da Platone, al *metodo di esaustione* così brillantemente applicato da Eudosso. D'altra parte, coll'introduzione del diorisma, Leone segnala un'importante complemento che esige la soluzione di ogni problema, mentre, colla determinazione delle condizioni d'invertibilità di un teorema, Menecmo porge un mezzo potente per fare scaturire delle proposizioni da altre. Di più la logica, che da tanti intimi legami è congiunta alla matematica, subisce potenti impulsi dalla dialettica, dalla sofistica e dall'insegnamento di Socrate, e riceve in conseguenza tali perfezionamenti che Aristotele crede giunto il momento di esporne i canoni in un'opera destinata a rimanere classica per lungo volgere di secoli.

Se si aggiunge che l'insegnamento dei sofisti spargeva per la Grecia tutta le nozioni scientifiche; che da tempo era stata vinta l'innata avversione dei Greci verso la scrittura, con la quale sembrava loro un tempo che la parola irrigidisse; che le opere scritte, le quali si cominciarono a raccogliere ad Atene (1) sotto l'arcontato di Euclide, furono da poi serbate con religiosa cura e notevolmente accresciute per merito specialmente di Euripide ed Aristotele talchè offrivano probabilmente, prima della caduta dell'indipendenza greca, un ricco materiale a chiunque aspirasse a dedicarsi alla scienza; che finalmente il commercio librario era venuto tanto in voga durante la guerra del Pe-

(1) Si vuole anche che una vistosa biblioteca costituisse una delle principali ricchezze di Policrate, tiranno di Samo nel VI Sec. a. C.

loponneso che era sorto un numeroso ceto di amanuensi e librai, provveditori discreti del mercato librario d'Atene: si vedrà che tutto sembrava cospirare a che sorgesse un periodo di singolare floridezza per la scienza in genere e per la geometria in ispecie. Questo periodo non si fece attendere; esso cade nell' epoca greco-alessandrina, e, per l' analogia che offre col tempo in cui le lettere latine raggiunsero la loro massima perfezione, vien da noi riguardato come *il periodo aureo della geometria greca*. Lo studio delle opere che ad esso appartengono è appunto l' oggetto del Libro seguente.

APPENDICE I.

Cenno delle ricerche geometriche compiute nell' antichità da gli Egiziani ed i Babilonesi.

Affinchè il lettore possa facilmente valutare l' elemento esotico esistente nella geometria greca, crediamo opportuno riassumere brevemente i contributi recati alla scienza dell' estensione dai popoli che precorsero i Greci nella via della civiltà. Non parleremo però degli Etruschi in primo luogo perchè le notizie sul sapere geometrico di un popolo il cui linguaggio è tuttora un enigma per i filologi sono, se non nulle, certamente infinitesime e in secondo luogo perchè sembra che essi non abbiano esercitata qualche influenza che sui Romani, i quali furono da essi avviati e diretti alle ricerche geodetiche. Se altrettanto facciamo per gl' Indiani gli è che, non potendosi con esattezza determinare le origini delle fonti di notizie che sono a nostra disposizione, nulla autorizza a parlare di una geometria indiana più antica della geometria greca (1). E in modo non dissimile ci comporteremo rispetto ai Cinesi, perchè, chi assicura che le cognizioni geometriche da essi possedute (del resto assai scarse) non siano state importate dal di fuori e poi considerate come proprietà nazionale da un popolo il cui orgoglio era tale che si vantava di essere giunto nella più remota antichità a ritrovati a cui gli altri popoli giunsero a mala pena in tempi a noi vicini?

1. Diremo anzitutto di quanto si fece sulle rive del Nilo, perchè l' Egiziano è il popolo a cui gli Elleni maggiormente si dichiaravano e sono più intellettualmente collegati.

(1) Cantor, *Vorlesungen*, I. p. 541.

Erodoto, che viaggiò in Egitto verso il 460 a. C., asserisce che la geometria ebbe origine in quel paese allorquando il re Sesostri divise tutte le terre in parti eguali fra' suoi sudditi, mentre, verso il 393, Isocrate accertava che lo studio della geometria veniva raccomandato ai giovani egiziani. In senso non dissimile da Erodoto si esprimono Platone ed Aristotele, Diodoro Siculo, Erone Alessandrino e Strabone. Anzi Diodoro, per vantare la propria abilità geometrica, non trova di meglio che asserire: " Nel costruire delle linee in base alle conclusioni tratte dalle ipotesi, nessuno mi ha sorpassato, neppure i cosidetti Αρπεδονάπαι degli Egiziani "; chi fossero questi arpedonatti, non si sa, ma è assai verosimile l' ingegnosissima ipotesi di M. Cantor (1), secondo la quale il loro nome (tenditori di corde) avrebbe origine dell' essere loro principale ufficio quello di costruire in pratica degli angoli retti collo stendere a forma di triangolo rettangolo una corda divisa in tre parti aventi lunghezze rispettivamente eguali a 3, 4, 5 misure lineari (2).

L' origine pratica assegnata alla geometria da Erodoto, questa speciale operazione e l' esistenza in Egitto di colossali opere architettoniche ed idrauliche, fanno sospettare che la geometria degli Egiziani avesse una spiccata tendenza alle applicazioni. Ora questo sospetto, se non si cambia in certezza, si rafforza però assai esaminando l' unico documento scritto che intorno ad essa possediamo. Infatti il *Papiro Rhind*, ossia quel celebre *Manuale del calcolatore* (3) scritto da Ahmes 1700 o 2000 anni a. C., se da un lato offre larga messe di notizie intorno al metodo con cui si calcolava nell' antico Egitto, porge invece insufficienti informazioni intorno alle cognizioni geometriche che ivi si avevano; giacchè in esso la geometria non è trattata *ex professo,* ma viene incidentalmente invocata per ottenere da essa delle applicazioni dei procedimenti di calcolo. Ivi si scorge quindi soltanto qualche

---

(1) *Vorlesungen*, I, p. 55.

(2) Chi accetta questa congettura implicitamente attribuisce agli Egiziani la conoscenza del teorema dell' ipotenusa almeno in un caso specialissimo.

(3) A. Eisenlohr, *Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter* (1 Aufl. Leipzig 1877; II Aufl. 1891). Cantor I, p. 19 e seg.

traccia di geometria di misura trovandovisi applicate delle regole per valutare delle superficie e dei volumi, ma queste regole non sono dimostrate, nè tampoco enunciate, sicchè si deve ricostruirle generalizzando la catena logica che unisce le varie parti di ogni calcolo.

L' attento esame dei calcoli geometrici di Ahmes e delle figure che li accompagnano prova come in Egitto si sapesse calcolare l' area di un quadrato di dato lato; forse ivi si sapeva far altrettanto per l' area di un rettangolo, ma la cosa non è sicura, per asserirlo fa mestieri ammettere esista un errore di calcolo nell' esempio che vi si riferisce. Riguardo al calcolo dell' area di un triangolo, discordi sono le opinioni (1): vi è chi (2), interpretando una figura del papiro come quella di un triangolo isoscele, volle che gli Egiziani ritenessero l' area di questo misurata dal semiprodotto della base pel lato e scusò questo sbaglio osservando che esso induceva errori insignificanti nei triangoli considerati da Ahmes ove la base è piccolissima rispetto al lato; altri invece (3), — fra i quali noi pure ci schieriamo — interpretando quella figura come rappresentatrice di un triangolo rettangolo, attribuirono agli Egiziani la regola per calcolare l' area di un triangolo di questa specie e si spinsero fino ad attribuire loro quello che dà l' area di un triangolo qualunque. I primi, interpretando come rappresentatrice di un trapezio isoscele un' altra figura del papiro, attribuirono agli Egiziani la regola (inesatta) calcolare l' area che consiste nel moltiplicare la semisomma delle basi per uno dei lati eguali e la spiegarono come conseguenza logica della formola (inesatta) per calcolare l' area di un triangolo isoscele (4); i secondi invece ritenendo che quella figura rappresenti un trapezio rettangolo fecero merito agli

---

(1) La causa del disaccordo risiede nella pessima esecuzione delle figure geometriche considerate.

(2) Eisenlohr e Cantor nelle op. cit.

(3) E. et V. Revillout. *Note sur l' équerre égyptienne et son emploi d' après le Papyrus mathématique.* (Revue égyptologique, T. II, 1881, p. 304-314). Em.Weyr, *Ueber die Geometrie der alten Aegypter* (Wien 1884).

(4) La dipendenza fra le due formole citate si può dimostrare rigorosamente come segue. Sia $M_1N_1N_2M_2$ il trapezio isoscele avente per basi b_1 e b_2, ed i lati eguali a.

Egiziani di avere saputo esattamente calcolare la superficie di questa figura.

Per trovare l' area di un cerchio gli Egiziani lo eguagliavano ad un quadrato avente per lato $\frac{8}{9}$ del diametro del cerchio; questo procedimento è assai notevole per la facilità di applicarlo e per l' approssimazione che porge, la quale equivale a quello che si otterrebbe assumendo come rapporto della circonferenza al diametro

$$\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3{,}1604 \ldots \text{ (1)};$$

in qual modo siasi ottenuta quella regola ci è ignoto, possiamo però segnalare come geniale e verosimile una congettura fondata sull' esame dei disegni esistenti sulle pareti di alcuni edifici egiziani (2).

M_1M_2 e N_1N_2 prolungate s' incontrino in V. Si ponga $VM_1 = a_1$, $VM_2 = a_2$. La regola per calcolare l' area di un triangolo isoscele e l' essere $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ dà successivamente: trapezio $M_1N_1N_2M_2$ = triang. VM_1N_1 — triang. VM_2N_2

$$= \frac{1}{2} a_1 b_1 - \frac{1}{2} a_2 b_2 = \frac{1}{2} \left\{ (a + a_2) b_1 - \frac{1}{2} (a_1 - a) b_2 \right\}$$

$$= \frac{a}{2} (b_1 + b_2) + \frac{1}{2} (a_2 b_1 - a_1 b_2)$$

$$= \frac{b_1 + b_2}{2} a$$

Ma questo ragionamento non si può certo attribuire ad Ahmes, onde resta a sapersi come questi avvertisse il legame fra quelle due formole. L' esistenza di tale questione, che non riusciamo a risolvere, è una delle ragioni che ci consigliano a preferire la seconda alla prima delle interpretazioni indicate nel testo.

(1) Il Günther nella sua memoria *Antike Näherungs-methode im Lichte moderner Mathematik* (Abh. d. k. Böhm. Ges. d. Wiss., VI Folge, IX Bd. 1878) cercò di porre in relazione questo valore di π con quelli dati dalle ridotte della frazione continua in cui si sviluppa $\frac{314159}{100000}$.

(2) Demme, *Bemerkungen zu den Regeln des Ahmes und des Baudhâyana über die Quadratur des Kreises* (Zeitschrift für Math. u. Phys XXXI, 1886. *Hist.-Lit. Abth.* p. 132).

Nel *Manuale* non mancano calcoli di volumi. Ma è impossibile giudicare quelli che trattano la determinazione della capacità di certi granai, non essendo dichiarata la forma di questi. Difficile è anche interpretare un gruppo di problemi sulle piramidi; tuttavia sembra (1) che la loro soluzione si eseguisca mercè un calcolo speciale il quale ha un' indiscutibile analogia coi nostri calcoli trigonometrici, avendo per intento la determinazione di un angolo col mezzo del suo seno o della sua tangente.

Concludendo diremo che: finchè non siasi dissotterrata o almeno provata l' esistenza di un' opera egiziana, ove le regole applicate da Ahmes sian dimostrate assieme alle verità geometriche su cui riposano (2), siamo autorizzati a negare al complesso delle cognizioni geometriche degli egiziani il carattere di vera scienza.

2. Mentre il popolo che abitava le rive del Nilo ebbe nell' antichità fama di avere per primo coltivata la geometria, a quello che aveva per propria sede le rive del Tigri e dell' Eufrate fu attribuito il merito di essersi dedicato prima d' ogni altro all' aritmetica e all' astronomia. Tuttavia anche fra gli Assiri ed i Babilonesi si possono trovare delle tracce di considerazioni geometriche, e non è tolta la speranza che in avvenire venga scoperto qualche documento che getti sulla matematica dei Babilonesi tanta luce quanta su quella degli Egiziani projettò il papiro Rhind. Sembra intanto che la geometria fosse studiata dagli Assiri nella speranza di potere applicarla a trarre i presagi dell' avvenire, fatto questo che concorda col misticismo di cui è imbevuta anche la loro aritmetica. Ed è appunto forse al loro studio della *geomanzia* che devonsi le nozioni che essi ebbero su le parallele,

---

(1) M. Cantor, *Ueber den sogenannten Seqt der ägyptischen Mathematiker* (Sitzungsberichte d. k. Akad. d. Wiss., XC Bd., II A., 1884, p. 474).

(2) A nutrire tale speranza incoraggia l' esistenza nel Museo Britannico di un altro documento non ancora decifrato (W. W. Rouse Ball, *A short Account of the History of Mathematics*, London 1888, p. 4 nota). Il papiro d' Akhmîm, recentemente interpretato dal sig. Baillet (cfr. la mia nota su *Un nuovo documento relativo alla logistica greco-egiziana* inserita nella *Bibliotheca mathematica*, 1893), è del tipo del papiro Rhind, ma ancora più povero di notizie sulla geometria antica.

i triangoli ed i quadrangoli, la conoscenza di metodi per costruire in pratica degli angoli retti (presumibilmente coll' ajuto della proprietà del triangolo avente per lati 3, 4, 5 unità di misura di essere rettangolo) e per dividere la circonferenza prima in 6 (ai Babilonesi era pertanto nota l' eguaglianza del raggio di un circolo al lato dell' esagono regolare inscritto) e poi in 360 parti eguali (gradi). Nè è impossibile che essi abbiano adoperato il valore $\pi = 3$ per trovare la lunghezza della circonferenza (1), offrendo così il primo esempio di rettificazione (approssimata) di una curva. Essi poi conobbero e comunicarono a Pitagora (v. n.° 21) la celebre proposizione

$$a : \frac{a+b}{2} :: \frac{2ab}{a+b} : b.$$

Tutto sommato adunque i Babilonesi non possono avere somministrato ai Greci molte cognizioni geometriche.

---

(1) Questo valore si ritrova nel *Talmud*, ove, in conseguenza, si dice essere $\frac{3}{4}$ il rapporto dell' area di un cerchio all' area del quadrato circoscritto. (Mahler, *Beitrag zur Geschichte der Mathematik;* Zeit. f. Math. u.Phys, XXVII Jahrg., 1882, *Hist.-lit. Abth.* p. 207-210).

APPENDICE II.

Aristeo e Viviani.

È stato accennato nel testo (n. 79) che l'esiguità dei dati su la vita e le opere di Aristeo Seniore non sembrarono a Vincenzo Viviani (1622-1703), celebre discepolo di Galileo, così poveri da rendere impossibile una restituzione dei *Luoghi solidi;* egli anzi vi si accinse ventiquattrenne e la condusse a termine due anni prima di morire (1). Ora l'esame delle divinazioni di opere perdute, effettuate da persone aventi speciale competenza, è importante perchè indica il modo con cui queste concepivano lo stato della scienza nell'epoca alla quale appartengono le opere originali. Crediamo in conseguenza, sia prezzo dell'opera arrestarci un istante a descrivere il contenuto del lavoro del Viviani (2), per poi dedurne se ed in qual misura esso sia da riguardarsi siccome surrogato di quello di Aristeo.

La prima delle cinque sezioni, di cui si compone il I Libro della restituzione vivianea, consta di trentaquattro proposizioni concernenti le sezioni coniche, quì raccolte a sussidio delle investigazioni seguenti. Scopo di queste è la determinazione di certi luoghi derivati da una curva di secondo ordine, e di cui i più notevoli sono definiti nel modo seguente:

(1) *De Locis solidis secunda divinatio geometrica in quinque libros iniuria temporum amissos Aristaei Senioris geometrae.* Auctore Vincentio Viviani. (Florentiae 1701).

(2) Tanto più che in generale gli storici della matematica a noi noti sono a questo riguardo d'un deplorevole laconismo.

a) *In un punto* M *di una conica si conduce la normale alla curva, che incontra in* N *uno degli assi della curva; da* M *si conduce la perpendicolare a quest' asse e dal suo piede* P *si porta su di essa un segmento eguale ad* MN. *Luogo dell' altro estremo di questo segmento.*

Per esporre brevemente i risultati ottenuti dal Viviani studiando questo problema locale, ci serviremo di procedimenti moderni. Supporremo quindi che la conica fondamentale sia data mediante l' equazione

$$(1) \qquad y^2 = 2px + qx^2$$

e ricorderemo che questa è un' ellisse, una parabola o un' iperbola secondochè q è negativo, nullo o positivo, e di più che, nel primo caso, secondochè $q+1$ è negativo, nullo o positivo l' ellisse è allungata (cioè ha per asse minore quello steso sull' asse della x), circolare o accorciata. È facile vedere che l' equazione del luogo proposto ha per equazione

$$(2) \qquad y^2 = q\,(1+q)\,x^2 + 2p\,(1+q)\,x + p^2,$$

onde esso luogo è un' altra conica bitangente alla data. Con maggiore precisione diremo che la (2) rappresenta una coppia di rette parallele se la data conica è un circolo (Viviani, Libro I, prop. 37), è una parabola se anche la data è una parabola (ib. prop. 38) è un' ellisse o un' iperbola se la data conica è un' ellisse allungata o accorciata (prop. 39 e 41), finalmente è un' iperbola se anche la curva data è iperbolica (prop. e 40 42);

b) *Se nella costruzione indicata nel problema precedente, si sostituisce il segmento* PN *al segmento* MN, *quale luogo si ottiene?*

Ritenendo le stesse notazioni, si arriva facilmente alla seguente equazione del luogo

$$(3) \qquad \pm y = p + qx;$$

il luogo stesso consta quindi di due rette passanti pel centro della conica se questa è ellittica o iperbolica, di due rette parallele se questa è parabolica (prop. 35);

c) *È data una conica ed un punto fisso* F *di un suo asse. Si congiunge* F *ad un punto qualunque* M *della curva, si abbassa da* M *a perpendicolare* MP *al detto asse, sulla quale si prende a partire da* P *un segmento eguale a* FM. *Luogo dell' altro estremo di questo segmento.*

Conservando le notazioni precedenti e chiamando ξ l'ascissa di F, l'equazione del luogo è

$$y^2=(1+q)\,x^2+2\,(p-\xi)+\xi^2; \tag{4}$$

esso è dunque una conica pure bitangente alla data negli estremi della corda condotta da F perpendicolarmente all' asse. Tale proprietà non è rilevata da Viviani, il quale però osserva che se F è un fuoco della data conica (e solo allora, possiamo aggiungere) il luogo si spezza in due tangenti di questa (prop. 52). Se la conica è un circolo, comunque si scelga F, si ha per luogo una parabola (prop. 44, 50, 52), se è una parabola il luogo è un' iperbola equilatera (prop. 45, 54, 56, 58); se è un' ellisse allungata il luogo è un' iperbola (prop. 46, 59, 62); se è un' ellisse accorciata il luogo è un'ellisse (prop. 47, 63, 66, 68); se è un' iperbola, il luogo è un'altra iperbola (prop. 48, 49, 69, 79); se finalmente è una coppia di rette concorrenti il luogo è pure un'iperbola.

d) *Se nel problema* a) *si sostituisce alla normale* MN *la tangente* MT, *quale luogo si ottiene?*

Nei soliti simboli, l' equazione di questo luogo è

$$y^2=\left(\frac{2p+qx}{p+qx}\right)^2[x^2+(p+qx)^2], \tag{5}$$

onde il luogo stesso è una curva di quart' ordine. Il Viviani però non lo considera in generale, restringendosi al caso in cui la data curva è una parabola: in tale ipotesi ($q=o$) il luogo è un' iperbola (prop. 81). Di altri luoghi analoghi collegati ad una parabola, crediamo inutile tener parola, chè quanto precede basta a porgere un' idea del contenuto del I Libro.

I problemi trattati nel II si possono enunciare complessivamente

come segue: *Sia dato un segmento* AB *di una retta* r *e sia* N *il piede della perpendicolare condotta a* r *da un punto qualunque* M *di un piano passante per essa. Determinare in questo piano il luogo di* M *quando il quadrato di* MN *è una data funzione di secondo grado dei segmenti* AN, BN, AB. Presa r come asse delle ascisse di un sistema cartesiano ortogonale e chiamata a la lunghezza del segmento AB l' equazione del luogo è della forma

$$y^2 = k_0 a^2 + k_1 ax + k_2 a^2 \tag{6}$$

onde il luogo stesso è una conica. Il Viviani, non adoperando l' analisi cartesiana, servendosi invece dei procedimenti antichi, ha bisogno d' invocare, oltre ai teoremi che esistono nei primi libri delle *Coniche* d' Apollonio, alcune proposizioni di *algebra geometrica* (1) (Lib. II, prop. 17, 39, 45, 52, 54, 62, 68, 70), una nuova proprietà dell' iperbola (prop. 11) ed una relazione segmentaria
dà luogo la divisione di una retta in media ed estrema ragione (prop. 66): tutte egli dimostra come lemmi. E col loro mezzo arriva a determinare in ogni caso il luogo cercato, il quale in diciotto casi è piano (2) ed in quarantaquattro solido (3). Si noti però che Viviani considera di ogni luogo soltanto la metà situata da una parte della retta r: in particolare, quando esso si spezza in due rette, egli non considera che una delle rette componenti.

Il Libro III " in quo loci variarum dispositionum limites assignantur " non ha un fine schiettamente determinato come i due precedenti; spesseggiano però in esso i problemi locali, ai quali fanno corona dei teoremi che sono o ausiliarii nella loro soluzione o co-

---

(1) Per usare la felice denominazione suggerita dallo Zeuthen (op. cit. p. 7).

(2) Cioè un circolo (prop. 1, 7, 15, 27, 30, 31, 35, 37, 49, 50, 63, 65), una coppia di rette parallele (prop. 13 e 26) o una coppia di rette concorrenti (prop. 14, 24, 25, 36).

(3) Cioè un' ellisse (prop. 47 e 55), un' iperbola equilatera (prop. 4, 6, 12, 16, 20, 21, 28, 32, 34, 38, 61, 64, 67, 69, 71), un' iperbola scalena (prop. 19, 22, 23, 46, 48, 53) o una parabola (prop. 2, 3, 5, 8, 9, 10, 18, 29, 33, 40-44, 56-60).

rollari di questa; e accanto a proposizioni oggi notissime relative a particolari maniere di generare una conica, accanto a problemi più volte trattati (basti come esempio citare l' inserzione di due medie geometriche fra due rette date) s' incontrano teoremi originali e nuove questioni. Non è soltanto il desiderio di esser brevi che c' impedisce di diffonderci nell' enumerarle; è piuttosto il convincimento che sia impossibile affermare essere questo III Libro dell' opera di Viviani rispondente nella sua totalità all' opera perduta di Aristeo. Vi sarà inatti chi riterrà che questa contenesse alcune od altre delle verità esposte da Viviani nel detto Libro, ma come asserire le contenesse tutte dal momento che queste non hanno fra loro una salda concatenazione logica, ma sembrano per converso riunite dal capriccio dell' autore?

In condizioni diverse ci troviamo di fronte agli altri due Libri, ognuno dei quali ha uno scopo dichiarato senz' ambiguità o reticenze.

Ora, se esaminiano nel suo insieme il I Libro, ci accorgeremo che esso poggia sopra un gran numero di proprietà assai riposte delle sezioni coniche; ciò rende malagevole l' accettare l' ipotesi che in esso si rispecchi tutta o parte l' opera perduta di Aristeo, la quale si ergeva sopra la più antica redazione della teoria delle coniche, cioè sopra una redazione che, dopo due rimaneggiamenti, ci si presenta nei primi libri delle *Coniche* di Apollonio. In secondo luogo, come spiegare che di tutti i notevoli luoghi ivi considerati siasi completamente perduta la memoria, che neppure Pappo o qualche altro commentatore ne faccia la più fugace menzione? Perciò noi, pur riconoscendo che il I Libro della restituzione vivianea racchiuda delle indagini degne di non piccola considerazione, pure pensiamo che esso non abbia nulla di comune coi *Luoghi solidi* di Aristeo.

Per converso, ci sembra che nulla seriamente si opponga a che si ammetta i *Luoghi solidi* racchiudessero l' essenza del II Libro della *Divinatio*. Infatti, se si esaminano attentamente le proposizioni ivi dimostrate ed invocate, si vedrà che le prime per la maggior parte si ottengono invertendo (1) certe proprietà delle coniche che nulla si

(1) Quì per « inversione » intendiamo l' operazione di dedurre dal teorema « Tutti i punti A di una conica godono la proprietà P », l' altra « Il luogo dei punti A aventi la proprietà P è una conica ».

oppone a dichiarare per conosciute da Aristeo. Ora un' opera in cui le più salienti proprietà delle coniche venissero presentate sotto forma di teoremi locali, non possiede forse il carattere di supplemento ad una teoria delle coniche, che Pappo (v. n. 81) trovava nei *Luoghi solidi* di Aristeo? Perciò noi propendiamo ad ammettere che il II Libro dell' opera vivianea corrisponda all' opera perduta di Aristeo, senza però tacere che questa poteva contenere altre proposizioni (ad esempio alcune di quelle che si leggono nei libri I e III della *Divinatio*) ottenibili invertendo altri teoremi concernenti le sezioni coniche (1).

Questo per quanto concerne la *sostanza* del lavoro di Viviani. Riguardo poi alla *forma*, osserveremo che esso è scritto nello stile divenuto classico dopo Euclide ed Apollonio. Ora, che tale forma corretta e precisa fosse adoperata anche prima del periodo aureo della geometria greca, è questione che attende ancora una soluzione; epperò, anche per quanto concerne l' apparenza esterna, è dubbio se l' opera del nostro connazionale debba considerarsi siccome una riproduzione dell' antica, dubbio questo che, sotto questo secondo aspetto, non ha ragione di ripresentarsi riguardo alle divinazioni (di cui ci occuperemo nei Libri seguenti) di opere scritte in tempi in cui lo stile geometrico aveva già assunte le parvenze che possono considerarsi per definitive.

---

(1) È chiaro che quest' opinione non è in disaccordo con quella di Zeuthen citata nel testo (n. 79), ma è più determinata.

Prof. GINO LORIA.

INDICE

I. **Sguardo generale sulla geometria greca pre-euclidea.**

II. **Talete e la Scuola jonica.**

III. **Pitagora e la Scuola italica.**

IV. **Eleati, atomisti, sofisti.**

V. **Pitagorei e Pitagoristi.**

VI. Da Socrate ad Euclide.

Appendice I.

Appendice II.

Tav. II.

Fig.a 21.a
Fig.a 25.a
Fig.a 23.a
Fig.a 22.a
Fig.a 24.a
Fig.a 26.a
Fig.a 27.a
Fig.a 28.a
Fig.a 29.a
Fig.a 30.a
Fig.a 31.a
G. Loria dis.

CONTRIBUTI ALLO STUDIO CRITICO

DELLE FONTI DEL DIRITTO ROMANO

NOTA I.

I Libri *ad Plautium* di Paolo.

Fra' giureconsulti del primo secolo dell'era nostra ebbe grandissima celebrità Plauzio. Di lui non ci fu tramandato nè prenome, nè cognome, sicchè non abbiamo lume per riconoscere l'eventuale sua identità con alcuno de' numerosi *Plautii* o *Plotii*, che la storia o le iscrizioni ricordano: neppure ci è trasmesso verun accenno circa il titolo e la natura de' suoi scritti. Un'opera di lui ebbe epitomatori e commentatori numerosi. Nerazio Giavoleno Pomponio e Paolo hanno libri *ex Plautio* o *ad Plautium;* delle tre ultime elaborazioni pervennero frammenti ne' Digesti di Giustiniano ed è con tale ajuto che dobbiamo tentare di formarci un'idea dell'indole e del contenuto dell'opera originale.

Con erudizione e con grande attitudine si occupa ora un egregio compagno di studi (1) di talune ricerche, che in più punti s'intersecano colle presenti. Fui perciò dubbioso, se dovessi continuare o smettere, attendendo i suoi risultati: e furono le

---

(1) Riccobono, *Bullettino dell'istituto di diritto romano*, VI, p. 118 sgg.

seguenti ragioni che mi fecero attenere alla prima alternativa. Or son già otto anni, io pubblicavo ne' *Rendiconti dell' Istituto Lombardo* (1) una breve nota intorno a Plauzio. Nel frattempo e l'esame ripetuto dei testi e l'ajuto grande della *Palingenesia* di Ottone Lenel, che si venne pubblicando dal 1888 al 1889, mi condussero a mutare di avviso in diversi argomenti. A quella mia nota, siccome contenente le mie opinioni su questa materia, si richiamarono, ora assentendo e ora dissentendo, il *Krueger* (2) il *Grudenwitz* (3) e il *Lenel* (4) e testè il *Riccobono;* parmi quindi naturale di avvertire dove e perchè ho mutato di parere e dove invece tengo ferme le risultanze di quei primi studi. In secondo luogo m'è parso che fosse bene di offrire il modo agli altri studiosi di esercitare il loro acume critico anche su questo saggio, nello scopo — unico, che possa proporsi uno studio onesto — di agevolare la scoperta del vero.

Come ho detto, il critico ha davanti a sè un triplice ordine di reliquie: quelle del commentario di Giavoleno, quelle del commentario di Pomponio e quelle del commentario di Paolo. Si riferiscono questi tre commentarï alla medesima opera plauziana? La risposta affermativa sembra sicura; poichè altrimenti non si parlerebbe semplicemente di libri " ad Plautium " o " ex Plautio "; ma s'indicherebbe, per distinguere, anche il titolo dell'opera commentata; come s'indicano le varie opere commentate od epitomate di Labeone, mentre si discorre senz'altro dei libri *ad Sabinum* di Pomponio di Paolo di Ulpiano, che tutti si rapportano ai libri " iuris civilis " dell' antico maestro. Inoltre Paolo cita, come vedremo, i commenti di Giavoleno e Pomponio, quali precursori suoi nell'esame del medesimo testo.

---

(1) Serie II, vol. XVIII, p. 902.

(2) *Rechtsquellen*, p. 159 (vers. fr. p. 212).

(3) *Ztschr, der Sav. St.*, vol. IX, p. 394 sgg.

(4) *Paling*, I, 1147. II, 13.

La serie di frammenti, che più importa al critico, è quella del commentario di Paolo, di cui abbiamo circa duecento frammenti; mentre non arrivano a quaranta quelli del commentario di Pomponio e solo 17 son quelli del commentario di Giavoleno. Inoltre i due ultimi non contengono che un'epitome del testo di Plauzio, che invece appare spesso conservato nel primo. Si aggiunge che, come lo stesso titolo indica, Paolo ha elaborato l'intera opera plauziana: mentre Pomponio e Giavoleno non ne hanno illustrato che alcune parti. — L'opinione poi del Lenel [*Pal.* I, 1147 n.], che Paolo commentasse più opere di Plauzio, sebbene in sè stessa — come vedremo — non inammissibile, pure manca di ogni analogia non che certa, neppur verosimile. — L'ordine quindi naturale, che si presenta, è quello di assumere a fondamento delle indagini il commentario di Paolo e di valersi degli altri due quale mezzo di paragone e controllo.

Nel commentario di Paolo si è fatto tesoro delle elaborazioni antecedenti. Nè manca infatti di ricordarle: " Nerazio " fr. 57, D. 18, 1 e fr. 21, D. 42, 1: " Giavoleno " fr. 8, D. 34, 2: " Pomponio " fr. 9, D. 12, 5: fr. 48, D. 41, 1: fr. 31, D. 9, 4: fr. 49, D. 41, 1 etc. Ma l'uso del commentario pomponiano appare evidente anche in taluni punti, in cui non ci è pervenuta l'esplicita menzione.

Si vegga p. e. il fr. 43, D. 5, 3: " idque et Laelius probat, imperator autem Antoninus rescripsit ". L'imperatore rescrivente è Antonino Pio cf. fr. 5, § 1, D. 34, 9. Paolo avrebbe quindi dovuto dire " diuus Antoninus " (p. e. 4 *ad Pl.* fr. 4, D. 50, 13 " diuus Antoninus Pius "). Invece tale designazione è spiegabilissima nella fonte pomponiana, donde Paolo attinge: cf. Pomp. 7 *ad Pl.,* fr. 21, § 1, D. 40, 7 " imperatorem Antoninum ".

Altri esempî son dati dalle citazioni di giuristi, quali Ottaveno Aristone Pedio. V. fr. 33, D. 9, 2 — fr. 2, D. 19, 4 — fr. 67, § 1, D. 47, 2, 9, i corrispettivi esempî in Pomponio *ex Plautio:* fr. 13, D. 40, 1 — fr. 40, D. 23, 2 — fr. 10, D. 1, 8.

Buona parte delle stesse citazioni di Giuliano [non tutte: cf. p. e. fr. 15, D. 41, 3] può risalire a Pomponio, che dei digesti giulianei fa nel suo commentario larghissimo uso. Un esempio, di cui mal si potrebbe dubitare, offre il fr. 91, § 3, 6 D. 45, 1.

Che il sistema dell'opera di Paolo risponda a quello del lavoro genuino di Plauzio, è pienamente credibile. Paolo non suole alterare l'ordine degli scritti da lui elaborati; prova ne sia la sua epitome dei Digesti di Alfeno, che mantiene l'ordine genuino, mentre l'altro compendio anonimo riordina l'antico testo secondo il sistema edittale (1).

Può ormai considerarsi come certo — per quanto i più minuti particolari ci sfuggano (2) — che l'opera di Paolo *ad Plautium* nella prima sua parte si conformasse all'ordine dell'Editto: cf. anco il Lenel l. c. Se non che io non andrei interamente d'accordo col Lenel stesso rispetto alla designazione del contenuto negli ultimi libri. Secondo l'egregio romanista, l'ordine edittale non procederebbe oltre il decimo libro; in questo si sarebbe trattato delle *operis noui nuntiatio* e del *damnum infectum*. I libri XI-XVIII sarebbero d'incerto contenuto: vi prevarrebbe tuttavia l'esposizione delle materie disciplinate dalle principali leggi, quali la *lex Julia et Papia,* la *lex Falcidia,* la *lex Aelia Sentia* etc.

Io credo che non s'interrompesse bruscamente la successione degli argomenti nell'ordine edittale. E intanto i frammenti del libro XI, per cui il Lenel dubbiosamente propone la rubrica *de testamentis et legatis,* mi pajono addattarsi egregiamente al titolo " de liberali causa ".

(1) *Bullettino dell'istituto di diritto romano*, IV, p. 8 sg.

(2) È forse superfluo avvertire, che, dopo gli studi del Krueger e del Lenel, io non mantengo più le opinioni sull'ordinamento della materia in Plauzio, che ho esposto ne' *Rendiconti* l. c. È, in ogni modo, cosa che mi premeva di dire.

A questo libro appartengono 2 frammenti, l' uno è il fr. 85 de leg. I, che fa l'ipotesi di un fundus legatus coniunctim (per uindicationem) a due: l'uno ottiene (1) colla vindicatio l'*aestimatio partis:* " alter si totum fundum uindicare uelit exceptione doli pro parte dimidia repellitur „. Come simili questioni potessero sorgere in una trattazione attinente alla liberalis causa, prova il fr. 8, § 1, D. 40, 12 preso dal libro 55 *ad Edictum* di Ulpiano.

Il principio del fr. 175, D. 50, 17 " in his quae officium per liberas fieri personas leges desiderant, seruus interuenire non potest „ può riferirsi a più punti della stessa materia; il § 1 *ibid,* " non debeo melioris condicionis esse quam auctor meus, a quo ius in me transit „ può confrontarsi opportunamente p. e. col fr. 22, § 4, D. 40, 12 [Ulp. *lib. cit.*]: " heredi et ceteris successoribus scientia sua nihil nocet, ignorantia nihil prodest „.

Quindi, a mio avviso, si erano ommesse le materie contenute ne' successivi titoli edittali, che certamente meno si prestavano come oggetto di eleganti discussioni di diritto privato. I libri XII-XIII si occupano già degli interdetti. L'ordine edittale è dunque ripigliato.

Il lib. XII si occuperebbe ancora, secondo il Lenel, *de testamentis et legatis.* Io suppongo invece, che già vi si illustrassero i primi (2) interdetti: quorum bonorum, quod legatorum, a quo hereditas petetur etc. Le questioni circa la possibilità o impossibilità di adire l'eredità potevano benissimo svolgersi ne' confronti coll' agnitio della bonorum possessio a proposito de' primi due interdetti (Lenel, p. 1183, 1184); i passi relativi ai legati (1185, 1186, 1188) e in ispecie l'ultimo, che parla della ridu-

---

(1) Le parole « per actionem personalem » sono interpolate: cf. fr. 68, D. 6. 1 e Lenel *Pal.* I, 1165. Così il frammento non entra più per diritto classico a far parte della serie da me studiata ne' *Legati*, p. 28 sgg.

(2) Giusta l'ordine dell' Editto.

zione ed eventuale estinzione de' legati per effetto della Falcidia potevano occorrere in una trattazione relativa all'*interdictum quod legatorum*. Pel n. 1187 (D. 40, 4, 38): *libertas testamento seruo ita dari potest " cum per leges licebit, liber esto „* sono escogitabili varie relazioni, cf. p. e. fr. 1, § 7, Dig. 43, 5 — fr. 3, § 3, D. 43, 4 etc.

Nel libro XIII continua la trattazione degli interdetti (1): uti possidetis (1189), utrubi (1190), de acqua cottidiana et aestiva (il gruppo di passi raccolto sotto il n. 1191) e il fr. 50, 17, 176 che può riferirsi, come ha già visto il Lenel, a moltissimi argomenti della materia.

Nel libro XIV abbiamo una serie di passi relativi alle eccezioni. Continua quindi l'ordine edittale (2). Oltre un frammento che parla dell'uso cumulativo di diverse eccezioni, il quale verosimilmente stava nella introduzione generale (n. 1195) abbiamo frammenti relativi all'*exceptio rei uenditae et traditae* (1194, 1196 pr.) e all'*exceptio doli mali* (1193, 1196, § 1).

L'ordine edittale continua evidente nello stesso libro colla materia delle stipulazioni (3).

Abbiamo, come suole ne' commentarî edittali, ne' digesti e nelle quaestiones, anzitutto la trattazione di argomenti relativi in genere alle stipulazioni e alle liberazioni, quindi — notisi

(1) Anche il Lenel pone qui la rubrica « de interdictis ».

(2) Il punto interrogativo apposto dal Lenel alla rubrica « de exceptionibus » può essere levato senza nota di temerità.

(3) Il Krueger op. cit. p. 159 (vers. fr. p. 212) ammette pure che fino al lib. XIV incl. continuasse l'ordine edittale, ma non si esprime circa il modo di coordinare tale giustissima asserzione coll'indole dei frammenti a noi tramandati, Secondo lo stesso autore poi, il contenuto dei libri successivi sarebbe questo:

lib. XV, usucapio — non usus — servitù,

lib. XVI, nomina de' tutori da parte dei magistrati — manomissioni,

lib. XVII, incertezza sul valore dell'oggetto della causa — responsabilità per colpa nelle obbligazioni e loro perpetuatio — arricchimento ingiustificato,

lib. XVIII, iurisdictio mandata — onere della prova (?) — trasmissione delle azioni agli eredi.

bene — *alle stipulazioni edittali* con esplicito riferimento all' albo pretorio; i n.[i] 1203, 1204 si rapportano a mio avviso alla stipulazione edittale " euicta hereditate, legata reddi „, a proposito della quale doveva pur illustrarsi il concetto della evizione della hereditas. Que' numeri andrebbero quindi messi in fine dopo i n.[i] 1205, 1207. — Rimane il n.° 1208 (fr. 3, D. 25, 4): " qui uentri substitutus est uel institutus, si uentrem seruare uelit, audiendus est „. Una così breve osservazione poteva incidentalmente occorrere a proposito di molte questioni. Tuttavia mi par molto verosimile che debba quì leggersi " libro duodecimo „ o " tredicesimo „ anzichè " quattordicesimo „ (e cioè XII o XIII per XIIII), sicchè il frammento si manderebbe con quelli relativi agli interdetti (ne uis fiat ei quae uentris nomine in possessionem missa erit).

Quì poi cessa, per cessare della materia, l' ordine edittale. I libri XV-XVIII ci si presentano a mo' di coniectanea o supplemento. Si tratta di alcune materie, specialmente di diritto civile, di speciale importanza, per cui non s' era offerta ne' libri precedenti opportunità di richiamo. Abbiamo pel lib. XV frammenti trattanti dell' usucupazione e molti frammenti attinenti alla dottrina delle servitù. Non è difficile che si trattasse anche de adquirendo dominio; il fr. 1218 (che apparterrebbe a questo libro secondo l' iscrizione), e, che tratta della *confessio* nell' actio legis aquiliae poteva appartenere a una discussione sulla cessio in iure, a proposito della quale un cenno sulla efficacia della *confessio in iure* non sarebbe stato inopportuno.

Il lib. XVI parla delle *manumissiones seruorum*. L' argomento sembra avere riempito il libro intero. Tutti i frammenti che noi possediamo vi si rapportano esplicitamente, meno il fr. 1, D. 50, 17, che concerne la definizione e il concetto della *regula iuris;* definizione e concetto che del resto si potrebbero richiamare a proposito di qualunque trattazione giuridica.

Il lib. XVII parla delle " condictiones „. È questa la terza delle materie sommamente importanti di diritto privato, per cui ne' libri antecedenti non si era offerta sede opportuna di trat-

tazione. Quindi cominciava l'argomento *de iudiciis*. A questo appartengono i passi raccolti dal Lenel sotto il num. 1231 e l'iscrizione " de iure domum reuocandi ". I frammenti s' addattano benissimo a considerazioni attinenti alla legge giulia giudiziaria e del resto si rannodano, come vedremo, alla materia del libro successivo. Sicchè essi vanno collocati in fine, non in in principio del libro, come fa il Lenel.

Il lib. XVIII e ultimo continua l'argomento dei giudizii. I pochi frammenti a noi pervenuti discorrono della *mandata iurisdictio*, della posizione di attore in sede d'appello, del pregiudizio in cui si contende se il *filius* è o no in *potestate patris*, delle varie azioni che passano o non passano agli eredi.

Negli avanzi degli altri due commentarï non esistono sufficienti indizï per ricostruire pienamente l' ordine rispettivo; sono sufficienti gli indizï per negare che l' ordine loro fosse identico a quello del commentario pauliano. È chiaro che in essi non si dilucidavano che alcune parti dell' opera genuina e tutto fa ritenere che queste non si seguissero nell' ordine medesimo in cui erano in essa.

Rispetto a Pomponio, sembraci potere concludere: (1).

Il libro I.° trattava della tutela e della cura [Paolo *ad Pl.* Lib. VII, donde pure si evince che nell' opera genuina si dedicava una speciale attenzione al *curator furiosi*]: Lenel n. 326, 327, 328. A proposito del primo numero, § 1 (Dig. XXI, 2, 22); " *si secundum mancipium* fundi mulier satis accepisset ecc. " deve considerarsi come certo che ivi fu radiata la menzione dell' intervento del *tutore;* avvertasi che trattasi di una mancipatio, e avvertasi pure il pr. dello stesso frammento. Il num. 329 per sè non contiene verun accenno alla tutela [fr. 21 D. 46, 2]; ma ciò non toglie che incidentalmente una simile osservazione potesse farsi anche in tale trattazione.

Il libro II.° trattava delle eccezioni [Paolo *ad Pl.* lib. XIV];

(1) Diversamente il Krueger l. c.

n. 330 *exceptio procuratoria* (e ad una osservazione ad essa relativa ben può rivocarsi il n. 331): n. 332 *exceptio rei venditae et traditae.*

Il libro III.° trattava delle stipulazioni, specie pretorie [Paolo, lib. XV. Qui " eccezioni — stipulazioni " si susseguono, come nell' editto, in ambo le opere]. I num.[i] 333, 337 parlano in genere di stipulazioni e fideiussioni (l' argomento delle fideiussioni era capitale in una introduzione alle stipulazioni pretorie; cf. anche Paolo n. 1204): il n. 338 della novazione [il Lenel non a torto congettura del resto un nesso col § 5 del n. prec.[e]: fr. 91 D. 45, 1]: il n. 339 si riferisce alla stipulazione " ratam rem haberi ".

Il libro IV.° si riferisce alla *res uxoria*; (Paolo *ad Pl.* lib. VI). pel n. 340 cf. Paul. n. 1122, 1123; pel n. 341 cf. il n. 1131.

Il libro V. si occupava dell' usufrutto [n.[i] 341, 344]. L'argomento de' n.[i] 346, 348 sembra che si colleghi con quello dei num.[i] 352, 354 del libro successivo, i quali pertanto andrebbero collocati in principio di esso. — Nel qual caso si dovrebbe ammettere che quì si svolgesse la materia delle condictiones. Il n. 345 si rapporta a quistioni di libertà fedecommissaria. Avremmo a un dipresso la successione degli argomenti, che trovasi ne' lib.[i] XV, XVII di Paolo [diritti reali — manumissioni — condictiones]; in Pomponio però venivano scelti solo alcuni capi de' singoli argomenti, tanto che la materia si condensava in un libro e mezzo.

Il libro VI.° continuava, come s' è detto, a nostro avviso la dottrina delle *condictiones*; poi ne' passi raccolti sotto i num.[i] 349, 351, che andrebbero invece posti in fine, si trattavano gli *interdetti:* Paul. lib. XII, XIII. — Pei fr.[i] raccolti sotto il n. 349 cf. l' int.° " ne quid in loco publico fiat "; pel n. 350 cf. l' int.° " de mortuo inferendo "; (1) pel n. 351 si può pensare

(1) Fr. I. § 2. D. 11, 8.

all' int.° *unde vi*, a quello *quod vi aut clam* o anche all' *uti possidetis:* cf. Lenel II, 82, n. 2. Tale modo di considerare questi frammenti mi pare ben preferibile alla congettura leneliana, che radunerebbe i n.[i] 349, 350 sotto una rubrica *de rebus quae sunt extra commercium.*

Il libro VII.° sì occupava de' legati [n.[i] 358, 364] — Paul. *ad Pl.* lib. VIII, IX. L' affinità dell' argomento conduce a discorrere (come appare in tutte le trattazioni de' giuristi romani) anco della libertà lasciata direttamente per testamento — cf. p. e. Paul. n. 1177: fr. 60, D. 50, 16 — e quindi della *statulibertas,* n.[i] 355, 357.

Che però qui non si limitassero gli argomenti trattati da Pomponio, appare dalle citazioni che del suo commentario si trovano in Paolo e da' passi, in cui pur non comparendo ora la citazione, l' origine pomponiana può ritenersi sicura. Così mal si dubiterebbe che si trovassero in Pomponio accenni alla *hereditatis petitio* [cf. Paul. n. 1081 e supra], all' *emptio venditio* [cf. Paul. fr. 9, § 1, D. 12, 5 — 48 § 1, D. 41, 1. — num.° 1117], al *furto* [Pomp. n. 366, Paul. n. 1141]; che la trattazione dell' *actio rei uxoriae* conducesse a questioni attinenti alla *donationes inter virum et uxorem* [fr. 28, § 4, D. 24, 1]. (1) In altri casi invece si offre molto più verosimile la congettura che Paolo non citi od utilizzi il commentario di Pomponio *ad Plautium,* ma piuttosto il relativo commento all'Editto; ciò mi sembra particolarmente chiaro per Paul. n. 1073.

Assai meno può dirsi rispetto a Giavoleno. — Il libro I.° del suo commentario trattava de' legati; del II.° libro si sono conservati più frammenti trattanti della compravendita e in ispecie dell' emptio uenditio hereditatis. Altri passi di questo libro sembrano iniziare un discorso sul dominio e i diritti reali, che forse continuava anche nel libro successivo, cf. sul n. 156,

---

(1) È però molto probabile, che si tratti di Pomponio *ad Sabinum.*

la nota di Lenel, I, 299. Forse a uno di questi libri deve rivendicarsi il n. 158 [II o III in luogo di IIII; pegno? possesso?]: pel lib. IV.° v' ha traccia di trattazione delle *condictiones;* pel lib. V.° ogni congettura sarebbe temeraria.

Oltre i citati avanzi dei commentarï diversi possono illuminarci sulla natura dell' opera di Plauzio due citazioni, che si hanno di essa. La prima è di Ulpiano [17 *ad Sab.:* fr. vat. 77] " omnes auctores *apud Plautium* de hoc consenserunt ": l' altra è di Paolo [7 *ad Sab.:* fr. 28, § 3, D. 24, 1] " *apud Plautium* placuit ". In queste uniche citazioni a noi pervenute è notevole, che non si ricordi l' opinione di Plauzio; ma quella di giuristi patentati [" *auctores* "], di cui egli aveva nell' epoca sua raccolte le sentenze. Il valore di tali citazioni si conferma coll' esame de' brani di Plauzio espressamente indicati come tali nell' opera di Paolo. Noi vediamo in essi che di regola, posto un quesito, si facevano seguire le varie citazioni degli *auctores:* p. e. fr. 13, D. 20, 4: " insulam tibi vendidi et dixi — ius utrumque secuturum: Nerua Proculus ecc. " — fr. 8, D. 34, 2 " mulier ita legavit: *quisquis..... damnas esto dare;* Cassius ait. ecc. " — fr. 43, pr. D. 35, 1, " rogatus est heres....: Proculus et Cassius.... aiunt " — fr. 49, pr. D. 35, 2 " servo quem tibi legaveram fundum legavi: Atilicinus Nerua Sabinus.... Cassius ecc. " Si trova invece " constitit " [fr. 22, § 1, D. 39, 2], ossia l' accenno al pacifico accordo delle opinioni [cf. pure fr. 44, § 10, D. 35, 2 — e " omnibus placuit ": fr. 61, D. 2, 8].

Molti altri brani del commentario di Paolo, che ora nei digesti non vengono esplicitamente riferiti a Plauzio, ma che vanno ascritti a lui con tutta sicurezza [cf. ora anche Lenel, Pal. II, 13 n.], rispondono pienamente a quelli citati.

Sembra che brani del testo originario conservasse anche l' elaborazione di Nerazio: cf. p. e. fr. 5, § 1, D. 8, 3 " Nera-

tius libris ex Plautio cit. — et hoc Proculum et Atilicinum existimasse ait „ (1).

Nelle elaborazioni di Giavoleno e Pomponio, dove in luogo del testo di Plauzio, ci è fornito un semplice estratto, non si scorge facilmente tale carattere speciale dell' opera genuina. — Qualche leggiera traccia v' ha tuttavia. Cf. Iauol. 2, *ad Pl.* fr. 4, D. 41, 4: " Emptor fundi partem eius alienam esse non ignoraverat: RESPONSUM EST nihil eum ex eo fundo *usu* capturum „. I nomi dei respondenti sono stati soppressi dall' epitomatore. Segue poi la nota di Giavoleno: " quod ita verum esse existimo ecc. „ — Nel fr. 46, D. 12, 6 [4 *ad Pl.*] " dominus, AIT, eos vindicabit „ è caduto il subbietto dell' *ait*, se pure — come più attendibile — questo non era stato espresso in un passo precedente ommesso nelle Pandette. — Ancora più scarse relativamente e dubbie sono le traccie nel commentario pomponiano; cf. p. e. fr. 31, D. 9, 4. — fr. 2, D. 22, 2. — fr. 11, pr. D. 31.

Appunto per tali considerazioni io m' ero indotto a credere che l' opera plauziana fosse una collezione di responsi e collegava lo scopo di essa coll' evidente bisogno che di simili raccolte doveva provarsi in quel tempo, dopo che per un' intera generazione erasi esercitato il *ius respondendi*. Ora io penso di non avere così completamente colto nel segno. È certissimo che Plauzio raccolse nell' opera sua molti responsi in senso tecnico e che ebbe cura d' indicare i punti, per cui l' unanime giudizio dei rispondenti aveva levato ogni dubbio. Ma non era qui tutta

(1) Cf. quanto ho scritto nella *Ztsch. der Sav. St.* 7, p. 86 sg. (R. A.), dove ho indicato altre reliquie del commentario di Nerazio. Altre due ho indicato più sopra. Il Krueger (o. c. p. 159) è inclinato ad ascrivere direttamente tali citazioni a Nerazio stesso. Ma citazioni cumulative non si trovano nei frammenti di Nerazio; Atilicino non è mai citato da lui. Poi s' impone l' analogia coi frammenti sicuri di Plauzio. Se del resto Nerazio, epitomando Plauzio, ne riferiva le citazioni aggiungendo il suo assenso, il modo di esprimersi di Ulpiano nel fr. 5, § 1, sarebbe pienamente giustificato.

l'opera sua, nè qui si esauriva lo scopo di essa. Mi pare ch'essa meglio si possa designare, come una collezione di *quaestiones,* in cui molti problemi giuridici venivano esaminati e svolti, adducendosi le varie opinioni e i varî responsi, spesso da questi ultimi prendendosi anzi l'occasione e il tema. Lo scopo teoretico predomina e non la semplice autorità dei rispondenti, quando non fossero d'accordo, ma l'efficacia degli argomenti stimavasi decisiva.

Molte volte Plauzio non adduce il semplice parere de' giuristi, ma anco i motivi di esso; donde si ricava non trattarsi di responsi tecnici. Notisi però, che dove si arreca l'opinione conforme di più giuristi colla motivazione rispettiva, nulla ci costringe a credere che tale motivazione fosse da tutti espressa; ben può darsi che taluni di essi manifestassero il loro avviso in qualche scritto, motivandolo, e che altri lo manifestassero in un responso, senza dimostrazione, ma con tacito riferimento alle ragioni, che a favore di esso solevano addursi.
cf. p. e. il fr. 47, D. 15, 1:

si creditor serui ab emptore esset partem consecutus, competere in reliquum in venditorem utile indicium Proculus ait; sed re integra non esse permittendum actori dividere actionem, ut simul cum emptore et cum venditore experiatur; satis enim esse hoc solum ei tribui, ut ecc. (1).

fr. 17, D. 45, 2:

Atilicinus Sabino Cassino.... aiunt, quia hereditas eos obligat. (2).

fr. 49, D. 35, 2:

.. Cassius.... *quia in eam personam legatum consistere possit;* qua ratione ecc.

---

(1) Che il testo sia di Plauzio non può dubitarsi. Paolo ripiglia alla parole « et hoc iure utimur ». Cf. esempi identici, dove i compilatori hanno mantenuto i testi anche esteriormente distinti, fr. 44, § 10, D. 35, 1. — fr. 49, pr. D. 35, 2 — fr. 43, D. 35, 1.

(2) Paolo comincia: « idem est cum....

fr. 20, D. (40, 7) § 3:

Sabinus.... quia non staret per eum, quominus daret.

Pure altre citazioni non bene si accordano colla ipotesi di semplici responsi. Fr. 35, D. 8, 3: " Et Atilicinus ait Caesarem Statilio Tauro rescripsisse in haec uerba... „. — fr. 28, § 5, D. 5, 1: " Sabinus Cassius partem quartam peti debuisse, quia incertum esset an tres nascerentur; nec rerum naturam intuendam, in qua omnia certa essent, cum futura utique fierent; sed nostram inscientiam aspici debere „. — fr. 1, D. 50, 17: " [regula], ut ait Sabinus, quasi causae coniectio est, quae, simul cum in aliquo vitiata est, perdit officium suum „. — fr. 79, D. 50, 16: " utiles impensas esse Fulcinius ait, quae meliorem dotem faciant, non deteriorem esse non sinant, ex quibus reditus mulieri adquiratur „.

Nè troveremo ormai più difficoltà nell'attribuire a Plauzio stesso citazioni esplicite di *scrittori*: fr. 73, D. 29, 2: „ et ita recte Labeo scribit „. — fr. 7, D. 8, 6: " Servius scribit perdere eum non utendo servitutem „. — fr. 26, D. 5, 1: " de eo autem qui adiit hereditatem Cassius scribit, quamuis Romae adierit hereditatem, non competere in eum actionem ne impediatur legatio „ (1). Cf. pure fr. 15, D. 46, 8.

Si aggiunge parimenti, che parecchi brani pertinenti al testo originario di Plauzio hanno spiccato carattere dottrinale: p. e. fr. 44 pr. D. 35, 1 (2): " qui heredi dare iussus est, seruo alieno instituto, non domino dare debet, nam et si, alio herede institutus, iussus est servo Titii dare, ipsi servo datur; quia quae facti sunt non transeunt ad dominum; quemadmodum si mihi aut servo Titii stipulatus sim, non Titio, sed seruo eius dari potest „. Cf. il § 10 dello stesso frammento esplicitamente attribuito a Plauzio ed altri passi.

Ora tanto il carattere più sopra rilevato dell'opera plau-

---

(1) Paolo ripiglia « et hoc verum est ».

(2) Paolo ripiglia: « et haec uera sunt ». Cf. questa volta anche il Lenel, II, 14.

ziana, quanto i fatti testè ricordati si possono egregiamente conciliare, quando si ammetta ch' essa fosse una collezione di *quaestiones*. Siffatta indole del libro benissimo si accorda co' frammenti della elaborazione pauliana (1); appare meno evidente in quelli delle elaborazioni di Giavoleno e Pomponio, dove prevale la forma del compendio.

Nelle parti che risalgono all' opera genuina l' accenno alla *quaestio* non manca. L' uso del verbo " quaerere " per sè stesso non fornisce un argomento; ma la relativa frequenza con cui nelle scarse reliquie di essa appare il *quaeritur* ben può assumersi come un indizio rilevante. Cf. a proposito fr. 31, D. 9, 4:

> quod ait praetor, cum familia furtum faciat, ad eum modum se actionem daturum, ut tantum actor consequatur, quantum si liber fecisset consequeretur, *quaeritur,* utrum ad pecuniae praestationem respiciat, an etiam ad noxae deditionem: utputa si ex pretiis noxae deditorum duplum colligatur, sequentes actiones inhibeantur: Sabinus et Cassius putant pretium quoque noxae deditorum imputari debere (2).

fr. 7, D. 8, 6:

> si sic constituta sit aqua, ut vel aestate ducatur tantum vel uno mense, quaeritur quemadmodum non utendo amittatur ecc. (3).

Lo stesso verbo nel medesimo uso si trova di frequente anco nella parte che spetta a Paolo e ciò pure serve di riprova, poichè è naturale che l' elaborazione mantenga l' indole dell' opera elaborata. Qui noterò solo alcuno degli esempi più significanti:

fr. 39, § 1, D. 38, 1:

> sequens *illa questio* est ecc.

fr. 57, D. 18, 1:

---

(1) Come pure colle scarsissime reliquie del commentario di Nerazio.

(2) Paolo ripiglia: « quod Pomponius probat et est uerum ».

(3) In questo frammento v' è una lacuna e il noto emblema « statutum [constitutum] tempus ». A Paolo va riferito « idem et de itinere custoditur » parole che ora, inserite senz' alcun avvertimento turbano il contesto.

Neratius ait *hac quaestione* multum interesse ecc.

fr. 20, § 2. D. 40, 7:

de illo quaeritur, si invito herede det aut nesciente, an faciat nummos accipientis.

fr. 91, § 3, D. 45, 1:

de illo quaeritur, an et is, qui nesciens se debere occideri teneatur.

Il fr. 62, D. 46, 3 appartiene in parte a Plauzio. L' esposizione della fattispecie in prima persona con poche e precise parole corrisponde pienamente ai migliori esempi plauziani. " Dispensatorem meum liberum esse iussi et peculium ei legavi: is post mortem meam a debitoribus pecunias exegit; an heres meus retinere ex peculio eius quod exegit possit, *quaeritur* „. La trattazione della *quaestio* fatta da Plauzio è ora andata perduta e in sua vece ci rimane il commento di Paolo, che distingue se il *dispensator* riceve i pagamenti prima o dopo l' adizione dell' eredità, e nella prima ipotesi distingue nuovamente il caso, in cui liberi e quello in cui non liberi i debitori: " si vero non liberantur — continua — illa questio est ecc. „

Anche l' ordinamento dell' opera, quale fu sopra dimostrato, non contraddice punto alle precedenti osservazioni. L' ordine edittale ci appare, *parzialmente almeno*, seguito in tutti i *libri quaestionum* dell' età imperiale; perfino in quelli di Africano, che del resto si staccano grandemente dagli altri consimili. E del resto nulla di più naturale che tali esercitazioni, a preferenza scolastiche, si ordinassero secondo lo schema edittale. Che dopo l' insegnamento istituzionistico, prevalesse nelle scuole giuridiche l' esposizione delle materie secondo l' Editto, è cosa attestata nel modo più sicuro per l' età della decadenza, ma che tutto fa credere risalisse ai tempi migliori della giurisprudenza.

Un esempio quasi contemporaneo a Plauzio ci è pôrto da Viviano. Io ho già esposto (1) l' avviso che questo giureconsulto

(1) *Rendic. Ist. Lomb.* 1886.

commentasse l' editto pretorio; nè da simile opinione sono alieni il Krueger (1) ed il Lenel (2). Ma ora modificherei una tale opinione e stimerei più verosimile, che Viviano compilasse una raccolta di quaestiones in correlazione al sistema edittale (3).

Le citazioni che si trovano in altri giuristi dell' epoca di Viviano rassomigliano singolarmente a quelle dell' epoca di Plazio fr. 1, § 3, D. 2. 1 " *apud Vivianum relatum est* „: fr. 1, § 9, D. 21, 1 " *apud Vivianum quaeritur* . . . „: fr. 17, § 3, D. 2, 1 " *apud Vivianum relatum est* „: fr. 1, § 45, D. 43, 16 " *apud Vivianum* relatum est „: fr. 24, § 9, D. 39, 2: " *apud Vivianum* relatum est „: fr. 13, § 5, D. 43, 24: " et est *apud Vivianum* saepissime relatum „: cf. Vivianus refert [fr. 1, § 41, 46, D. 43, 16]. E così si spiega anche la notevole citazione della *Collatio* 12, 7: libro VI.° *ex Viviano* relatum est „. fr. 14, pr. D. 29, 7: " quantum repeto *apud Vivianum* „.

Tali esempi presi isolatamente non hanno gran peso; il loro cumulo (confrontato colla scarsità delle reliquie) fa invece molta impressione. Che da Viviano si trovassero addotte le diverse opinioni de' precipui *auctores* ed esaminate le loro controversie, è cosa che già da siffatte citazioni si può rilevare e che appare anche a traverso le scarsissime relazioni a noi pervenute. fr. 35, § 9, D. 4, 6: " Vivianus scribit Proculum respondisse „: fr. 17, § 4, D. 13, 6: " idem ait: interrogatus Proculus de eo... ait „: fr. 14, pr. D. 29, 7: " Sabino Cassio Proculo „. — Accenni a *quaestiones* vedi nel fr. 1, § 9, D. 21, 1 surriferito: fr. 13, § 5, D. 43, 24 " quaesitum est.... et est apud Vivianum .... relatum „ e sovratutto fr. 14 pr. D. 29, 7 [dal libro VIII.° delle *quaestiones di Scevola*]: quidam referunt, quantum repeto apud Vivianum, Sabini et Cassii et Proculi *expositam esse in quaestione huiusmodi controuersiam* „.

---

(1) *Rechtsquellen*, p. 138 (vers. fr. 210)

(2) *Paling*, II 1225.

(3) La stretta attinenza coll' Editto si osserva anche nell' opera di Plauzio; cf. in Lenel i n. 1142, 1178.

Ne' frammenti del commentario di Paolo ora si trovano distinti i passi appartenenti all'opera commentata [Plautius — Paulus], ora invece manca ogni segno distintivo. La ragione del vario procedere è pur quella, che i compilatori intendevano di togliere tali indicazioni e di dare ai frammenti un' apparenza esteriore di unità; ma che parecchie invece delle indicazioni rimasero per inavvertenza.

Possiamo noi sceverare con sicurezza l' elemento plauziano, da quello pauliano, là dove l' esplicita indicazione non soccorre?

In alcuni casi certamente: ed è dove appajono quelle consuete citazioni di antichi *auctores* nell'ordine e nella forma, in cui rinvengono nei brani espressamente attribuiti a Plauzio, mentre — almeno in tale ordine e forma — non appajono negli altri scritti di Paolo (1).

Ecco una serie di tali passi: dove io termino di trascrivere, s'intende che ritengo finita la parte di Plauzio:

fr. 43, D. 5, 3:

> Postquam legatum a te accepi, hereditatem peto: Atilicinus quibusdam placuisse ait, non aliter mihi adversuste dandam petitionem, quam si legatum redderem.

fr. 47, § 1, D. 15, 1:

> Sabinus respondit non alias dandam de peculio actionem in dominum, cum seruus fideiussisset, nisi in rem domini aut ob rem peculiarem fideiussisset.

id. § 3:

> si creditor servi ab emptore esset partem consecutus, competere in reliquum in venditorem utile iudicium Proculus ait; sed re integra non esse permittendum actori dividere actionem, ut simul cum emptore et cum venditore experiatur; satis enim esse hoc solum ei tribui, ut, rescisso superiore

(1) Cf. quanto ho scritto nella *Zeitschrift d. S. S.* l. c. 7. p. 86 sg. e Lenel, *Paling*, II, 13.

iudicio, in alterum detur ei actio, cum electo reo minus esse consecutus.

fr. 45, § 7, D. 17. 1:

quod mihi debebas a debitore tuo stipulatus sum periculo tuo: posse me agere tecum mandati in id, quod minus ab illo servare potero, Nerva Atilicinus aiunt, quamuis id mandatum ad tuam rem pertineat.

fr. 57, D. 18, 1:

domum emi, cum ego et venditor combustam ignoraremus. Nerua Sabinus Cassius nihil venisse, quamuis area maneat, pecuniamque solutam condici posse aiunt.

fr. 56, § 3, D. 23, 3:

si pecunia et fundus in dote sint et necessariae impensae in fundus factas, Nerua ait dotem pecuniariam minui.

fr. 38, § 7, D. 23, 1:

si actionem habeam ad id consequendum quod meum non facit, ueluti ex stipulatu, fructus non consequar etiamsi mora facta sit: quod si acceptum est iudicium, tunc Sabinus et Cassius ex aequitate fructus quoque post acceptum iudicium praestandos putant, ut causa restituatur.

fr. 31, D. 9, 4:

Quod ait praetor ecc.... imputari debere. Cf. *supra.*

fr. 17, D. 45, 2:

sive a certis personis heredum nominatim legatum esset.... obligat. Cf. supra.

fr. 32, D. 45, 3:

si, cum duorum usus fructus esset in servo, et is seruus uni nominatim stipulatus sit ex ea re, quae ad utrumque pertinet, Sabinus ait quoniam soli obligatus esset, videndum esse, quemadmodum alter usuarius partem suam recipere possit, quoniam inter eos nulla communio iuris esset.

fr. 16 e 18, D. 34, 3:

Ei cui fundum in quinquennium locaueram legaui. quidquid eum mihi dare facere oportet oportebitue, ut sineret heres sibi habere. Nerua Atilicinus, si heres prohibe-

rat eum frui, ex conducto, si iure locationis quid retineret, ex testamento fore obligatum aiunt, quid nihil interesset peteretur an retineret. " et praeterea placuit agere posse colonum cum herede ex testamento, ut liberetur conductione „ totam enim locationem legatam videri (1).

Cassius: etiamsi eo modo habitatio legata esset, gratuitam habitationem heres praestare debere.

fr. 35, D. 8, 3:

Ed Atilicinus ait Caesarem Statilio Tauro rescripsisse in haec uerba ecc.

fr. 20, § 3, D. 40, 7:

Is cui servus pecuniam dare iussus est, ut liber esset, decessit. Sabinus, si decem habuisset parata, liberum fore, quia non staret per eum quominus daret.

fr. 24, § 2, D. 5, 1:

sed si postulatur in rem actio adversus legatum, numquid danda sit, quoniam ex praesenti possessione haec actio est? Cassius respondit sic servandum, ut, si subducatur ministerium ei, non sit concedenda actio: si vero ex multis seruis de uno agatur, non sit inhibenda.

fr. 26, D. 5, 1:

De eo autem qui adit hereditatem Cassius scribit, quamuis Romae adierit hereditatem, non competere in eum actionem, ne impediatur legatio.

fr. 28, § 5, D. 5, 1:

si paterfamilias mortuus esset relicto uno filio et uxore praegnate, non recte filius a debitoribus partem dimidiam crediti petere potest, quamuis unus filius natus sit, quia poterant plures nasci, cum per rerum naturam certum fuerit unum nasci. sed Sabinus Cassius partem quartam peti debuisse, quia incertum esset an tres nascerentur; nec rerum naturam

---

(1) Cf. Riccobono 1, e.

intuendam, in qua omnia certa essent, cum futura utique fierent, sed nostram inscientiam aspici debere.

fr. 31, § 1, D. 12, 1:

seruum tuum imprudens a fure bona fide emi; is ex peculio, quod ad te pertinebat, hominem paravit, qui mihi traditus est. Sabinus Cassius posse te hominem condicere; sed si quid mihi abesset ex negotio quod is gessisset, inuicem me tecum acturum.

Gli stessi passi sono indicati (meno il 2.° e il 3.°) dal Lenel in nota alla *Pal.* II, 13. Egli poi ne indica diversi altri, che a noi pure sembrano da attribuirsi a Plauzio, ma non con altrettanta certezza.

Il modo, con cui Paolo suole aggiungere le sue osservazioni a Plauzio, è degno di nota. Come ne' libri *ad Neratium*, così in questi libri egli aggiunge una più ampia motivazione, ora sviluppa altre conseguenze, ora conferma coll' autorità sua e di altri le cose dette, ora passa all' esame di nuove e più complicate fattispecie: assai di raro contraddice. Sicchè ne' libri *ad Plautium* e ad *Neratium* Paolo segue tutt' altro stile, che nelle note ai *πιϑανά* di Labeone; qui egli ordinariamente assume aria di critico, le sue osservazioni hanno per iscopo di ribattere o almeno restringere la portata di quanto è detto nel testo; esse cominciano quasi invariabilmente coll' avverbio *immo.* Invece nelle due prime opere l' osservazione spesso si rannoda al testo col *nam* (enim) o coll' igitur; troviamo spesso " hoc verum est " " hoc iure utimur " e simili frasi. — L' esame attento di tali frasi ci potrà pure dare un sussidio per distinguere il testo plauziano dal commento di Paolo; l' osservazione non dev' essere però isolata, ma corroborarsi coll' analisi della parte antecedente; occorre cioè vedere se questa per la concisa ed elegante esposizione del quesito, per la breve motivazione, per la purezza dello stile sia tale da potersi ascrivere all' antico giurista. Qualcuna di quelle dizioni, che servono a rannodare al testo plauziano le note di Paolo, p. e. igitur; idem x scribit; idem dici potest ecc., ritorna anco in mezzo al discorso certamente tutto

pauliano, come prova una semplice occhiata alle *Quaestiones* di Paolo medesimo. Per queste la cautela non sarà mai eccessiva.

Il Lenel ha fatto un bellissimo uso di tale criterio, rivendicando a Plauzio il fr. 44 pr. D. 35, 1; ma sonvi altri passi che si possono a lui rivendicare con altrettanta sicurezza. Noi qui daremo solo qualche esempio; poichè la completa ricerca de' passi di Plauzio può essere doverosa per chi ne tentasse di ricostruire la figura scientifica, ne' confini del possibile; non per noi, che occupati di esaminare l' elaborazione di Paolo, possiamo contentarci di additare all' indagine i mezzi opportuni. Qui ometteremo pure qualche testo, che fu già più sopra indicato e riferito.

fr. 59, D. 46, 3: si ita stipulatus sim: " mihi aut Titio dare spondes? „ et debitor constituerit se mihi soluturum, quamuis mihi competat de constituta [pecunia] actio, potest adhuc adiecto soluere, et si a filio familias mihi aut Titio stipulatus sim, patrem posse (1) Titio soluere quod in peculio est.

Paolo ripiglia: scilicet si suo, non filii nomine soluere velit, dum enim ecc.

Cf. per un simile modo di connettere l' osservazione al testo: fr. 24, D. 40, 2 (Paul. 2 *ad Nerat.*) fr. 67, D. 46, 1 (Paul. 3 *ad Ner.*).

fr. 32, D. 2, 14: quod dictum est, si cum reo pactum sit, ut non petatur, fideiussori quoque competere exceptionem, propter rei personam placuit, ne mandati iudicio conveniatur.

Il " placuit „ conviene mirabilmente a Plauzio. Per simili diciture in Plauzio cf. fr. 31, D. 9, 1. e *supra*.

Paolo ripiglia: igitur si mandati actio nulla sit, ecc.

Cf. una forma di nota affatto simile in fr. 96, D, 35, 1 (1 *ad Ner.*), ove non manca neppure il *dicendum est*.

---

(1) È caduta la citazione, che doveva trovarsi nel testo genuino e reggere l' infinito.

fr. 5, D. 15, 4:

si dominus vel pater pecuniam mutuam accepturus iusserit servo filiove numerari, *nulla quaestio est*, quin ipsi condici possit.

Paolo: *immo* hoc casu de iussu actio non competit.

fr. 9, D. 12, 5:

si vestimenta utenda tibi commodavero (1), deinde pretium ut reciperem dedissem, condictione me recte acturum responsum est (2).

Paolo: " quamuis enim propter rem datum sit ecc. ".

Cf. per la forma e il carattere della nota fr. 23, D. 7, 8 (Paul. 1 *ad Ner.*).

fr. 9, § 1 *ibid*:

si rem locatam tibi vel venditam a te vel mandatam ut redderes, pecuniam acceperis habebo tecum ex locato vel vendito vel mandati (3) actionem: quod si, ut id quod ex testamento vel ex stipulatu debebas, redderes mihi, pecuniam tibi dederim, condictio dumtaxat pecuniae datae eo nomine erit.

Paolo: idque et Pomponius scribit.

Cf. per un simile modo di riferire l' assenso de' precedenti commentatori di Plauzio, fr. 8, D. 34, 2 (9 *ad Pl.*).

fr. 56, § 3, D. 23, 3:

quod dicitur necessarias impensas ipso iure dotem minuere, non eo pertinet, ut, si forte fundus in dote sit, desinat aliqua ex parte dotalis esse, sed, nisi impensa reddatur, aut pars fundi aut totus retineatur.

Che il brano appartenga a Plauzio si prova, non tanto coll' analoga formola di altri luoghi plauziani (fr. 31, D. 9, 4 — fr. 32, D. 2, 14); ma sovratutto coll' avvertire che

---

(1) Pl. « dedero ».

(2) In Pl. eran probabilmente citati i respondenti.

(3) — to?

a Plauzio appartiene, come sopra s' è visto, il brano seguente " si pecunia et fundus in dote sint ecc. ", che è una continuazione di esso.

La nota di Paolo è la seguente: " sed si tantum in fundum dotalem impensum sit per partes, quanti fundus est, desinere eum dotalem esse Scaevola noster dicebat ". Poi segue un emblema (Lenel, I, 1156 n. 2), poi torna a parlare Plauzio (1).

fr. 67, D. 47, 2 — § 4: (2).

si tu Titius mihi commendaveris quasi idoneum, cui crederem et ego in Titium inquisii, deinde tu alium adducas quasi Titium, furtum facies, quia Titium esse hunc credo.

Paolo:

scilicet et si ille qui adducitur scit; quod si nesciat ecc.

fr. 7, D. 34, 2:

si ita esset legatum: " vestem meam, argentum meum damnas esto dare ", id legatum videtur (3) quod testamenti tempore fuisset, quia praesens tempus semper intellegatur, si aliud conprehensum non esset (4).

Paolo ripiglia:

idem est et si quis ita legaverit: *servos meos*.

Per la forma della nota v. fr. 17, D. 45, 2.

fr. 18, D. 7, 8:

si domus usus legatus est sine fructu, communis refectio est rei in sartis tectis tam heredis quam usufructuarii.

---

(1) Per la forma della nota, cf. p. e. fr. 63, D. 24, 1 — fr. 140, § 1, D. 45. 1 (Paul. 3 *ad Ner*).

(2) Più brani di questo fr. sembrano appartenere a Plauzio; specialmente il primo fino a « idque et Iulianus putat » e il § 2.

(3) In Pl. stava più specialmente il nome di qualche autore: « id legatum videri x ait ». Una traccia sta nel congiuntivo « intellegatur », che presuppone orazione obliqua.

(4) Qui segue ora nelle Pandette un glossema; « nam cum dicit (chi?) *vestem meam, argentum meum*, hac demonstratione *meum* praesens, non futurum tempus ostendit ». Ma se è già stato detto!

Paolo:

videamus tamen, ne, si fructum heres accipiat ecc.

fr. 63, D. 46, 3:

si debitor sit servi fructuarius, potest is servus per acceptilationem liberare eum; videbitur enim ex re eius adquirere.

Paolo:

idem in pacto dicemus.

fr. 89, D. 45, 1:

si a colono, cui fundum in quinquennium locaveram, post tres annos ita stipulatus fuero *quidquid te dare facere oportet,* non amplius in stipulationem deducitur, quam quod iam dari oportet.

Paolo:

in stipulationem *enim* deducitur, quod iam dari oportet (1), si autem adiciatur ecc.

fr. 7, D. 8, 6. Cf. *supra*.

fr. 17, § 2, D. 39, 3: (2)

Via publica intercedente, haustus servitutem constitui posse placuit.

Paolo:

et est verum; sed non solum si via publica interveniat ecc.

fr. 15, § 1, D. 41, 3:

si seruus quem possidebam fugerit, si pro libero se gerat, videbitur a domino possideri (3).

Paolo:

sed hoc tunc intellegendum est, cum ecc.

fr. 9, D. 12, 4:

si donaturus mulieri iussu eius sponso numeravi, nec nuptiae secutae sunt, mulier condicet.

---

(1) Ripete il ragionamento del testo.

(2) Non è la sola parte del frammento, che spetti a Plauzio.

(3) « videri eum a domino possideri x ait » Pl. — Il *videri* è del resto tecnico pel responso. Cf. però D. 46, 3, 63.

Paolo:

sed si ego contraxi cum sponso et pecuniam in hoc dedi ecc.

Come ripetiamo, non è pretesa nostra il rintracciare qui tutti passi, che la critica può rivendicare a Plauzio. Si tratta ora solo di avvertire alcuni degli esempî più cospicui.

Non possiamo però tralasciare di avvertire, come vi abbiano frammenti da rivendicarsi per intero a Plauzio (p. e. fr. 13, D. 11, 1. — fr. 79, D. 50, 16): altri, che risalgono a lui, benchè fortemente abbreviati o da Paolo stesso, o — più verosimilmente — dai compilatori. Cf. p. e. fr. 10, D. 2, 11, dove s' aggiungono molti emblemi: fr. 44, § 6 — 8, D. 35, 1. Al § 8 in luogo di *quidam aiunt*, stavano i nomi degli autori. Il " sed ego contra puto " è nota pauliana. Cf. pure il fr. 47 pr. e § 2, D. 15, 1: il § 1 e il § 3 sono già stati sopra rivendicati a Plauzio per altre ragioni. Talora, come s' è visto, ci è rimasto il quesito, quale fu da Plazio formulato (un perspicuo esempio nel fr. 62, D. 46, 3); ma invece della sua trattazione relativa, abbiamo senz' altro il commento di Paolo.

Prof. Contardo Ferrini.

CONTRIBUTI ALLO STUDIO CRITICO
DELLE FONTI DEL DIRITTO ROMANO

NOTA II.

Le cognizioni giuridiche di Lattanzio, Arnobio e Minucio Felice.

I.

Lattanzio.

Lattanzio, che prima della sua conversione al cristianesimo fu professore celebratissimo di retorica, ebbe del diritto romano una cognizione abbastanza ampia e sicura. — In questo breve studio noi prescindiamo dai molteplici documenti, che al romanista offre l'opuscolo *de mortibus persecutorum;* sia perchè esso è sufficientemente noto anche ai giuristi, sia perchè è tutt'altro che sicuro ch'esso appartenga a Lattanzio.

Nelle altre opere, che invece si debbono ascrivere con certezza all'elegantissimo scrittore cristiano, si trovano allusioni frequenti e talora importanti al linguaggio giuridico o agli istituti giuridici, che denotano in lui (come già nel suo maestro Arnobio; cf. lo studio II) una famigliarità colle opere dei giureconsulti. Benchè non abbia mai esercitato l'avvocatura (cfr. *Inst.* III, 13 " eloquens nunquam fui, quippe qui forum ne attigerim quidem "), pure trovò la necessità di non disgiungere dall'insegnamento dell'*ars dicendi* il necessario corredo di nozioni giuridiche, applicando gli esempi alle reali condizioni del

diritto vigente, anzichè copiare dai greci o inventare di sana pianta leggi e istituzioni. A mantenerlo in questa giusta via giovò senza dubbio moltissimo lo studio indefesso di Cicerone, che gli fu costantemente modello.

Comincierò a ricordare le principali menzioni di frasi o di istituti giuridici, che si trovano nelle Istituzioni di Lattanzio (quà e là si citeranno le pochissime che si hanno nelle altre opere), aggiungendo all'uopo qualche schiarimento; seguiranno quindi alcune indagini circa la sua precipua fonte per siffatte materie.

Inst. I, 15 aliquem quod ipse non habeat, dare alteri posse? — Allusione a una notissima paremia dei giuristi.

I, 18 La nota menzione della *lex Papia* e del *ius trium liberorum*. Questa testimonianza è già stata addotta [Heineccius *ad leg. Iul. et Pap.* II, 3: Napoli 1768, vol. I, p. 221 sg.] e probabilmente è tolta da Seneca. Dico *probabilmente,* poichè non mi pare sicuro che la citazione del passo (ora perduto nell'originale) di Seneca arrivi oltre le parole " ... liberos tollere „. Cf. del resto Ulp. *Reg.* XVI, 3.

I, 20 Flora — — scripsit heredem certamque pecuniam reliquit, cuius ex annuo fenore suus natalis dies celebraretur editione ludorum. — Ho riportato queste parole, quale esempio fra molti della notevole precisione del linguaggio in simile materia.

II, 2 " quam ergo vim, quam potestatem... „ Il binomio *vis et potestas* frequente in Lattanzio [cf. p. e. *Inst.* IV, 15 — *de ira Dei,* c. 10 etc.] sembra reminiscenza del linguaggio dei giuristi.

II, 4 " nisi — — custodia diligens sepserit (simulacra), in praedam furibus cedunt „. La *custodia* e anzi la *diligens custodia* è ricordata in relazione al furto, proprio come negli esempï tipici dei giureconsulti.

II, 4 " si humilis quispiam tale quid commiserit (sacrilegio), huic praesto sunt flagella ignes eculei cruces et quidquid excogitare iratis et furentibus licet „. Cf. Ulp. 7, de off. proc. [fr. 7 (6) D. 48, 13]: " sacrilegii poenam debebit proconsul pro qualitate personae proque rei condicione et temporis et aetatis et sexus vel severius vel clementius statuere, et scio multos vel ad bestias damnasse sacrilegos, nonnullos etiam *vivos exussisse,* alios *vero in furca suspendisse* „.

II, 6 neque domus habere dominium sui potest.

II, 8 dedit omnibus Deus pro virili portione sapientiam. — La frase " pro virili portione „ appartiene al linguaggio giuridico.

II, 9 " versuram solvis, Geta „. Veramente il passo deriva da Terenzio *Ph.* v. 780-781: cf. Bekker *die röm. Komiker,* p. 29, 67.

II, 10 ideoque a veteribus institutum est, ut sacramento ignis et aquae nuptiarum foedera sanciantur. Exulibus quoque ignis et aqua interdici solebat; adhuc enim videbatur nefas, quamvis malos, tamen homines capites supplicio adficere. interdicto igitur usu earum rerum, quibus vita constat hominum, perinde habebatur ac si esset qui eam sententiam exceperat morte mulctatus.

II, 16 mundum regi a Des dicimus, ut a rectore provincia; cuius apparitores nemo socios esse in regenda provincia dixerit, quamvis illorum ministerio res geratur.

III, 1 — — iudex, cuius non est argumentari sed pronuntiare. Cf. III, 8.

III, 4 nos ergo, Marce Tulli, — — insuendi, te iudice, in culleum, qui philosophiam negamus parentem esse vitae? — Allusione alla pena dei parricidi.

III, 7 ab his qui habent (divitias), auferamus *clam dolo*

vi. — Chiarissima allusione alla distinzione dei giuristi tra furto (clam dolo) e rapina (vi).

III, 21 quis aut vir mulierem aut mulier virum diliget, nisi habitaverint semper una, nisi devota mens et servata invicem fides *individuam* fecerit caritatem? — Le quali parole ricordano molto da vicino le altre " viri et mulieris coniunctio *individuam* vitae consuetudinem continens " [§ 1, *Inst.* 1, 9], che io ho già dimostrato esser state prese dalle istituzioni di Ulpiano; cf. le mie *Fonti delle istit.* p. 14, 18 [= 144, 148].

IV, 3 dominum vero eundem esse qui sit pater, etiam iuris civilis ratio demonstrat. quis enim poterit filios educare, nisi habeat in eos domini potestatem? nec immerito paterfamilias dicitur, licet tantum filios habeat; videlicet nomen *patris* complectitur etiam servos, quia *familias* sequitur, et nomen *familiae* complectitur etiam filios, quia *pater* antecedit . unde apparet eundem ipsum et patrem esse servorum et dominum filiorum . denique et filius manu mittitur tanquam seruus et servus liberatus patroni nomen accipit, tanquam filius . quodsi propterea parterfamilias nominatur, ut appareat eum duplici potestate praeditum etc.

IV, 4 similes sint aut filiis abdicatis aut seruis fugitiuis; quia neque illi patrem quaerunt neque hi dominum et sicut abdicati hereditatem patris non adsecuntur et fugitivi impunitatem etc. — L'*abdicatio filii* (ἀποκήρυξις) non è mai stata riconosciuta dal diritto romano [cf. Dirksen, *Civilistiche Versuche,* p. 62 sg.]; ma di fatto, almeno dal tempo de' Severi [cf. *Tert., praescr. adv. haer.,* c. 39] fino a quelli di Diocleziano [c. 6, *de patria pot.* 8, 46 del 288], era in vigore, specialmente nelle provincie orientali: cf. Mitteis, *Reichsrecht und Volksrecht,* p. 212 sgg.

IV, 4 solus dominus nuncupandus, qui regit, qui habet vitae necisque veram et perpetuam potestatem.

IV, 11 testamentum suum mutaret, idest hereditatem vitae inmortalis ad exteras converteret nationes.

IV, 20 nisi testator mortuus fuerit, nec confirmari testamentum potest, nec sciri quod in eo scriptum sit, quia clausum et opsignatum est.

IV, 20 nos heredes fecit, abdicato et exheredato populo iudaeorum: cf. IV, 4.

IV, 22 quamquam apud bonos iudices satis habeant firmitatis vel testimonia sine argumentis vel argumenta sine testimoniis.

IV, 23 non vult imponi sibi necessitatem parendi, tanquam sibi ius libertatis adimatur.

IV, 26 eo genere (supplicii) adficiendus fuit, quo humiles et infimi solet.

IV, 29 cum quis habet filium, quem unice diligit, qui tamen sit in domo et in manu patris, licet ei nomen domini potestatemque concedat, civili tamen iure et domus una et unus dominus nominatur.

V, 1 sacrilegis et proditoribus et veneficis potestas defendendi sui datur nec praedamnari quemquam incognita causa licet.

V, 6 non regnum, sed impiam tyrannidem *vi et hominibus armatis* occupavit. — Palese allusione all'interdetto *de vi armata*.

V, 9 qui — nec culleum metuant: cf. III, 4.

V, 19 quod si servorum nequissimus iudicatur qui dominum suum fuga deserit isque verberibus et vinculis et ergastulo et cruce et omni malo dignissimus iudicatur et si filius eodem modo perditus atque impius existimatur, qui patrem suum derelinquit, ne illi obsequatur, ob eamque causam dignus putatur qui sit exheres et eius nomen in perpetuum de familia deleatur...

VI, 9 quantum autem a iustitia recedat utilitas, populus ipse romanus docet, qui per fetiales bella indicendo et legitimas iniurias faciendo — — possessionem sibi totius orbi comparavit.

VI, 9 sicut illi XII tabularum conditores, qui certe publicae utilitati pro condicione temporum servierunt . aliud est igitur civile ius, quod pro moribus ubique variatur, aliud est vera iustitia etc.

VI, 20 huius igitur publici homicidii (i combattimenti gladiatorii) *socios et participes* esse non convenit eos (i cristiani). — La frase " socius et particeps homicidii „ è tecnica.

VI, 23 " non enim sicut iuris publici ratio est, sola mulier adultera est, quae habet alium; maritus autem, etiamsi plures habeat, a crimine adulterii solutus est „.

VII, 27 haec est hereditas nostra, quae nec eripi cuiquam *nec transferri ad alterum* potest.

L' idea medesima di comporre le Istituzioni fu suggerita a Lattanzio dall' esempio dei giuristi. Lo dice egli medesimo (I, 1): " Et si quidem prudentes et arbitri aequitatis institutiones iuris ciuilis compositas ediderunt, quibus civium dissidentium lites contentionesque sopirent, quanto melius nos et rectius divinas institutiones litteris persequemur, in quibus non de stillicidiis aut aquis arcendis aut de manu conserenda, sed de spe de vita de salute de immortalitate de Deo loquemur„.

Il concetto, ch' egli ha delle *institutiones* e dell' *instituere* è precisamente quello dei giuristi. Cf. IV, 24 " qui vitam hominum *rudimentis* virtutis instituat „; IV, 28 " rudimentis iustitiae ad cultum verae religionis instituat „: V, 4 " aliud *instituere,* — quo necesse est doctrinae totius substantiam contineri „.

Nè mi pare impossibile il determinare quale fosse il modello precipuo di Lattanzio. I varî passi delle sue istituzioni che contengono reminiscenze ulpianee farebbero supporre verosimile che

le istituzioni di Ulpiano servissero appunto di esempio; la designazione di " prudentes et arbitri aequitatis " apposta ai compositori di *institutiones iuris ciuilis* sembra allusiva alle prime righe di quelle. Ma la dimostrazione può darsi più conveniente.

In un passo notissimo (V, 11) scrive Lattanzio: " quin etiam sceleratissimi homicidae contra pios iura impia condiderunt. nam et constitutiones sacrilegae et disputationes iuris consultorum leguntur iniustae. Domitius [i. e. Ulpianus] de officio proconsulis libro VII rescripta principum nefaria collegit, ut doceret, quibus poenis adfici oporteret eos, qui se cultores Dei confiterentur ". — Immediatamente dopo queste parole (V, 12) Lattanzio — e il nesso, ch' io sappia, non fu ancora osservato — soggiunge:

> quid iis facias, qui *ius* vocant carnificinas .. adversus innocentes .. ? Et cum sint iniustitiae crudelitatisque doctores, *iustos se esse tamen ac prudentes videri volunt* — —: adeone vobis, o perditae mentes, invisa *iustitia* est, ut eam summis sceleribus adaequetis?

Quell' Ulpiano medesimo, che nel VII libro *de officio proconsulis* raccoglie le costituzioni contro i cristiani per norma dei governatori delle provincie, inizia le sue Istituzioni colle celebri e tronfie parole: " cuius (scil. *iustitiae*) merito quis nos sacerdotes appellet; *iustitiam* namque colimus et boni et aequi notitiam profitemur ". Il raffronto si prestava a una terribile ironia, che rendeva il rimprovero più efficace, e Lattanzio non era uomo da lasciarsi sfuggire la buona occasione.

Allusioni diverse a quel primo brano delle istituzioni Ulpianee chi sa leggere non mancherà di trovare in Lattanzio. Ecco esempï (1).

Latt. V, 9 [si tratta appunto della *iustitia*]: " nostros nihil aliud operari, nisi aequum et bonum ": cf. Ulp.

(1) Che, notisi bene, son tutti presi da capi vicini a quello citato.

" est autem (ius) a iustitia appellatum; nam — est ars boni et aequi ".

V, 8 " ad regendos homines non opus esset tam multis et tam variis legibus — — neque carceribus neque gladiis praesidum neque terrore poenarum ": Ulp. *ibid.*.. metu poenarum . . . (1).

V, 20 " eiusmodi religiones neque bonos facere posse ": Ulp. " bonos efficere cupientes ".

VI, 9 " divini iuris ignarus gentis suae leges tanquam verum ius amplectitur, quas non utique iustitia, sed utilitas repperit . cur enim per omnes populos diuersa et uaria iura sunt condita, nisi quod unaquaeque gens id sibi sanxit, quod putavit rebus suis utile? ". — Ulp. " priuatum [ius] quod ad singulorum utilitatem spectat "; " ius civile est quod neque in totum a naturali vel gentium recedit, nec per omnia ei servit, itaque cum aliquid addimus vel detrahimus iuri communi, ius proprium i. e. civile efficimus " (2).

Taccio di altre reminiscenze sparse nelle opere lattanziane; p. e. *de opificio,* c. 20 " te ad *verae philosophiae* doctrinam cohortabor ". cf. Ulp. " veram, nisi fallor, philosophiam, non simulatam adfectantes ".

Alla soluzione della nota controversia, se il giureconsulto Tertulliano, di cui si hanno frammenti nei Digesti, sia identico col padre della chiesa omonimo, parmi possa trarsi un sussidio dal seguente passo (V, 1):

Minutius Felix non ignotus inter causidicos — — Septimius quoque Tertullianus fuit omni genere litterarum peritus, sed in eloquendo parum facilis.

---

(1) Cf. VI, 9 timori adscribi potest, si praesentium poenarum metu sceleribus abstineant.

(2) Cf. § 2, Inst. 1, 2 e le mie *Fonti delle Ist.* p. 17 = 147.

L'autore, che ricorda la qualità di " causidicus " in Minuccio Felice, non avrebbe certamente taciuta quella di " iuris consultus " in Tertulliano, se costui fosse stato davvero identico col celebre prudente.

II.

Arnobio.

Di Arnobio, benchè maestro di Lattanzio, discorriamo in secondo luogo, perchè, a quanto sembra (cfr. Latt. *Inst.* V, 1), i suoi libri *adversus nationes* furono scritti dopo le istituzioni del discepolo. — Anche in Arnobio si rileva una notevole conoscenza del diritto, sia in molte allusioni al linguaggio giuridico, sia in varî accenni agli istituti.

Per norma dei lettori soggiungerò che le pagine sono indicate secondo l'edizione di Leida (dovuta alle cure di Salmasio; dubbio in Migne *Patr.* V, p. 363, ma cf. l'edizione di Reifferscheid, p. XII e p. 2); sempre però abbiano tenuto presente l'ultima edizione del Reifferscheid:

I. p. 3 *leges* interpretantur et *iura*. Il noto dualismo ritorna, come vedremo, in altri passi di Arnobio.

p. 15 hanc legem *constituistis*, hanc *promulgastis*.

p. 16 mundus .. cuius est? aut quis eius vobis adtribuit *fructum possessionemque* retinere? Cf. Gai. 2, 7.

p. 31 trascribere posse in hominem ius tuum. — Cf. Gai. 3, 130.

p. 36 quaenam est enim *ratio naturalis* aut in mundi constitutionibus lex scripta...? — La frase " ratio naturalis " è specialmente gajana.

II. p. 44 ab dominis se servis cruciatibus adfici, quibus statuerint, malunt, solui coniuges matrimoniis, exheredari a parentibus liberi, quam fidem rumpere christianam.

p. 55 suppellectilem ceteram, quam familiaris usus exposcit. — Cf. le definizioni de' giuristi: p. e. fr. 6, 7 § 1, D. 33, 10.

p. 62 usu et illis est vita, non mancipio tradita.

p. 91 cum paratis bellum, signum monstratis ex arce? aut fetialia iura tractatis? per clarigationem repetitis res raptas?.. in potestatibus obeundis leges conservatis annarias? in donis in muneribus cinciam? in cohibendis censorias sumptibus? — Quanto si dice quì della lex cincia, va inteso retrittivamente di alcune disposizioni di esse, giacchè verso il 295, anno in cui Arnobio a un dipresso scriveva [Teuffel *röm. Litt.* 3, n.° 396], la lex cincia non era del tutto caduta in disuso.

III. p. 100 si adstipulatores habuerit plurimos.

p. 100 nec spoliabitur vi sua, etiamsi nullum habeat vindicem.

p. 103 alios audiam — dicere: oportere statui per senatum, aboleantur ut haec scripta, quibus religio christiana comprobatur.

p. 109 *dicis causa* species vos ei accomodavisse mortalium.

p. 121 " audetis intendere nostri nominis causa res humanas ab diis premi „. — *Intendere* quì è usato quasi nel senso tecnico dei giuristi.

IV. p. 136-138. Quì vi ha un passo interessantissimo; una supposta controversia delle cinque Minerve intorno alla *proprietà* del nome. Prima (p. 136) " de istius nominis possessione certantes „: poi, più esattamente, " de huius nominis proprietate rixantes „. Il passo è notevole anche perchè la storia delle cinque Minerve pende, come tutti quasi i simili racconti, da Clemente Alessandrino [cf., oltre i citati dal Röhricht, *De Clemente Alexandrino*, Amburgo 1892, p. 3, già il De Nourry in Migne, *Patr.* V, 397], ma la finzione spiritosa

della lite appartiene ad Arnobio. Cf. Röhricht l. c. p. 18: " simplicem denique Minervarum seriem Arnobius infra de rixa dearum blaterans verbose pertractavit ". Che al Röhricht ciò sembri vana chiacchierata, gli si può perdonare, come a persona affatto ignara di diritto. Per noi invece, a cui delle cinque Minerve importa assai poco, è questo il punto di maggiore momento. Io non voglio sostenere addirittura che i romani conoscessero una vindicatio nominis (1), quando taluno si usurpasse un nome indebito, cui fossero attribuiti speciali onori o facoltà (come nel presente caso: " poscent sibi singulae apparatum illum sacrorum reddi "); ad ogni modo il passo, in tanta scarsezza di documenti è pur degno di meditazione. L'autore concepisce il processo, che dovrebbe aver luogo in simil caso, come una vera rivendica; una delle contendenti dice: " desiste igitur nomen *iuris* tibi adsciscere non *tui* — — aliud tibi quaere signum; nam *mea res* ista est ". Un'altra: " itane tu audes maiestatem tibi mei nominis usurpare? — — desiste tibi nomen *id quod meum est vindicare* ", E poi: " quo disceptatore controversias tollemus tantas? aut quis quaesitor quis arbiter cervicibus tantis erit, qui

---

(1) Cf. da ultimo Scialoja *sul diritto al nome*, p. 42 sgg. — Del resto io devo dichiarare, che una *nominis uindicatio* non mi pare impossibile. Nella uindicatio nella sua funzione ordinaria si dà rilievo ad uno degli elementi della proprietà, a quello cioè di pertinenza (« aio *meum* esse » « si paret A[1] A[1] esse »). Perchè dunque non avrebbe la uindicatio potuto estendersi a tutela di altri rapporti di intima pertinenza, *in quanto tali* paragonabili alla proprietà? Un rapporto simile è quello della persona verso il suo nome. — Del resto ricorderò che il diritto classico conosce ancora la *uindicatio filii familias*. Nè un fenomeno dissimile è l'estensione della tutela aquiliana per le lesioni recate ad un *liberum corpus*.

inter personas huiusmodi aut *vindicias iustas dare* aut *sacramenta* conetur pronuntiare non *iusta?* „.

IV. p. 140 usu farre coemptione genialis lectuli sacramenta condicunt? — Esatto; ma s'attenderebbe *farre coemptione usu.*

p. 140 habet speratas, habent pactas, habent interpositis stipulationibus sponsas? — " Sponsas pactas „ è tecnico: " sponsae interp. stip. „ si devono forse a reminiscenze storiche, che dal libro di Servio passarono nelle opere dei giuristi.

p. 142 " homines – – adulteria — legibus uindicant et capitalibus adficiunt eos (adulteros) poenis „. — " Capitales poenae „ per questo reato a' tempi di Arnobio (ma non *sanguinis*) sono appunto attestate; cfr. anco Thalel. in *Heimb.* I, 704.

p. 150 " rogationibus plebiscitis consultorum senatus metu intercedere prohibere sancire, ne quis vellet de diis passim, nisi quod esset plenum religionis, effari „. Per l'ordine cf. Gai. 1, 2 sg.

p. 150 maiestatis sunt apud vos rei qui de vestris sequius obmurmuraverint aliquid regibus. magistratum in ordinem redigere, senatorem aut convicio prosequi suis esse decrestis periculosissimum poenis. carmen malum conscribere, quo fama alterius coinquinetur et vita, decemviralibus scitis evadere noluistis impune ac ne vestras aures convicio aliquis petulantiore pulsaret, de atrocibus formulas constituistis iniuriis.

La testimonianza di Arnobio rispetto alla legge decemvirale sul *malum carmen* non ignota [Schöll *XII, tab.* p. 140] fu negletta dal Voigt. *die XII taf.* II, p. 524 sgg. Quanto si dice circa al " magistratus „ e al " senator „ riposa, a mio avviso, su Gai. 3, 225 (già Gajo sembra la precipua fonte giuridica di Arnobio): " atrox . . iniuria . .

si magistratus iniuriam passus fuerit, vel senatori ab humili persona facta sit iniuria „. — Per le parole “ de atrocibus formulas constituistis iniuriis „ cf. G. 3, 224 “ cum atrocem iniuriam praetor aestimare soleat — hac ipsa quantitate taxamus formulam „.

V. p. 156 mortalium sese denuntiationibus sisti (1).

p. 185 quod enim factum gestum est infectum non potest fieri. = paremia giuridica.

p. 188 da veram iudicii formam.

VI. p. 195 per tramites ergo quosdam et per quaedam fidei commissa, ut dicitur, vestras sumunt atque accipiunt cultiones.

p. 205 indigna res est – – summorum custodiam numinum canum sollicitudinibus credere et cum aliquam quaeras prohibendi formidinem furibus etc. — Sulla “ custodia „ specie in relazione al furto, cf. la nota a Lattanzio II, 4. — Cf. poi a pagina 206 “ custodia pertinaci suas aedes simulacraque tutari „.

VII. c. 17 stercoribusque vos accipi inter atroces computaretis iniurias.

c. 21 animalium facta est inter deos divisio? transactionis alicuius pactione convenit, ut ille contineret ab huius se hostia, hic ut usurpare desineret alieni sanguinis iura?

c. 31 ne vinum — esse sacrum incipiat et ab usibus eripiatur humanis.

c. 40 ab *legum* interitu et ab *iuris* occasu: cf. I, 3.

c. 42 feminarum genus, quas ab negotiis publicis condicio fragilitatis excepit.

---

(1) Keller, *Civilpr.* p. 391.

Gli esempi arrecati bastano a dimostrare la vasta e abbastanza sicura dottrina giuridica di Arnobio e possono servire di qualche insegnamento ai moderni.

III.

Minucio Felice.

Assai meno ricca è la messe, che ci presenta l' *Octauius* di Minucio Felice, che pur è annoverato, come abbiamo visto, da Lattanzio fra' migliori *causidici*, lode ripetuta da S. Gerolamo tanto nel Catalogo degli scrittori ecclesiastici, quanto nella *Epistula ad Magnum*.

Intorno all' Ottavio di Minucio Felice abbiamo una dissertazione di un elegante giurista, il Balduino; ma dessa non è propriamente intesa a rilevare le cognizioni giuridiche dell' antico polemista cristiano e l' uso che il romanista può fare dell' opera sua, ma mira in genere a farne risaltare i pregi e a mettere in rilievo la bella figura di quel dotto *causidicus*, che allontanandosi nelle ferie dallo strepito forense, si dà agli studi tranquilli e alla meditazione del vero.

Lo stesso Minucio ci fa comprendere negli inizï del suo lavoro quale fosse la sua professione; la scena del dialogo pone egli ad Ostia, dove s'era recato per le ferie autunnali: " sane et ad uindemiam feriae *iudiciariam curam* relaxauerant ". I passi poi del dialogo, che o per allusioni alle tecniche frasi dei giuristi o per notizie attinenti agli istituti e alle leggi possono avere importanza pel romanista, sono i seguenti:

c. 10 cuius [del Dio de' Giudei — la frase è in bocca del contradditore pagano —] adeo nulla *uis nec potestas est,* ut sit romanis numinibus cum sua sibi natione captiuus.

c. 15 decedis officio iudicis religiosi — L'*officium* e la *religio iudicis* son parimenti tecniche.

c. 24 seruo quibusdam ceremoniis interesse piaculare flagitium est.

c. 28 nec tanto tempore aliquem existere, qui proderet <i pretesi delitti de' cristiani>, non tantum facti ueniam, uerum etiam indicii gratiam consecuturum.

c. 28 nos tamen cum sacrilegos aliquos et incestos, parricidas etiam <i pretesi delitti apposti ai cristiani>, defendendos et tuendos suscipiebamus, hos nec audiendos in totum putabamus; nonnunquam etiam miserantes eorum crudelius saeuiebamus, ut torqueremus confitentes ad negandum, uidelicet ne perirent; exercentes in his peruersam quaestionem <ossia capovolgendo il consueto ufficio della tortura>, non quae verum erueret, set quae mendacium cogeret. et si quis infirmior malo pressus et uictus christianum se negasset, fauebamus ei, quasi eierato nomine facta sua illa negatione purgaret.

c. 28 si ratio – – iudicaret, urgendi magis, non ut diffiterentur se christianos, set ut de incestis stupris de impiatis sacris de infantibus inmolatis faterentur.

c. 28 proh nefas! id in se pessimi facinoris admittunt, quod nec — potest — cogi seruitus durior.

Il Vower nelle note a questo passo vi scorge un'allusione alla costituzione di Antonino Pio riferita nel fr. 2 Dig. (1, 6), nel § 2 Inst. [1, 8] (nonchè nella *Collatio* III, 3). È in realtà molto verosimile. Cfr. pure " seruitus durior " colle parole della costituzione " durius habiti ".

c. 29 et est eis tutius per Iouis genium peierare quam regis.

Cf. le due costituzioni di Alessandro Severo: c. 2 *de r. cr.* (4, 1) e c. 2 *ad l. iul. mai.* (9, 8). — Il " peierare per genium principis " poteva condurre a un *crimen maiestatis:* mentre " iurisiurandi contempta religio satis Deum (Alessandro avrà forse scritto *deos*) ultorem habet ". Cf. pure Balduino *diss. citata* (ed. Leida 1709), p. 479.

c. 31 *fratres* uocemus, ut unius Dei parentis homines, ut *consortes* fidei, ut spei *coheredes* (1).

c. 37 imperator tamen quod non habet non dat.

c. 38 Simonides in perpetuum *comperendinat* [ossia " continua a rimettere la cosa da un giorno all'altro ": la frase è rigorosamente legale].

C. Ferrini.

---

(1) Cf. Pernice, *Parerga* I, p. 68 sgg. Ferrini, *Origini del contratto di società*, p. 5 sgg.

AB. G. MAZZETTI

GLI
ECHINIDI DEL MAR ROSSO

Generalità. — Tra i vari avanzi organici marini, dragati dalla R. Nave *Scilla* nella campagna idrografica da essa intrapresa sino dall'anno 1891 sotto la direzione del suo comandante Cassanello, in parte posseduti dal museo zoologico della R. Università di Modena, vi si trovano anche alcune spoglie di testacei spettanti alla classe degli Echini.

Appena avuto contezza dell'esistenza di tali spoglie nel nostro museo, bramosissimo di conoscere, se mai per caso si potesse ritrarre dalle medesime alcunchè di importante per la storia dell'echinologia vivente, onde potermi fare un'idea dell'esser loro, m'interessai tosto di vederle: mi vennero quindi gentilmente consegnate; e dopo un breve esame di esse, mi convinsi subito: che la fauna echinologica del Mar Rosso, non potea sicuramente non essere, che una fauna interessantissima anzi che no. Certo le spoglie prenominate, che ho avute tra mano, e che ho potuto esaminare, erano poche assai, nè tutte erano ancora in istato da potersi determinare: eppure da un materiale cotanto povero, ho tuttavia potuto trar fuori da esso senza difficoltà alcuna, sette specie di echinidi; le quali sono:

Temnechinus Scillae, Mazz.
Laganum fragile, Mazz.
Echinocyamus elegans, Mazz.
Echinocyamus crispus, Mazz.
Linthia Assabensis, Mazz.
Clypeaster humilis, Agass.
Echinodiscus auritus, Lesk.

specie tutte contenute nei generi seguenti: cioè nel genere *Temnechinus,* Forb.; genere che appartiene all' ordine degli echini regolari, e fa parte della famiglia delle Cidariti *latistelle a testa sculpta,* del gruppo degli oligopori: non che nei generi *Echinocyamus,* van Phels. — *Laganum,* Klein — *Clypeaster* Lam. ed *Echinodiscus,* Breyn; generi questi che spettano invece all' ordine degli echini irregolari, e tutti appartengono ancora alla famiglia dei Clypeastroidi. (Desor " Synopsis des Echinides fossiles ").

Fra le preaccennate specie poi di echini, le prime cinque:

Temnechinus Scillae,
Laganum fragile,
Echinocyamus elegans,
Echinocyamus crispus,
Linthia Assabensis,

sono specie del tutto nuove: almeno per me tanto, non avendole fin' ora trovate nè citate, nè descritte da nessuno. Di più: le prime quattro di queste stesse specie si sono ricavate dagli avanzi già indicati, dragati dalla nave Scilla; e la quinta fu invece pescata nel 1883 nei pressi di Assab. Ai resti dragati dalla nave *Scilla* spettano pur' anche le altre due specie:

Clypeaster humilis,
Echinodiscus auritus,

ma coteste due specie erano di già note fino dalla prima metà del secolo passato: le quali però qui stesso, insieme alle altre cinque, descriverò egualmente, essendo tutte specie che fanno parte di una medesima raccolta.

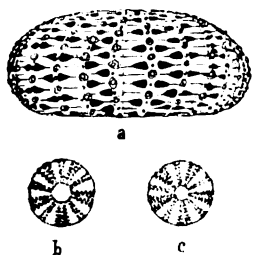
Echinidi regolari.

Cidaritidi.

Gen. **Temnechinus,** Forbes 1852.

Piccoli echini, più o meno sferoidali. Pori disposti in semplici paia, che formano serie più o meno ondulose. Impressioni alle suture delle piastre coronali, tanto nelle aree ambulacrarie che interambulacrarie. Tubercoli principali imperforati, a collo liscio, formanti in ciascun' area due linee verticali e distinte. Altri tubercoli molto più piccoli con grani miliari si scorgono poscia sparsi quà e là alla rinfusa pel guscio.

Temnechinus Scillae, Mazz.

Specie piccola, sferoidale, un po' più larga che alta. Ambulacri stretti, lineari. Zone porifere leggermente impresse, pochissimo ondulate, portanti ciascuna da venti a ventotto paia di pori semplici appena obliquamente disposti. Tubercoli non perforati, circinnati e a collo liscio. Di questi poi i maggiori in numero di nove o dieci circa per linea, formano in ciascun area, sì ambulacrale che interambulacrale due file verticali che vanno dall' apice alla base; ma i minori, unitamente a molti altri granuli miliari, sono invece per lo più collocati attorno ai maggiori nello spazio vuoto che intercede fra loro. Di più; la superficie delle prenominate aree è ancora interamente percorsa a zic zac da

a. Temnechinus Scillae sp. n. ingrandito — *b, c.* grandezza naturale — *b.* parte inferiore — *c.* parte superiore (1).

(1) Le figure sono state copiate alla camera lucida nell' istituto di Geologia e Mineralogia dell' Università di Modena e riprodotte da Turati.

una moltitudine di linee rilevate, e coperte di granuli miliari, che congiungono gli opposti tubercoli, che su di esse aree costituiscono le doppie fila tubercolose verticali or ora indicate: linee coteste, che in forza dei loro ghirigori, tra l' un giro e l' altro lasciando poscia in serie pur' esse verticali dall' apice alla base, su la superficie da loro percorse, parecchi vuoti somiglianti ad altrettanti incavi cuneiformi, e mirabilmente armonizzanti colle altre parti ornamentali del guscio dell' echinide, danno perciò a questo stesso guscio, più che l' apparenza di un oggetto naturale, quella invece di un oggetto d' arte, elegantemente trattato a basso rilievo.

Per completare la descrizione di questo echinide, converrebbe accennare ancora qui stesso qualche cosa intorno alla forma della bocca e dell' ano di esso; ma l' unico esemplare esistente nel museo zoologico della nostra città, e da me esaminato, essendo rotto, e la parte rimasta conservando appena una traccia di parte dell' uno di tali organi e dell' altro, di essi poco si può quindi dire in proposito.

Dimensioni. — Larghezza 8^{mm} circa; altezza circa 7^{mm}. Anche le date dimensioni, stante la mancanza di una parte del guscio prenominato, sono dimensioni sempre presumibili.

Rapporti. — Fra tutte le specie di Temnechini a me noti, l' unica colla quale il *Temnechinus Scillae* abbia qualche relazione è il *Temnechinus globosus,* Forb. Ma il primo differisce però sempre da quest' ultimo, portando esso incisioni ben marcate anche nella metà inferiore del guscio, ed un numero meno dispari di tubercoli nelle aree tanto ambulacrali che interambulacrali.

Echinidi irregolari.

Clypeastroidi.

Gen. **Echinocyamus,** van Phelsum 1774.

Echinidi di piccolissima statura, depressi, ordinariamente slargati e troncati di dietro, e a bordo crasso. Bocca più o meno centrale. Ano piazzato tra questa ed il bordo inferiore. Sostegni inferiori corrispondenti alle aree interambulacrarie. Mascelle alte: quattro pori genitali.

Echinocyamus crispus, Mazz.

Piccola specie, pentagonale, e sensibilmente più larga davanti che non di dietro. Faccia superiore piuttosto depressa: faccia inferiore leggermente concava attorno alla bocca. Sommità ambulacraria subcentrale. Aree interambulacrarie crespe e rilevate a carena all' apice. Aree ambulacrarie alquanto tumentose anch' esse all' apice stesso. Zone porifere invece sensibilmente depresse, subparalelle, leggermente radianti, con pori semplici, uguali, in numero di sei o sette per zona, e obliquamente disposti. Tubercoli relativamente grossi, scrobiculati, sparsi. Apparecchio apiciale saliente e mò di bottone, granuloso, con quattro pori genitali. Bocca subpentagonale, ed un po' rigettata in avanti. Ano subcircolare, e piazzato press' a poco a metà fra la bocca ed il margine posteriore. Bordo relativamente alla grandezza dell' echinide piuttosto tozzo.

a. Echinocyamus crispus sp. n. ingrandito. — *b, c, d.* grandezza naturale — *b.* parte superiore — *c.* parte inferiore — *d.* sezione.

Dimensioni. — Larghezza della metà anteriore, misurata ad un livello un po' superiore alla bocca 6^{mm}; larghezza della metà inferiore, misurata invece a livello dell' ano meno di 5^{mm}. Lunghezza un po' più di 7^{mm}. Altezza all' apice 3^{mm}.

Rapporti. — Di primo balzo l' *Echinocyamus crispus* sembra tutt' uno coll' *Echinocyamus pusillus*, Forb.; ma però attentamente osservato si scorge subito, che i caratteri specifici dell' uno non sono certamente i caratteri specifici dell' altro. Infatti l' *Echinocyamus crispus* è di forma pentagonale, e più largo davanti che di dietro; mentre la forma dell' *Echinocyamus pusillus* è invece ovalare, e più larga di dietro che non davanti. Nell' *Echinocyamus pusillus* la bocca e rotonda; nell' *Echinocyamus crispus* è decisamente pentagonale: in questo le aree ambulacrarie sono sensibilmente tumide, e le interambulacrarie crespe alla sommità; nell' *Echinocyamus pusillus* al contrario tanto le une che le altre di dette aree sono in cambio a fior di testa e affatto superficiali.

Echinocyamus elegans, Mazz.

Specie molto piccola anche questa, e di forma subcircolare. Faccia superiore più o meno elevata, regolarmente convessa: faccia inferiore pulvinata al bordo, ed alquanto concava attorno alla bocca. Aree ambulacrarie relativamente larghe, lunghe e ben definite. Zone porifere a fior di testa, diritte, con pori semplici, rotondi, uguali, quasi parallelamente appaiati, e in numero di circa nove paja per zona: zone interporifere appena più larghe delle porifere. Aree interambulacrarie più corte delle ambulacrarie, quelle essendo da queste arrestate prima di giungere all' apparecchio apiciale.

a. Echinocyamus elegans sp. n. ingrandito — *b, c, d.* grandezza naturale — *b.* parte superiore – *c.* parte inferiore — *d.* sezione.

Tubercoli piuttosto grossi, scrobiculati, sparsi. Apparecchio apiciale quasi centrale, sensibilmente elevato, granuloso: quattro pori genitali. Bocca grande, chiaramente pentagonale, quasi centrale. Ano subellittico, e collocato più presso al bordo posteriore, che non alla bocca. Bordo crasso.

Variazioni. — Pella forma gl' individui di questa specie variano alquanto fra di loro; poichè in alcuni la forma è quasi

mari caldi. In fatti tra le trentadue specie di echinidi componenti la fauna predetta, undici specie:

Echinus verruculatus
Heterocentrotus mamillatus
Rabdocidaris baculosa
Salmacis bicolor
" sulcata
Clypeaster humilis
" reticulatus
Lovenia elongata
Fibularia volva
Metalia sternalis
Echinodiscus auritus

si riscontrano anche nei mari delle Filippine; nove specie:

Cidaris metularia
Diadema setosum
Echinotrix turcarum
" " Desori
Tripneustes variegatus
Heterocentrotus mammillatus
" trigonarius
Echinometra Lucunter
Metalia sternalis

si sono parimenti pescate in quelli delle isole Sandwich. Così altre sette specie:

Heterocentrotus mammillatus
" trigonarius
Rabdocidaris imperialis
Salmacis bicolor
Echinothrix Desori
Tripneustes variegatus
Echinodiscus auritus

si rinvennero pure nel mare dell' isola Maurizio; e cinque specie ancora:

Diadema setosum
Rabdocidaris baculosa
" imperialis
Echinothrix turcarum
Echinodiscus auritus

in quello dell' isola Amboina.

Come da questo si vede, la fauna echinologica del Mar Rosso, tutt' altro dunque che essere soltanto propria di un tal mare, si mostra invece largamente diffusa per tutti i mari, tanto tropicali che subtropicali: diffusione, che toltane la quasi identicità del clima e dell' ambiente, difficilmente si saprebbe in altro modo spiegare.

b) *Parallellismo tra gli echinidi tanto regolari che irregolari, appartenenti alla fauna del Mar Rosso.*

Chiunque getti per un momento solo gli occhi su l' insieme della fauna echinologica del Mar Rosso, non può certo non restare sorpreso nell' osservare, che la proporzione numerica esistente fra le specie spettanti agli echini regolari, e quella appartenente agli echini irregolari, è perfettamente uguale; chè per quanto ho potuto rilevare le prime non prevalgono punto su le seconde, neppure di una specie sola. Trattandosi però di echinologia vivente, cotesto fatto non è niente strano: anzi esso conferma pienamente tutto quanto si è già rilevato in altre località le meglio studiate. Fin' ora si è riscontrato ovunque, che nell' epoca attuale gli echini regolari si rinvengono sempre in proporzioni pari, o poco superiori agli Echini irregolari. Così nelle 206 specie di echinidi viventi, notati dall' Agassiz (Rev. of. the echini), se ne trovano 112 specie che spettano agli echini regolari; e su 18 specie di echinidi del Mediterraneo, 9 specie sono di echini regolari e 9 di echini irregolari.

Ma però allorchè si confronta la fauna echinologica del Mar Rosso con una fauna echinologica terziaria qualunque, la faccenda cangia tosto aspetto. Valentissimi echinologi hanno

ormai fatto conoscere, che nell' epoca terziaria, o poco o tanto, gli echini irregolari hanno quasi sempre una sensibile prevalenza su gli echini regolari. Già il De Loriol trattando degli echinidi nummulitici dell' Egitto, notò senz' altro, che su 42 specie di essi, soltanto 4 specie erano di echini regolari (Monograph. des Echinid. contenus dans les couches nummul. de l' Egypte). E lo stesso Cotteau confermandone poscia il fatto, scriveva: Nos echinides fossiles de l' île de Cuba obéissent à la même loi de developpement, et sur les dix espéces eocènes que nous avons decrites, une seule appartient aux echinides reguliers. (Descript. des Echinid. foss. de l'île de Cuba). Nè su questo particolare la fauna echinologica miocenica di Montese e contorni, differisce punto dalle due faune preaccennate; giacchè su 130 specie di echini da me stesso raccolti, che la compongono, non se ne contano di echini regolari che sole 10 specie.

c) *Importanza della Fauna echinologica del Mar Rosso.*

Come si è già antecedentemente notato, la fauna echinologica del Mar Rosso, non consiste fin' ora che in 32 specie di echinidi. Apparterebbe pure al Mar Rosso una della tante credute varietà meridionali dello *Spatangus purpureus* Müll.

Per verità considerata la cosa in sè stessa, una trentina soltanto di specie esistenti in un mare, non è certo un gran fatto. Ma riflettendo però che l' estensione del Mar Rosso, in confronto di altri mari, è molto limitata, che dopo scoperto il Capo di Buona Speranza è uno dei mari meno percorsi, e che non poche specie de' suoi stessi echini giacciono forse tutt' ora ignorati, anche una fauna di una sola trentina di specie per un tal mare, non è sicuramente una cosa da non tenersene conto. Nel Mediterraneo medesimo, che è un mare tanto più vasto del Mar Rosso, e tanto più studiato non si conoscono di echinidi che diciotto specie in tutto.

Del resto poi, che nel Mar Rosso possano tutt' ora esistere specie non poche di echini non ancora conosciuti, lo comprovano

luminosamente le poche spoglie di tali esseri, recentemente dragate dalla R. nave *Scilla,* e fino da principio qui stesso indicate: da che anche con sì meschine reliquie, si è già potuto arricchire egualmente la sua fauna delle cinque nuove specie di echinidi, che quivi pure ho poco fa accennate.

SULL'INFARTO BIANCO

DELLA PLACENTA

Quantunque molto si sia scritto in questi ultimi tempi sulle alterazioni patologiche della placenta, non tutte le quistioni che vi si riferiscono sono state completamente risolte dagli studiosi, anzi in molti punti le opinioni sono ancora tanto discordi da far vedere necessario di raccogliere ancora materiale ed osservazioni precise, per potere pronunziare un giudizio con sicurezza maggiore.

Fra le alterazioni patologiche della placenta, una discretamente frequente ed abbastanza interessante è quella conosciuta col nome di infarto bianco, che si accompagna assai spesso, come fece notare dapprima Fehling (12) colla albuminuria e colla nefrite della madre. Come è noto, questa alterazione macroscopicamente si presenta sotto forma di nodi di diversa grossezza, biancastri, retratti, che si trovano variamente sparsi nella placenta malata.

Osservando al microscopio le parti colpite da tale lesione vi si nota per lo più che i villi placentari, non sono più l' uno dall' altro isolati come nel normale, liberamente nuotanti nel sangue materno degli spazii intervillosi, ma che sono invece saldati assieme in seguito alla scomparsa degli spazii intervillosi

stessi o lacune, e di più che sono notevolmente alterati e degenerati nel loro epitelio, nel loro connettivo e nei loro vasi, i quali ultimi molto spesso si vedono obliterati o anche scomparsi. Cosicchè caratteristica dell' infarto bianco è in esso la deficienza del sangue che non penetra più nè dalla parte materna nè dalla parte fetale, ciò che spiega il suo color bianco che spicca manifesto in mezzo alle parti circostanti brune perchè ricchissime di sangue.

Quando tali infarti sono molto numerosi in una placenta, possono seriamente compromettere la vita del feto, se invece sono scarsi il feto può non risentirsene affatto.

Ma se gli osservatori sono presso a poco tutti concordi su questi punti fondamentali, sono ben lungi dall' esserlo quando si tratta di determinare la causa che produce una tale alterazione, e le minute particolarità istologiche che la caratterizzano.

L' opinione più antica è quella di Meyer (1) secondo il quale l' infarto bianco sarebbe costituito da una neoformazione di connettivo provveniente dalla decidua serotina o dalla avventizia dei vasi fetali.

Secondo Ercolani (2) che ha contribuito tanto alla conoscenza esatta della struttura normale e patologica della placenta, l' infarto bianco sarebbe prodotto da trombosi delle lacune (spazii intervillosi) e sarebbe costituito principalmente da fibrina del sangue. Queste trombosi sarebbero l' effetto di degenerazione delle cellule deciduali e di successive emorragie in seno alla decidua, le quali produrrebbero rallentamento del circolo negli spazii intervillosi, e consecutiva coagulazione in essi, del sangue. In seguito a ciò i villi compressi nel trombo si mortificherebbero e la fibrina si organizzerebbe o subirebbe una trasformazione pioide.

Gli studii più recenti hanno dato risultati alquanto diversi.

Ackermann (3) e Hoffmann (4) constatarono nelle parti colpite da infarto bianco una periarterite fibrosa multipla dei vasi fetali dei villi. Di qui ne verrebbe occlusione dei vasi stessi, anemia e necrosi da coagulazione nei villi e quindi trombosi

degli spazii intervillosi, trovandosi il sangue a contatto dei villi primitivamente mortificati. Una descrizione ed una interpretazione analoga hanno dato Küstner (5) Wiedow (6) e Cohn (7). Invece Fuoss (10) e Rossier (11) non hanno mai potuto constatare la periarterite dei vasi fetali neppure nei grossi villi che si trovano impigliati nell' infarto. Rossier anzi ha richiamata l' attenzione su certi focolai sanguigni rotondeggianti che si trovano fra i villi. Questi furono visti anche da Küstner e da Cohn ma Rossier li seguì fino nella decidua ove egli trovò dei vasi materni trombosati. L' infrato dipenderebbe quindi secondo questi osservatori da trombosi primitiva dei vasi materni alterati.

Un lavoro molto interessante è quello di Rohr (13). Questi ha trovato che i villi dell' infarto sono spesso riuniti assieme da fibrina e che sono notevolmente alterati, non riuscendosi più a colorare i nuclei del loro epitelio e del loro stroma. I vasi nei piccoli villi scompaiono, senza però aver subita alcuna alterazione nelle loro pareti. I villi grossi conservano i loro vasi pervii anche in mezzo all' infarto ma senza alterazioni che accennino a peri- o ad endo-arteriti. Invece egli ha riscontrato endoarterite con restringimento del lume delle arterie nella musculare dell' utero. Ciò impedisce la circolazione sanguigna e favorisce il ristagno negli spazii intervillosi. Secondo Rohr quindi l' infarto bianco è una trombosi delle lacune nella quale un indebolimento nella circolazione del sangue materno ha agito come causa predisponente. Come si vede qui è quasi ripristinato il concetto di Ercolani. La differenza però sta in ciò che secondo Ercolani l' indebolimento della circolazione avverrebbe in seguito ad emorragie che si verificherebbero in seno alla decidua, e secondo Rohr in seguito alla endoarterite dei vasi materni.

Più recentemente Favre (15) ha notato che nell' infarto bianco esiste poca fibrina come si può mettere in evidenza col metodo di Weigert. Solo alcuni infarti marginali quasi privi di villi, constano di tessuto deciduale trasformato in fibrina. Il gruppo più numeroso di infarti sarebbe invece prodotto da villi

degenerati tenuti riuniti da tessuto deciduale pure alterato e in degenerazione ialina. Egli ha riscontrato in queste località la tumefazione delle grosse cellule e la metterebbe volontieri in relazione colla endometrite proliferante. Dagli infarti bianchi freschi egli ha poi potuto isolare e coltivare dei bacteri, e quantunque non dia loro una grande importanza, crede però possibile anche l' origine micotica degli infarti stessi.

In un lavoro più recente lo stesso autore (19) mentre studia l' eclampsia puerperale e viene alla conclusione che è una ptomainemia, afferma (conclusione 9) che gli infarti bianchi della placenta sono causati da endometrite, e che agiscono come momento favorevole a produrre l' intossicazione del sangue. Egli crede dunque che siano causati da bacterii i cui prodotti versati nel sangue possano contribuire allo scoppio dei fenomeni eclamptici.

Steffeck (16) rileva anch' egli che gli infarti subcoriali strastificati (Fibrinkeile) sono costituiti da fibrina, ma che del resto poca ne esiste negli infarti ordinarii, i quali sarebbero per questo autore il prodotto della degenerazione ialina delle cellule deciduali e della loro sostanza interstiziale.

Finzi (17) ammette varie specie di infarti e varie loro origini. Crede che qualche volta possano essere prodotti da trombosi degli spazii intervillosi consecutiva o a rallentamento del circolo placentare, o a necrosi dei villi, i quali in tal caso presenterebbero uno speciale stato atrofico dell' epitelio. Ma secondo questo autore più spesso l' infarto è esteso al tessuto deciduale e vi si osserva infiltrazione parvicellulare e degenerazione vescicolare delle grosse cellule. In questo caso l' infarto sarebbe a ritenersi come l' espressione di una placentite che alle volte è anche emorragica. Sui villi che diventano necrotici in causa di questo processo, manca d' ordinario ogni rivestimento epiteliale. In genere poi nell' infarto si potrebbe trovare della fibrina, della sostanza ialina, e talora anche della sostanza amiloide, la quale ultima forse potrebbero rappresentare ulteriori trasformazioni della fibrina.

Cioja (21) viene alla conclusione che in generale nell' infarto si trovano lesioni regressive degli elementi varii componenti il tessuto placentare. — Nelle donne affette da nefrite si notano lesioni dei vasi ed altre dipendenti da queste e gli infarti sono più voluminosi. — Le lesioni regressive si manifestano con necrosi da coagulazione negli epitelii dei villi, con degenerazioni multiple di isole deciduali, con degenerazioni che possono comprendere tutto il corpo del villo, e con alterazioni dei vasi che portano alla loro occlusione. Mancherebbero, secondo il Cioja, i dati per parlare di un intervento qualsiasi di natura infiammatoria acuta della placenta. La così detta placentite con infiltrazione parvicellulare e nucleare non si sarebbe riscontrata negli esami da lui fatti.

Per terminare questa breve rassegna, accennerò anche al lavoro di Meola (18) il quale, senza occuparsi ex professo dell' infarto bianco, crede però che molti processi patologici placentarii variamente interpretati, debbano riportarsi alla vera infiammazione.

Come si vede le opinioni sono molte e diverse ed è prezzo dell' opera raccogliere ancora nuovo materiale di osservazioni precise per portar luce in questa interessante quistione.

La prima placenta sulla quale ho portata la mia attenzione provveniva da una pluripara fortemente albuminurica che partorì a termine un feto morto. Questa placenta tagliata in varie direzioni presentava qua e là nel suo spessore delle chiazze biancastre irregolari, talora rotondeggianti, di una grandezza varia fra un grano di frumentone e un pezzo da 2 centesimi, più marcate verso la parte materna della placenta. Nella superficie fetale, e in corrispondenza di queste chiazze più voluminose, si notava manifestamente una leggiera retrazione. Tagliati via i pezzetti di tessuto ove si trovavano queste alterazioni, induriti in alcool assoluto, inclusi in paraffina e fattene delle fette sottili, (10 a 20 μ.) queste vennero incollate sul vetrino e colorate in varie guise per meglio svelare la natura della lesione (Fig. 2).

Gli infarti più voluminosi si estendevano dal corion alla decidua con prevalenza però verso quest' ultima. Dai lati della parte alterata si scorgeva la struttura normale della placenta e cioè i villi formati da uno stroma di connettivo trasparente con nuclei allungati, e con vasi per lo più ripieni di sangue: i villi erano poi ricoperti da epitelio identico a quello che si riscontra nelle placente sane a termine, e cioè in alcuni punti più sottile e quasi mancante, in altri più grosso e fatto come da un accumulo e talora da una fusione di molti nuclei assai tingibili dai colori di carmino, costituenti le così dette isole di proliferazione. Questi villi erano per lo più isolati e fra loro esistevano normali gli spazii intervillosi: alcuni di essi però e specialmente in vicinanza della parte malata erano parzialmente o totalmente circondati da una sostanza omogenea alquanto stratificata senza nuclei che si tingeva diffusamente in rossiccio coll' eosina ematossilina e in giallo col picrocarmino e che spesso teneva uniti due o tre villi assieme (Fig. 2, b).

Nelle sezioni trattate col metodo di Weigert per la ricerca della fibrina si poteva constatare che questa sostanza era fibrina, e in mezzo ad essa anche coi metodi ordinarii di preparazione si potevano spesso rilevare delle cellule deciduali abbastanza ben conservate. Non vuolsi dimenticare che anche nelle placente normali a termine in vicinanza specialmente della parte materna si possono riscontrare fatti somiglianti se non identici a questo (Fig. 1, b). Mano mano che si procedeva verso l' infarto i villi così riuniti da sostanza fibrinosa aumentavano ma essi conservavano però in tutto il resto i loro caratteri normali.

Dove cominciava veramente la parte alterata, in tutta la sua estensione, i villi erano riuniti fra di loro e non lasciavano vedere che qualche raro spazio intervilloso sotto forma di stretta lacuna. I villi stessi presentavano un aspetto assai diverso dal normale: erano scomparsi quasi tutti i loro vasi, e lo stroma di cui mostravansi formati appariva omogeneo senza nuclei o con frammenti di essi, e si colorava diffusamente in roseo col picrocarmino e in violetto pallido coll' ematossilina eosina.

Non si scorgevano più i nuclei dell'epitelio di rivestimento i quali erano scomparsi e confusi colla sostanza cementante. Questa era anch' essa omogenea senza nuclei e risaltava fra i villi per il fatto di colorarsi in giallognolo col picro carmino e in rossiccio coll' ematossilina eosina. Nelle preparazioni trattate col metodo di Weigert per la ricerca della fibrina si notava che mentre tutto attorno all' infarto e specialmente dalla parte della decidua e del corion, la sostanza fibrinosa era abbondante tanto che si sarebbe potuto concludere che essa sola costituiva tutta la sostanza cementante dei villi, essa andava poi mano mano diminuendo verso il centro dell' infarto ove si trovavano vaste isole di villi saldati fra loro, ma in cui la sostanza cementante non presentava più affatto la reazione della fibrina. La sostanza fibrinosa poi formava uno strato quasi continuo sopra la sostanza deciduale.

Dove la parte alterata si continuava colla parte normale per una zona d' uno spessore di 3 o 4 villi si presentava la sostanza cementante intervillosa discretamente infiltrata di globuli bianchi. Nel resto della parte più alterata, alcuni nuclei o frammenti di nucleo, ma assai scarsi, erano pure visibili sia nella sostanza cementante che nei villi (Fig. 2, d, e).

Qua e là in mezzo all' infarto la sua uniformità di struttura era solo interrotta da alcuni grossi vasi irregolari ripieni di sangue. In questi si vedevano molto bene i globuli rossi ed i bianchi conservati nella loro forma e colle lero reazioni cromatiche caratteristiche e il numero dei globuli bianchi non eccedeva quello che si sarebbe dovuto notare in un coagulo fresco. Era quindi da escludersi l'idea che si trattasse di trombi formati durante la vita. Le pareti di questi vasi si mostravano presso a poco normali con endotelio qua e là ben rilevabile e circondate da un tessuto connettivo quasi identico a quello dei villi ma con qualche traccia di degenerazione. Tali vasi evidentemente dovevano considerarsi come vasi di grossi villi non ancora totalmente colpiti dalla alterazione che aveva completamente alterati i villi minori. Non di rado intorno a questi vasi

e per un piccolo tratto nella sostanza cementante intervillosa si notava infiltrazione leucocitica moderata, con leucociti a nucleo alterato e frammentato. Alcuni elementi tingibili ricordavano pure frammenti dell' epitelio del villo.

Quanto alla decidua essa si mostrava nella parte materna della placenta, coi suoi caratteri abituali in quelle regioni dove non esisteva l' infarto. Dove invece la struttura placentare era alterata, le grosse cellule erano per lo più rigonfie, globose con nucleo piccolo, con protoplasma chiaro e trasparente e questo poteva far ragionevolmente concludere che si trovassero anch' esse in istato di notevole alterazione.

Questo concetto veniva confortato dal fatto che nelle preparazioni trattate in modo da rendere evidente la fibrina, nella parte sana le isole di cellule deciduali ne erano per lo più libere, mentre invece nella parte malata le cellule stesse erano quasi sempre circondate da un reticolo di questa sostanza. Non ho potuto notare alcun trombo nella regione occupata dalla decidua.

La prova della degenerazione amiloide fatta sopra tagli speciali sia col violetto di metile che col verde al iodio, dava sempre risultati negativi nelle parti sane e nelle malate.

Avanti di procedere alla descrizione della 2.ª placenta, che come vedremo si presentava alquanto diversa da questa prima, giova fare su quanto abbiamo notato, alcune brevi considerazioni.

L' alterazione ora descritta consisteva principalmente in piccoli tratti su cui i villi erano riuniti fra loro e degenerati. Il sangue non penetrava più in queste località nè dalla parte materna perchè erano scomparsi gli spazii intervillosi, nè dalla parte fetale perchè erano obliterati i vasi dei villi. Solo alcuni vasi appartenenti a grossi villi non del tutto degenerati si conservavano ancora pervii. Ciò spiegava abbastanza il colore biancastro della parte alterata che risaltava sul rosso bruno della parte sana.

La fibrina entrava a far parte di questa alterazione più alla periferia che al centro dell' infarto: si sarebbe quindi po-

tuto supporre che dapprima i villi fossero stati riuniti da sostanza fibrinosa, la quale poi degenerando, avesse perduto la proprietà nelle parti più vecchie dell' infarto (le centrali) di dare le sue reazioni caratteristiche.

Nulla accennava in questa placenta ad una alterazione primitiva dei villi. Non c' era il caso di riscontrare le traccie di una periarterite dei vasi fetali. Laddove erano conservati, i vasi villosi erano normali anche nei grossi villi impigliati nell' infarto. Questa osservazione concorda parfettamente con quelle di Fuoss e Rossier.

Non si poteva addunque ammettere in questo caso che l' alterazione avesse avuto origine da una primitiva necrosi dei villi con successiva coagulazione del sangue negli spazii intervillosi. L' alterazione dei villi doveva essere secondaria. Quale ne doveva essere stata la causa?

Io non ho potuto vedere alcuna traccia di trombosi dei vasi materni nè di emorragie nella decidua ed anche queste alterazioni non mi pare che potessero essere invocate molto a proposito per spiegare l' alterazione in discorso. Piuttosto mi sembra degno di nota il fatto che le grosse cellule deciduali nella parte che comincia ad alterarsi sono rigonfie e manifestamente diverse da quelle che si riscontrano nella parte sana.

Io penso che in questo caso una endometrite proliferante spiegherebbe assai bene tutto quanto il processo. L' infiammazione, avrebbe prodotto l' aumento e l' alterazione delle cellule deciduali, e queste la sostanza fibrinosa che dapprima ha impigliati i villi sani. I villi poi compressi hanno perduto i vasi e mal nutriti sono degenerati in quella specie di sostanza ialina che abbiamo riscontrato nel centro dell' alterazione. Anche la fibrina ha subito la stessa degenerazione e l' infarto si è così costituito con tutte le sue particolarità.

Si potrebbe domandare se e per quanto abbia contribuito a produrre questi effetti uno stato infiammatorio dei villi, o una vera infiammazione della placenta. Io credo che vi abbiano contribuito ben poco. È vero che tutto attorno al focolaio troviamo

la sostanza cementante alquanto infiltrata di leucociti, e lo stesso fatto pure si riscontra intorno ai vasi ancor pervii, impigliati nei villi. Ciò non sta che a dimostrare a mio parere l' effetto che ha prodotto sui vasi sani la parte già alterata. Molte sostanze che costituiscono il nostro corpo, quando sono in via di degenerazione, se sono in vicinanza di vasi ove si trovi del sangue circolante, esercitano un potere, una azione attrattiva sui leucociti, i quali migrano, invadono il tessuto degenerato e pare che cerchino di distruggerlo. E perciò quei fatti infiammatori del resto molto limitati, che noi troviamo al contorno degli infarti in questa placenta, devono venire considerati come effetti dell' infarto, piuttostochè come causa del medesimo.

In complesso io credo di poter concludere che in questo caso si trattava di una alterazione con saldatura e degenerazione ialina dei villi, consecutiva a scomparsa degli spazii intervillosi per proliferazione e successiva degenerazione della decidua, probabilmente legata ad una endometrite proliferante.

La seconda placenta ch' io ho avuto occasione di esaminare apparteneva pure ad una pluripara fortemente albuminurica il cui feto era nato morto un po' prima della fine della gestazione. Essa presentava moltissimi infarti bianchi, alcuni molto bianchi e ben limitati, altri bianchicci e più diffusi. Sì gli uni che gli altri arrivavano alla grossezza d' un grosso grano di frumentone e più, ed apparivano all' esterno più dalla parte materna che dalla fetale della placenta.

Anche qui parecchie porzioni malate furono separate dal resto e preparate pel microscopio come nel caso precedente (Fig. 3).

La parte apparentemente sana circondante gli infarti, mostrava i villi per lo più liberi coi loro vasi, col loro connettivo ricco di nuclei, e ricoperti del loro epitelio con isole di proliferazione. Qua e là alcuni di questi villi erano circondati e riuniti fra loro da masse irregolari omogenee che si coloravano in giallognolo col picro carmino, in rossiccio coll' ematossilina eosina,

e che davano la reazione della fibrina col metodo di Weigert. Gruppi di grosse cellule deciduali immerse in questa sostanza stavano a dimostrare la sua origine materna e si poteva notare come la fibrina circondasse tali elementi, assumendo un aspetto reticolato, mentre le cellule stesse erano gonfie e con nucleo alterato, per lo più piccolo e fortemente tingibile.

Quelle parti ove l' infarto era diffuso e meno bianco e che quindi si potevano giudicare meno malate, o solamente con un principio di alterazione, avevano i loro villi discretamente conservati. Il loro stroma presentava ancora molti nuclei ma con aspetto alquanto diverso da quello che si vedeva nei villi normali, e cioè questi nuclei erano alquanto aumentati, spesso più piccoli talora spezzettati. Molti villi contenevano vasi d'aspetto normale con sangue pure normale. Essi erano tutti uniti assieme ma non così intimamente da non lasciare spesso fra loro qualche ristretta lacuna: e nella sostanza che li cementava si vedeva ancora qua e là ben conservato l' epitelio loro e specialmente le isole di proliferazione. Questa sostanza cementante si colorava in parte in roseo in parte in violetto coll' eosina ematossilina, in parte in giallo in parte in rosso col picro carmino, e queste due porzioni venivano ad intersecarsi variamente fra loro. La parte rosea coll' ematossilina eosina e gialla col picro carmino era quasi sprovvista di nuclei. Non così quella che si colorava in violetto coll' ematossilina e in rosso col picro carmino che era anzi ricchissima di nuclei più o meno spezzettati spesso identici a quelli dei leucociti che si trovano nei tessuti infiammati. Il trattamento col metodo di Weigert dimostrava ancora la reazione della fibrina soltanto nella sostanza cementante infiltrata di leucociti. Laddove maggiore era il numero dei globuli bianchi nella sostanza uniente, ivi ancora i villi si mostravano ripieni di leucociti e spesso con vasi obliterati quantunque il loro epitelio potesse ancora apparire discretamente conservato. Portando l' osservazione verso la parte materna della placenta si osservavano grosse isole di tessuto deciduale con grosse cellule rigonfie e pallide a nuclei deformati, tutte impigliate da sostanza

omogenea che per le sue reazioni caratteristiche si doveva considerare fibrina, anche qui presentante aspetto reticolato attorno agli ammassi di cellule le quali si trovavano innicchiate nelle sue maglie. Queste isole deciduali anch' esse erano di frequente riccamente infiltrate di leucociti.

Le parti apparentemente più malate che erano le meno frequenti ad incontrarsi e si distinguevano facilmente perchè l'infarto era ben circoscritto, retratto e notevolmente bianco, presentavano i villi intimamente cementati sicchè solo qualche rarissima lacuna lineare si poteva scorgere fra di loro. Nel contorno dell' infarto i villi si mostravano privi di vasi e d'epitelio ma infiltrati da leucociti, e così pure per un certo tratto la sostanza cementante era tutta ripiena di nuclei. Nel centro invece i villi assumevano una tinta uniforme diffusa presentavano scarsissimi nuclei deformati e rotti, quasi scomparsi completamente i vasi. La sostanza che li univa poi era anch' essa omogenea si colorava in roseo coll' ematossilina eosina, in giallognolo col picro carmino e trattata col metodo di Weigert dimostrava di essere in parte almeno fibrina colle sue reazioni caratteristiche. Anche in queste porzioni la fibrina cresceva verso la decidua e circondava e impigliava varie isole di cellule deciduali come al solito rigonfie ed alterate, e spesso era infiltrata di globuli bianchi. In mezzo a questi infarti, anzi nel loro centro stesso si notavano però qua e là alcuni villi apparentemente affatto normali e coi loro vasi del tutto pervii e pieni di sangue.

L' alterazione che riscontravasi in questa placenta era sotto molti punti di vista somigliante a quella riscontrata nell' altra precedentemente descritta, principalmente in quelle sue porzioni ove gli infarti erano bianchi retratti e ben limitati. La differenza invece era assai maggiore nelle parti dove gli infarti erano meno marcati e come sfumati col resto delle parti sane. Queste porzioni se ne differenziavano specialmente per essere infiltrate di leucociti, per avere i loro villi discretamente conservati e ancora pervii al sangue e per non essere tutte le parti così interamente cementate fra di loro come nel primo

caso. Se non vi fossero stati che questi infarti sfumati si sarebbe forse potuto concludere per due lesioni diverse, ma il fatto di riscontrarsi poi sulla stessa placenta anche taluni infarti circoscritti e di apparenze affatto somiglianti a quelle dell' altra placenta, facevano ragionevolmente credere che stessero ambedue a rappresentare la medesima alterazione, in alcuni posti più avanzata che in altri.

Le prove per la reazione della sostanza amiloide hanno in questo come nel caso precedente fatto difetto sia col violetto di metile che col verde di metile. Invece col verde al iodio mentre tutti i nuclei e anche la fibrina si coloravano in verde o in turchiniccio si poteva vedere qua e là qualche piccolo tratto colorato in violetto pallido e questo specialmente per quel che riguarda le parti centrali di alcuni villi. Ciò accennerebbe almeno ad una incipiente degenerazione amiloide, la quale del resto è stata notata anche da altri (Finzi — Stilling).

Venendo ora a parlare della causa che poteva aver prodotto tale alterazione, anche qui mi pare che si possa escludere assolutamente la necrosi primitiva dei villi. Fin contro l' infarto anzi nell' infarto stesso, e meglio in questo secondo caso che nel primo, si riscontravano villi ben conservati sia nel loro epitelio che nel loro stroma e nei loro vasi. Nessuna traccia di endoarterite nei vasi dei villi, o di ispessimento delle loro pareti, o di coaguli nel loro interno che assomigliassero a trombi. Neppure trombi o emorragie ho potuto riscontrare in mezzo alla decidua. Invece anche qui come nel caso precedente, e tanto negli infarti diffusi che nei circoscritti si riscontravano le cellule deciduali rigonfie, con nucleo piccolo e deformato che stavano ad indicare una alterazione della decidua e probabilmente la endometrite proliferante. Da ciò l' impigliamento dei villi nella sostanza deciduale anormalmente accresciuta, quindi degenerata in fibrina e poscia in sostanza ialina: questa ha più o meno compresso ed atrofizzato i villi ed ha prodotto anche in essi la notata degenerazione. Che importanza poteva avere nella alterazione di questa seconda placenta l' infiammazione,

dei villi se consideriamo che in molti punti l' infiltrazione leucocitica era molto notevole ed estesa? Io credo che anche in questo caso l' infiltrazione dei leucociti fosse un fatto secondario alla formazione dell' infarto e alla proliferazione e degenerazione deciduale. Il tessuto alterato ha richiamati a se i leucociti i quali lo hanno potuto invadere solamente alla sua periferia quando l' infarto era più avanzato e più fitto e nel suo interno mancava di vasi fetali e materni, lo hanno invece invaso quasi da per tutto ove l' infarto era meno pronunziato e dove molti spazii intervillosi e molti vasi di villi con sangue circolante esistevano ancora. Ma non mi sembra ragionevole ammettere una infiammazione primitiva, specialmente dei villi, come causa dell' alterazione finale, per questo, che alla periferia dell' infarto molti villi erano già riuniti dalla sostanza cementante e conservavano una struttura perfettamente normale, e di essi se ne potevano vedere alcuni relativamente inalterati anche nel centro dell' infarto.

Concludendo possiam dire che in questo secondo caso gli infarti erano dati da porzioni di tessuto placentare ove i villi per la scomparsa degli spazii intervillosi erano saldati e degenerati in sostanza ialina e qua e là anche in sostanza amiloide, e che questa lesione probabilmente era consecutiva ad endometrite proliferante.

La sostanza proliferata aveva quindi degenerato anch' essa ed una notevole infiltrazione leucocitica si era formata in quei tratti d' infarto ove veniva portato ancor sangue in quantità sufficiente.

La terza placenta provveniente da una eclamptica albuminurica di Clinica Ostetrica in cui fu provocato il parto e che servì per ricerche bacteriologiche di cui dirò in seguito, presentava solo 2 infarti, uno grosso ed uno piccolo in vicinanza della sua parte centrale. Questi erano visibili solo dalla parte materna. La parte fetale sembrava sana. Il grosso era bel bianco

e circoscritto, della grossezza di tre grani di frumentone uniti uno accanto all' altro. L' altro era grosso circa la metà ma era meno bianco e a contorni diffusi.

Asportati convenientemente, furono induriti ed inclusi come gli altri ed attaccati sul vetrino vennero colorati in varie guise.

L' infarto più grosso era limitato dalla parte materna da una decidua grossa come proliferata, che si internava fra i villi, e che aveva un aspetto assai diverso dalla decidua normale delle parti vicine. Nelle parti sane la decidua presentava le sue grosse cellule, riunite in gruppi, di forma ovale o rotondeggiante con nuclei bene appariscenti e bene colorabili dal carmino e dalla ematossilina. Nelle parti aderenti all' infarto le cellule deciduali si presentavano più allontanate le une dalle altre, gonfie deformate, col nucleo appena visibile, non più colorabile o addirittura scomparso. Alcune presentavano nel nucleo appena qualche piccola granulazione intensamente colorabile. In vicinanza delle parti sane non era raro il vedere un certo numero di leucociti infiltrati nel tessuto interstiziale fra le cellule deciduali, il quale tessuto era omogeneo e tingibile uniformemente in rosa dall' eosina ematossilina. Questa sostanza che chiameremo intercellulo deciduale nelle preparazioni trattate col metodo di Weigert si dimostrava costituita di fibrina formante un esteso reticolo racchiudente le cellule stesse.

In tutto il tratto dell' infarto i villi erano riuniti fra di loro senza o con scarsissimi spazii intervillosi. La riunione dei villi si faceva per mezzo di una sostanza ialina amorfa senza nuclei che solo in rari siti dava le reazioni della fibrina. I villi impigliati si presentavano alterati, degenerati, con rari ed irregolari nuclei frammentati, senza vasi. In alcuni punti presentavano un aspetto omogeneo senza nuclei, ma nelle colorazioni doppie si distinguevano sempre dalla sostanza interstiziale uniente per essere più basofili di essa. Alla periferia dell' infarto i villi cominciavano a prendere il loro aspetto normale, si vedeva bene la loro struttura connettivale e molti presentavano ancora i loro vasi pervii e ripieni di sangue. Intorno a questi villi quasi nor-

mali la sostanza uniente (cementante) tornava a riprendere la reazione della fibrina e vi si tornavano a scorgere in mezzo delle cellule deciduali più o men bene conservate. In scarse località, ma sempre alla periferia dell' infarto e in vicinanza delle parti sane si poteva scorgere un po' di infiltrazione leucocitica nella sostanza intervillosa e nella sostanza stessa dei villi.

Molto simiglianti erano le alterazioni nel piccolo infarto a contorni diffusi se non che meno pronunziate. L'alterazione dei villi in alcun punto di questo non arrivava alla completa degenerazione e la loro unione non era così intima come nel infarto grosso. Nel piccolo la fibrina dimostrabile col metodo di Weigert era, relativamente al suo volume, assai più abbondante che nell' infarto voluminoso. Scarsa o quasi punto infiltrazione leucocitica. Nulla in ambedue i casi la prova della sostanza amiloide.

In questo terzo caso ci trovavamo dunque di fronte ad infarto costituito da tessuto placentare ove i villi erano saldati assieme da una sostanza che alla periferia dell' infarto era sostanza fibrinosa, nel centro sostanza ialina ed ove i villi stessi saldati erano più o meno degenerati, più al centro dell' infarto meno alla periferia. Anche qui i segni della alterazione e della proliferazione della decidua erano evidenti meglio che nei casi precedenti e riferibili alla endometrite proliferante ed anche qui era ragionevole supporre che la sostanza alterata deciduale dapprima fibrinosa fosse in seguito degenerata in sostanza ialina nel centro dell' infarto.

Questa placenta mi fu portata in laboratorio il giorno 16 maggio 1892, insieme ad innesti in gelatina e in brodo di sangue e urina presi dalla donna alla quale era stato provocato il parto. Essa fu raccolta con molte cautele antisettiche e come ho detto mi servì anche per ricerche bacteriologiche. Il grosso infarto fu tagliato nel mezzo con coltello sterilizzato e coll' ago di platino se ne raccolsero alcuni frammenti che vennero innestati in brodo, in gelatina, in agar. Le gelatine vennero distese a piatto. L' infarto stesso che era ben limitato ma scompariva

prima di arrivare alla faccia fetale, dopo fatti gli innesti venne levato insieme al più piccolo e fissato in alcool per l' osservazione. Il risultato della coltura in gelatina fu questo: che le colture del sangue restarono sterili, quelle dell' urina diedero luogo allo stafilococco piogeno albo, e ad un piccolo bacillo liquefaciente, quelle dell' infarto allo stesso stafilococco. Nelle colture a piatto non si sviluppò, oltre questo, altro bacterio, che un micrococco a colonia giallastra che liquefece lentamente la gelatina, e che io considerai come una impurità.

Col prodotto d' una coltura in gelatina di stafilococco ricavata dall' infarto, il giorno 26 maggio feci un innesto in brodo per avere quantità notevole di materiale e lo lasciai vegetare alla temperatura ambiente + 20° a + 26°.

Il giorno 30 maggio alle 4 pom. nella vena auricolare d'una coniglia gravida feci l' innesto di 2 cm.^{3} $^1/_2$ di questa coltura, dopo aver lasciato uscire circa altrettanto sangue.

Dapprima l' animale non se ne risente e anche alla sera è un po' agitato, ma rossicchia alcuni fili d' erba. La mattina del 31 alle 7 ant. si trova l' animale in preda a convulsioni con squotimento del capo, seguite da un po' di calma, ed alle 8 $^1/_2$ in un accesso abbastanza notevole l' animale muore. Si procede immediatamente all' autopsia. I due piccoli feti nell' utero (lunghi 4 centimetri ciascheduno) sono morti, le placente congeste. Milza piccola, intestini e fegato normali. Reni molto congesti. Cuore pieno di sangue. Polmoni normali ma con emorragie puntiformi non confluenti. Finissima iniezione alla superficie del cervello.

Colla stessa coltura in brodo il giorno 2 giugno faccio un iniezione intravenosa ad un altra coniglia pure gravida ma questa volta ne introduco nell' alveo circolatorio poco più che $^1/_2$ cent. cubo. L' animale sembra risentirsene poco quel giorno ed i susseguenti, però mangia meno e dimagra. Dopo 5 giorni (il 7 giugno) lo uccido. I feti sono vivi nell' utero, tutti gli organi sono normali eccetto il fegato, la milza e i reni che si mostrano congesti specialmente nella sostanza midollare. I soli

reni vengono induriti, tagliati, e colorati coll'ematossilina eosina. Riscontro la struttura del rene quasi normale però con vasi ripieni di sangue più del normale e intorno a questi, infiltrati nel connettivo intertubulare molti leucociti in certi posti raccolti a guisa di focolaio. Nessun tubulo ripieno di leucociti.

I risultati di queste prove che collimano con quelli da me altra volta ottenuti appunto colla iniezione di stafilococchi nelle vene del coniglio (14) e con quelli di altri sperimentatori che si sono occupati di questo argomento, senza voler loro dare eccessiva importanza, vengono fino a un certo punto in appoggio del concetto dell' intimo legame fra la nefrite gravidica e la eclampsia puerpuale e gli infarti bianchi della placenta.

La quarta placenta mi fu pure mandata in laboratorio dall' egregio amico Dott. Roncaglia. Essa apparteneva ad una eclamptica albuminurica, sgravata quasi a termine. Presentava buon numero di infarti bianchi visibili solamente dalla parte materna. Uno o due solamente erano passanti e visibili dalla faccia fetale.

Da uno dei più grossi e da uno dei più piccoli colle solite precauzioni presi materiale per innesti in gelatine e in agar, a piatto e in provette che lasciai in stufa a 20° e a 37° per due settimane, ma che restarono completamente sterili. Due altri infarti vennero tolti e fissati in alcool assoluto, quindi coi soliti metodi inclusi e osservati al microscopio.

Il più grosso di questi due infarti che osservai, presentava di lato, anche macroscopicamente un piccolo tratto notevolmente ingorgato di sangue. È noto come nelle preparazioni normali di placenta a termine, il sangue materno negli spazii intervillosi si trovi uniformemente sparso e non formi mai dei seni e delle raccolte molto estese prive di villi. In questo tratto invece si notava un allargamento notevolissimo degli spazii intervillosi ripieni al massimo di sangue, e la formazione di alcuni veri seni o laghi sanguigni in cui mancavano i villi. I villi poi in questo tratto erano isolati col loro epitelio pressochè intatto e di apparenza quasi normale, se non che presentavano i loro vasi

dilatati e ripieni anch' essi di sangue in modo cospicuo tanto da apparire in certi punti il villo rigonfio formato da uno solo o più cospicui vasi centrali ripieni di sangue e da un sottile strato di stroma alla periferia (Fig. 4, a, b).

A limitare questa regione dalla parte dell' infarto bianco si vedeva una zona irregolarmente semicircolare di sostanza uniformemente stratificata contenente qualche globulo bianco. In certi tratti questa stratificazione era fortemente infiltrata di globuli rossi. Accanto a questa poi abbiamo il vero infarto costituito da villi tenuti uniti fra loro da una sostanza cementante e da tratti di tessuto deciduale qua e là interposti ed ancora bene riconoscibili. La decidua da una parte e il corion dall' altra limitano questa regione. Contrariamente a quanto ho verificato negli altri infarti, ho potuto constatare su questo una grande quantità di fibrina e col metodo di Weigert ho messo in evidenza che, meno il tratto ingorgato di sangue dove fibrina ne appare pochissima, tutto il tratto stratificato è costituito da fibrina, tutti i villi della parte alterata sono riuniti da fibrina e così tutte le cellule deciduali nei tratti intercalati all' infarto sono pure abbondantemente circondate da questa sostanza (Fig. 4, c, e).

I villi più piccoli impigliati in tale sostanza fibrinosa sono evidentemente alterati: i nuclei del loro stroma sono piccoli, raggrinzati, spezzati: non si scorgono più tracce dell' epitelio del villo nè dei vasi. I villi più grossi si presentano normali nel loro stroma e nei vasi che sono ripieni di sangue, ma si mostrano alterati e mancanti nel loro epitelio, il che tenderebbe dimostrare a mio credere che l' alterazione dei villi procede dall' esterno verso la loro parte centrale. I vasi pervii dei villi maggiori impigliati nell' infarto si mostrano in molte località circondati da una zona ricca di leucociti o da un lieve ispessimento connettivale delle loro pareti.

Frammezzo ai villi così impigliati a costituire l' infarto si riconoscono molte isole irregolarmente circolari di tessuto deciduale con grosse cellule ancora ben conservate.

In alcuni tratti questi ultimi elementi sono molto numerosi ed hanno nucleo piccolo, fortemente colorabile, frammentato. In altri tratti il loro nucleo è appena colorabile e variamente deformato, oppure presentano nucleo voluminoso irregolare molto colorabile e protoplasma chiaro rigonfio molto abbondante.

In parecchie località si vede che queste porzioni di sostanza deciduale circondano completamente certi villi e solo intorno ad esse si trova la sostanza amorfa cementante tutto il resto dell' infarto (Fig. 4, d).

In alcun posto della preparazione non è dato vedere infiltrazione leucocitica tale da ricordare anche da lontano il processo infiammatorio.

La decidua che resta attaccata alla parte materna della placenta si presenta in molti punti con cellule notevolmente accresciute e proliferate, a nucleo piccolo fortemente colorabile.

Come si vede da questa succinta descrizione il reperto di questa quarta placenta diversifica sostanzialmente da quelle delle altre. Mentre la descrizione delle alterazioni riscontrate nelle tre prime si avvicina notevolmente alla descrizione data dell' infarto bianco da Favre (15), questa specialmente per l' abbondanza della fibrina, pel non presentare tracce di alterazioni dei vasi fetali nei grossi villi impigliati nell' infarto e per la stratificazione di una parte della fibrina, che ci porta direttamente al concetto di trombosi delle lacune, combina in gran parte colla descrizione di Rohr (13). Ma benchè non abbia potuto esaminare le pareti uterine per vedere se vi fosse endoarterite dei vasi materni, io ne pure in questo caso so acconciarmi alla spiegazione che il Rohr stesso ne dà e cioè che l' infarto sia prodotto da una trombosi primitiva delle lacune. Invero io faccio molto caso delle molte isole di tessuto deciduale, proliferato ed alterato che sono ancora visibili fra i villi impigliati, nell' area vera dell' infarto. E qui si noti che fra i villi e perfino vicino al corio anche normalmente si può trovare qualche tratto di tessuto deciduale, ma che questi tratti sono

eccessivamente scarsi e presentano poi l' aspetto della decidua normale (Fig. 1, b).

Invece nella porzione alterata di questa placenta sono numerosissimi i tratti deciduali, e colle caratteristiche della vera proliferazione, per esservi un numero di grosse cellule assai superiore e diverso d' aspetto da quello che si riscontra nelle decidue normali. Io credo addunque che anche in questo caso come nei precedenti siamo di fronte ad una alterazione prodotta primitivamente dalla proliferazione deciduale. La decidua cresciuta fra i villi ha occlusi gli spazii intervillosi di un certo tratto di placenta, ha nelle regioni vicine difficoltato il corso del sangue ed ha prodotto a poco a poco quell' ingorgo di sangue e quel deposito di fibrina stratificata che separano appunto in questo caso la regione dell' infarto da quella sana. Se si domandasse perchè in questo caso esiste molta fibrina, e nei precedenti no, la risposta dovrebbe essere questa, che la lesione è meno avvanzata che nei casi precedenti nei quali la fibrina provveniente dalla proliferazione deciduale o da altre cause (ostacolo al circolo) era ulteriormente degenerata in sostanza ialina, e quindi non dava più le sue reazioni caratteristiche.

Dagli infarti di questa placenta come dissi non ho potuto coltivare bacterii. Qui conviene ricordare che nell' altro caso in cui vennero isolati microrganismi, vi erano tratti dall' infarto manifestamente infiltrati di globuli bianchi e che avevano l' apparenza di tessuto infiammato.

In quest' ultimo caso invece questi tratti infiammati mancavano. Ora è ragionevole pensare che la mancanza dei leucociti fosse in rapporto colla mancanza dei bacterii, sapendosi quanta forza attrattiva abbiano questi per quelli.

CONCLUSIONI.

Da questo studio, per quanto condotto sopra un numero non molto considerevole di casi, mi pare si possano trarre le seguenti conclusioni che portano molta luce sulla quistione degli infarti bianchi della placenta.

Se non vogliamo negare valore alle osservazioni di Ackerman, di Hoffmann e di altri, che hanno trovato negli infarti bianchi la periarterite fibrosa multipla dei vasi fetali nei villi, è forza ammettere che le alterazioni descritte col nome di infarti bianchi, non corrispondono tutte alla medesima alterazione anatomo patologica.

Le mie osservazioni però si accordano in questo completamente con quelle di Fouss, Rossier, Rohr, Favre, Steffeck, nell' escludere completamente ogni alterazione primitiva dei villi, e nell' indicare piuttosto come causa dell' infarto bianco una alterazione provveniente dai tessuti materni.

Non avendo potuto mai riscontrare nè emorragie, nè trombi nella decidua, e non avendo mai potuto esaminare lo stato dei vasi nell' utero, non ho alcun dato per ammettere o l' opinione di Ercolani, o quella di Fouss, Rossier, e Rohr che le emorragie, o le trombosi, o i restringimenti dei vasi deciduali, siano stati causa del rallentamento della corrente negli spazii intervillosi e quindi della coagulazione del sangue nell' infarto con successiva degenerazione dei villi. Invece l' aver io riscontrato sempre nelle località affette da infarto, il tessuto deciduale proliferato e assai diverso dal normale, con molte grosse cellule talora tumefatte, talora in via di degenerazione, coi loro nuclei più o meno modificati, mi fa credere ragionevolmente che questi fatti abbiano una parte importante alla produzione della alterazione placentale che ci occupa. Sicchè io propenderei ad ammettere che, almeno nei casi da me osservati, la causa unica dell' infarto, e cioè della conglomerazione e degenerazione dei

villi con scomparsa degli spazii intervillosi, si debba ricercare nella endometrite proliferante, la quale avendo dato luogo ad una abnorme vegetazione fra i villi, della decidua e delle sue cellule, abbia poi prodotto l' inceppamento e il rallentamento della circolazione materna, la deposizione della fibrina stratificata nei casi ove essa era evidente, l' impigliamento dei villi principalmente con la sostanza deciduale proliferata, e la loro successiva degenerazione.

Per ciò che riguarda la natura della sostanza che costituisce l' infarto, il risultato delle mie osservazioni è in tre casi perfettamente d' accordo con quelli di Favre, di Steffeck, di Finzi che vi hanno trovato poca fibrina, o meglio poca sostanza che dia la reazione della fibrina.

In un caso però (il quarto) tutti i villi della regione dell' infarto erano circondati da fibrina, e combinando quasi completamente colla osservazione di Rohr ne confermavano l' esattezza.

Qui poi conviene notare che anche nei casi in cui la fibrina sembra molto scarsa, essa si trova di preferenza alla periferia dell' infarto, e che in quelli in cui è più abbondante, essa circonda i villi meno gravemente degenerati, cosicchè parrebbe ragionevole l' ammettere che la fibrina si trova ad alterazione incipiente, e che la sostanza che cementa abnormemente i villi nell' infarto è dapprima per massima parte sostanza fibrinosa provveniente dalla proliferazione deciduale o da ostacolo circolatorio, la quale in seguito degenera in sostanza ialina e perde così la proprietà di dare le sue reazioni caratteristiche.

A infarto completamente sviluppato poi, villi degenerati e sostanza cementante danno tutti soltanto la reazione della sostanza ialina appena interrotta qua e la da piccolissimi avanzi di fibrina, e qualche rara volta intercalata con piccoli tratti di degenerazione amiloide.

Per quello che riguarda la presenza dei bacterii negli infarti bianchi e la loro importanza a produrre questa alterazione patologica, mi pare che debba tenersene un gran conto. È vero che finora la scienza non può registrare in proposito che le ri-

cerche di Favre e queste mie che sono a dir vero ben poca cosa. Ma se consideriamo che il concetto che più logicamente risulta dalle osservazioni puramente anatomiche fatte fin qui è questo: che gli infarti bianchi derivino, almeno assai di frequente, da una endometrite proliferante, mentre poi si accompagnano assai spesso a ricca infiltrazione di leucociti specialmente nei loro contorni e se ricordiamo che gli stati infiammatorii con proliferazione di globuli bianchi sono nel massimo numero dei casi (anzi sempre nelle affezioni non sperimentali) prodotti da bacterii, ne risulterà assai ragionevole la supposizione di non considerare i reperti bacterici ottenuti da Favre e da me, negli infarti bianchi come una semplice accidentalità, ma di doverli invece ritenere come intimamente legati a tale processo morboso. E ciò sembrerà tanto più ragionevole se, ricordando l' intimo rapporto fra infarti bianchi, nefrite gravidica ed eclampsia puerperale, si potranno confermare i risultati delle osservazioni di Combemal e Buè (20) che hanno appunto trovato nel sangue delle eclamptiche lo strafilococco aureo e l' albo. Con ciò non può sembrare azzardata la conclusione che l' agente bacterico causa dell' infarto bianco sia, almeno in certi casi, un microbio piogeno.

C. Bergonzini.

BIBLIOGRAFIA

1. Mayer. — *Ueber Bindegewebsentwickelung in der Placenta.* — Virchow's Arch. 1869. Bd. 45.
2. Ercolani. — *Delle malattie della placenta.* — Memorie dell' Accad. dell' Istit. di Bologna. Serie II, Vol. 10, 1871.
3. Ackermann. — *Der weisse Infarct der Placenta.* — Virchow' s Arch. 1884. Bd. 96.
4. Hoffmann. — *Untersuchungen über der weissen Infarct der Placenta.* — Inaug. Diss. Halle, 1882.
5. Küstner. — *Zur Anatomie des weissen Infarctes der Placenta.* — Virchow's Arch., 1886. Bd. 106.
6. Wiedow. — *Ueber der Zusammenhang zwischen Albuminurie und Placentarerkrankung.* — Zeitschrift für Geburtshülfe und Gynaekol. Bd. XIV, Heft. 2.
7. Cohn. — *Ueber das Absterben des Foetus bei Nephritis der Mutter.* — Zeitschr. f. Geburtshülfe u. Gynaek. B. XIV, H. 2.
8. Waldeyer. — Sitzungsberichte der Berl. Accad. 1887, VI.
9. Nitabuch. — *Beitraege zur Kenntniss der menschlichen Placenta.* — Inaug. Diss. Bern. 1887.
10. Fuoss. — *Beitraege zur pathologischen Anatomie der Placenta.* — Inaug. Diss. Tübingen, 1888.
11. Rossier. — *Klinische u. histologische Untersuchungen ueber die Infarcte der Placenta.* — Inaugur. Diss. Basel 1888.
12. Fehling. — *Ueber habituelles Absterben der Frucht bei Nierenerkrankung der Mutter.* — Arch. für Gynaekol. Bd. XXVII, Heft. 2.
13. Rohr. — *Die Beziehungen der mütterlichen Gefässe zu den intervillösen Räumen der reifen Placenta, speciell zur Thrombose derselben (weisser Infarct).* — Vinchow' s Arch. Band 115, Heft. 3, 1889.
14. Bergonzini. — *Contributo allo studio dei microbii nelle nefriti.* — Rassegna di Sc. mediche, Agosto 1889.
15. Favre. — *Ueber der weissen Infarct der menschlichen Placenta.* — Virchow' s Arch. Band 120, Heft. 3, 1890.
16. Steffeck. — *Der Weisse Infarkt der Placenta — in Die menschliche Placenta von Hoffmeier.* — Wiesbaden, 1890.

17. Finzi. — *Sulla struttura normale della placenta umana e sull' infarto bianco della medesima.* — Memorie della R. Accademia dell' Istituto di Bologna, Serie V, Tomo II, 1891.

18. Meola. — *Contribuzione alla patologia della Placenta.* — Annali di Ostetricia e ginecologia, Dicembre 1891.

19. Favre. — *Die Ursache der Eclampsie eine Ptomainaemie ecc.* — in Virchow' s Arch. Band 127, Heft 1, Berlin 1892.

20. Combemal et Buè. — Societé de Biologie de Paris, 19 marzo 1892.

21. Cioja. — *Lesioni placentari in relazione con malattie renali della madre.* — Genova, Tipogr. Istituto sordo muti, 1893.

F. 1.

b
d
c
a

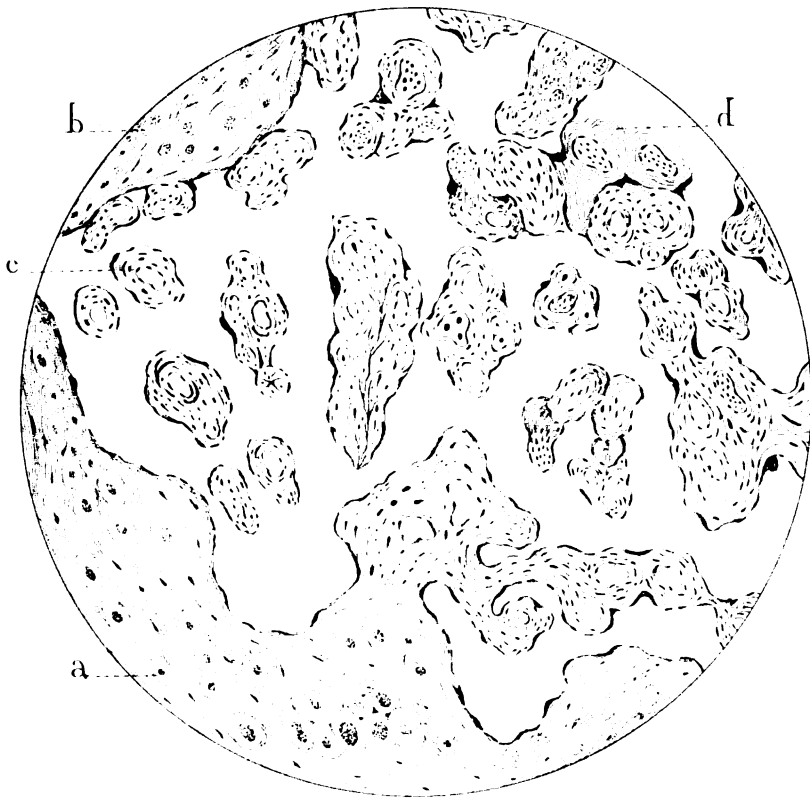
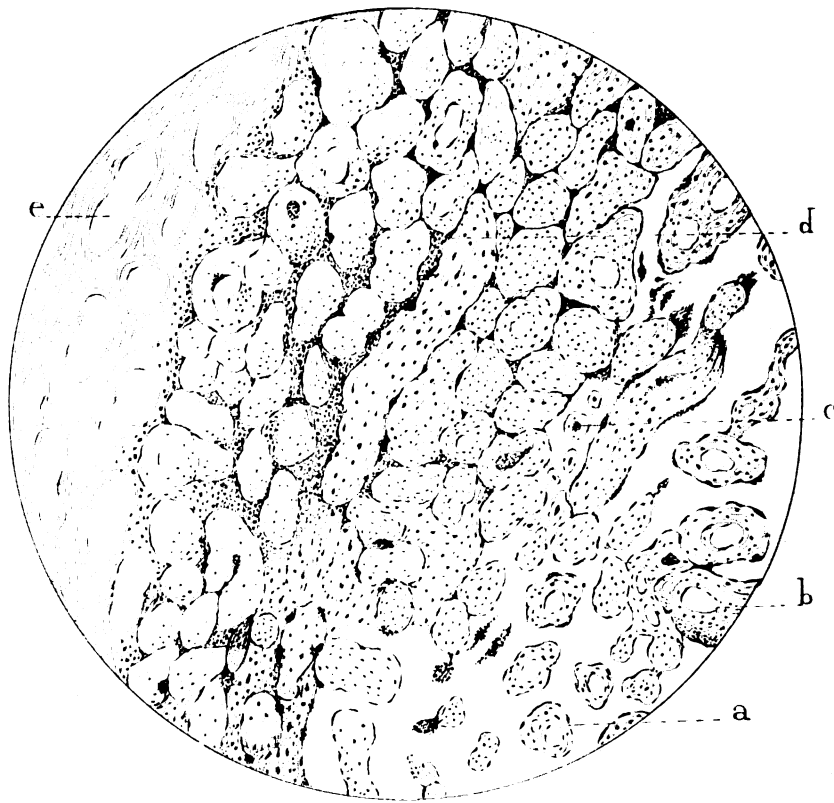
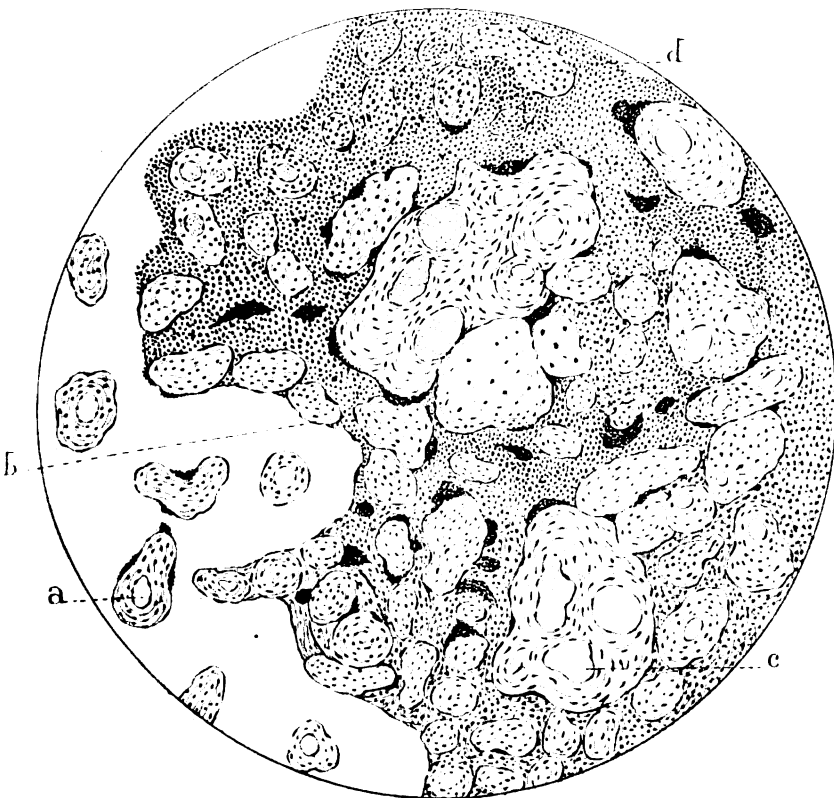
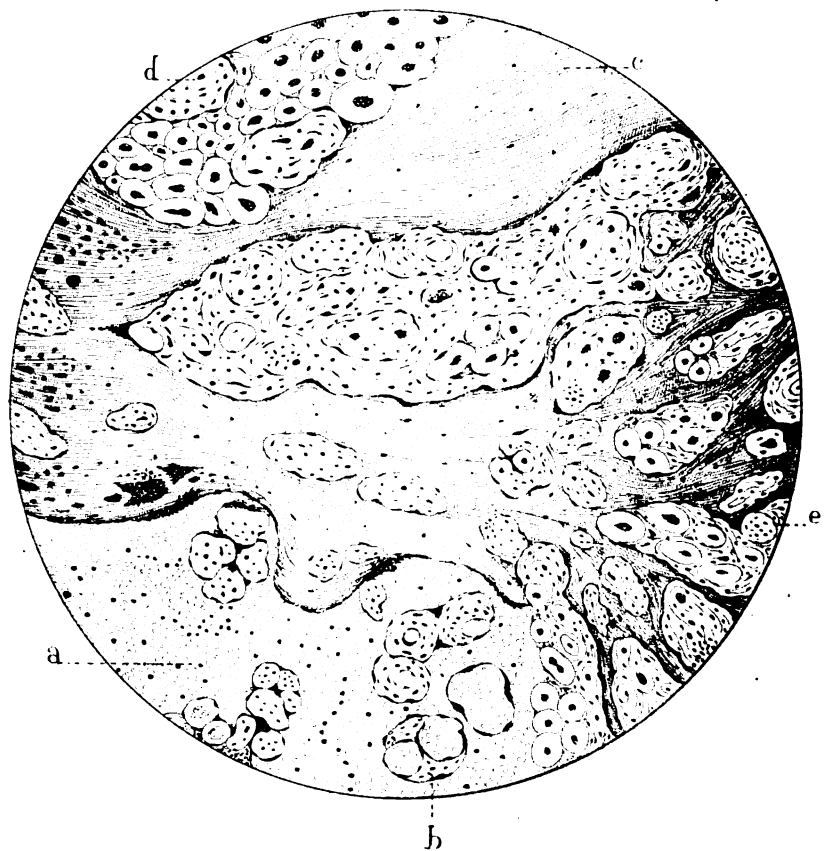
F. 2.

e
d
c
b
a

F. 3.

d
b
a
c

F. 4.

d
c
e
a
b

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Le figure sono state prese da preparazioni fissate in alcool assoluto, incluse in paraffina, sezionate col microtomo, incollate sul vetrino mediante l'acqua stillata e colorate coll'allume carmino. I particolari sono stati copiati colla camera lucida coll'oc. 1, ob. 5, micr. di Leitz.

Fig. I.ª — Placenta a termine normale, vista vicino al bordo deciduale.
a) decidua con cellule e sostanza amorfa.
b) zaffo deciduale in mezzo ai villi.
c) villi normali separati dagli spazii intervillosi (lacune). Il sangue materno manca in queste o è appena accennato forse per dissanguamento della placenta.
d) alcuni villi riuniti da sostanza amorfa.

Fig. II.ª — Placenta ammalata n. 1, vista nella zona di passaggio fra la parte sana e l'infarto.
a) villi normali
b) villi riuniti fra loro da sostanza amorfa (fibrina)
c) frammenti di sostanza deciduale in mezzo alla sostanza uniente dei villi
d) villi saldati fra loro, più o meno degenerati e riuniti da sostanza ricca di leucociti che non da più la reazione della fibrina.
e) villi saldati fra loro, e completamente degenerati senza nuclei.

Fig. III.ª — Placenta malata n. 2, infarto diffuso.
a) villi normali.
b) villi un po' alterati riuniti da sostanza amorfa fortemente infiltrata di leucociti
c) un villo normale impigliato nella sostanza ricca di leucociti.
d) villi degenerati e infiltrati di leucociti.

Fig. IV.ª — Placenta malata n. 4.
a) porzione ingorgata di sangue con villi liberi e vasi distesi da sangue.
b) villi distesi da sangue.
c) sostanza fibrinosa stratificata, con leucociti. Questa sostanza ha impigliato qualche villo degenerato e della sostanza deciduale.
d) sostanza deciduale che tiene impigliati alcuni villi.
e) sostanza propria dell'infarto con villi conservati e con villi degenerati ed avanzi della sostanza deciduale sparsi nella sostanza fibrinosa cementante.

INTORNO AGLI SPAZI LINEARI

A TRE DIMENSIONI

CONSIDERATI NEL NOSTRO SPAZIO

PARTE PRIMA.

Rette, piani e spazi paralleli.

1. Fissato un punto, assegno ad esso un numero positivo o negativo, che chiamo *indice* di questo punto.

Quando dirò che è *dato un punto,* si dovrà intendere che è anche dato il suo indice.

Colla notazione A_a indicherò un punto A avente per indice il numero a.

2. Dati due punti $A_a, B_b,$ assumo come indice, relativo ad essi, di un punto qualunque M della retta $AB,$ il numero che si ottiene nel seguente modo.

Si conducano per i punti A, B due rette parallele AX, BY dirette nello stesso senso rispetto alla retta AB o in sensi opposti, secondo che i due indici a, b hanno lo stesso segno o segni contrari. Sulle rette AX, BY si portino i segmenti $AA', BB',$ le lunghezze dei quali, rispetto ad uno stesso segmento $U,$ sieno rispettivamente espresse dai numeri a, b, e si descriva la retta $A'B'$. Dal punto M si conduca la parallela ad AA', e sia M' il punto in cui essa incontra la $A'B'$. Si misuri il segmento MM'

coll' unità U; si otterrà un numero m. È questo numero che assumo come *indice relativo ai punti* A_a, B_b del punto M della retta AB.

Se gli indici a, b hanno lo stesso segno, l' indice m di M ha questo segno o il segno contrario, secondo che il segmento MM' è diretto nel senso dei segmenti AA', BB' o nel senso opposto. Se gli indici a, b hanno segni contrari, il segno dell' indice m è il segno di quello dei due segmenti AA', BB' che è diretto nello stesso senso del segmento MM'.

L' indice m, relativo ai punti A_a, B_b, di un punto M della retta AB si può calcolare col mezzo della formula

$$m = \frac{a \, . \, MB + b \, . \, AM}{AB},$$

nella quale ad AM e ad AB debbonsi sostituire i numeri che esprimono le misure, rispetto all' unità U, dei segmenti AM, AB.

3. Farò sempre uso di uno stesso segmento U per misurare i segmenti.

4. Chiamo *punteggiata relativa a due punti dati* A_a, B_b il complesso dei punti della retta AB considerati con i loro indici relativi ai punti stessi. La retta AB chiamasi *sostegno* della punteggiata.

5. Dati due punti A_a, B_b è determinata la punteggiata relativa ad essi, e dato un punto M_m, dirò che questo punto *appartiene* alla punteggiata (A_a, B_b), se M giace nella retta AB e se l' indice di M relativo ai punti A_a, B_b, è m.

6. Se quattro punti A_a, B_b, C_c, D_d di una retta r appartengono ad una stessa punteggiata, l' indice relativo ai punti A_a, B_b di un punto qualunque M della retta r è manifestamente anche l' indice di M relativo ai punti C_c, D_d. Dunque:

Una punteggiata è determinata quando sono dati due qualunque de' suoi punti.

E quando dirò che è *data* una punteggiata si dovrà intendere che sono dati due de' suoi punti.

7. Data una punteggiata (A_a, B_b), si può trovare quel punto M appartenente ad essa che ha un indice dato m tanto graficamente, quanto applicando la formola

$$AM = \frac{(a-m)\ AB}{a-b}.$$

Se gli indici a, b fossero eguali ed avessero lo stesso segno il problema sarebbe indeterminato o impossibile.

8. Quando gli indici di due punti dati A_a, B_b sono eguali ed hanno lo stesso segno, l' indice di un punto qualunque della punteggiata (A_a, B_a) è eguale ad a ed ha lo stesso segno di questo indice. In questo caso dirò che la punteggiata (A_a, B_a) è *omogenea*.

9. Sieno (A_a, B_b), (C_c, D_d) due punteggiate aventi per sostegno una stessa retta r. Per i punti A, B, C, D si conducano i segmenti $AA' = a$, $BB' = b$, $CC' = c$, $DD' = d$ paralleli e tali, che due qualunque di essi si trovino da una stessa parte o da parti opposte di r, secondo che gli indici corrispondenti hanno lo stesso segno o segni opposti. Si descrivano le rette $A'B'$, $C'D'$, Se le rette $A'B'$, $C'D'$ si tagliano in un punto M', conducendo per questo punto la parallela alla $A'A$, il punto M, in cui essa taglia r, ha lo stesso indice $MM' = m$ tanto se si considera come appartenente alla punteggiata (A_a, B_b), quanto se si riguarda come appartenente alla punteggiata (C_c, D_d). In questo caso dirò che il punto M_m è un *punto unito* delle due punteggiate (A_a, B_b) (C_c, D_d).

Se le rette $A'B'$, $C'D'$ sono parallele, le due punteggiate (A_a, B_b), (C_c, D_d) debbono considerarsi come aventi unito il punto all' infinito della retta r. In questo caso dirò che le due punteggiate sono *parallele*.

Se le rette $A'B'$, $C'D'$ coincidono, le due punteggiate (A_a, B_b) (C_c, D_d), hanno tutti i loro punti uniti. Dunque:

Due punteggiate aventi lo stesso sostegno (due punteggiate sovrapposte) o hanno un solo punto unito o hanno tutti i loro puntiuniti.

Il punto unito M_m di due punteggiate sovrapposte (A_a, B_b), (C_c, D_d) si può trovare mediante la formula

$$A\dot{M} = \frac{AB\{(a-c)\,CD - (c-d)\,AC\}}{(a-b)\,CD - (c-d)\,AB}.$$

10. Sieno date due punteggiate (A_a, B_b), (C_c, D_d) non sovrapposte ma aventi i loro sostegni AB, CD situati in uno stesso piano.

Se le rette AB, CD si tagliano in un punto M, questo punto ha, in generale, due indici diversi secondo che si considera come appartenente all'una o all'altra delle due punteggiate (A_a, B_b), (C_c, D_d). Se questi indici saranno eguali ad uno stesso numero m, dirò che le due punteggiate si *tagliano* nel punto M_m o anche che hanno *unito* questo punto.

Suppongasi che le rette AB, CD sieno parallele. Nel piano $ABCD$ si conduca per il punto A il segmento $AA' = a$, e per i punti B, C, D si conducano i segmenti $BB' = b$, $CC' = c$, $DD' = d$ paralleli ad AA' e diretti, rispetto a questo segmento, nello stesso senso del segmento stesso o in sensi opposti, secondo che gli indici b, c, d hanno lo stesso segno di a o segni contrari. Si descrivano le rette $A'B'$, $C'D'$. Se queste rette saranno parallele o coincidenti, dirò che le due punteggiate (A_a, B_b), (C_c, D_d) sono *parallele* o che il punto all'infinito dell'una e il punto all'infinito dell'altra sono *uniti*.

Nel primo caso si ha

$$\frac{a \,.\, MB + b \,.\, AM}{AB} = \frac{c \,.\, MD + d \,.\, CM}{CD},$$

nel secondo

$$\frac{a-b}{AB} = \frac{c-d}{CD}.$$

11. Due punteggiate omogenee sono parallele se i loro sostegni sono due rette parallele o coincidenti.

12. Data una punteggiata (A_a, B_b) e dato un punto M_m non appartenente ad essa, per trovare una punteggiata che passi per M_m e sia parallela alla (A_a, B_b) si può procedere nel seguente modo.

Fissata nel piano MAB (o in un piano qualunque passante per la retta AB se il punto M si trova su questa retta) una retta r non parallela ad AB, ed il senso positivo di r, si conducano nel piano stesso i segmenti $AA' = a$, $BB' = b$, $MM' = m$ parallele ad r e diretti, rispetto a questa retta, nei sensi indicati dagli indici a, ,b m. Per M e per M' si conducano due rette rispettivamente alle AB, $A'B'$. Sulla retta condotta per M' si prenda un punto qualunque N', pel quale si conduca la parallela ad r, che segherà la parallela ad AB condotta per M in un punto N. Si misuri coll' unità U il segmento NN': il numero n così ottenuto è l' indice del punto N considerato come appartenente alla parallela cercata, la quale è perciò determinata mediante i due punti M_m, N_n appartenenti ad essa.

Oppure:

Si conduca per il punto M la retta MX parallela alla retta AB, e sulla MX si prenda il segmento MN eguale al segmento AB. Se $b > a$, l' indice del punto N, considerato come apprtenente alla retta cercata, è

$$n = m \pm (b - a)$$

secondo che i due segmenti AB, MN sono diretti nello stesso senso o in sensi contrari.

13. È manifesto che *per un punto dato passa una sola punteggiata parallela ad una punteggiata data.*

14. Data una punteggiata (A_a, B_b) e dato un punto P_p non situato nella retta AB, chiamo *piano punteggiato* il luogo delle punteggiate determinate dal punto P_p e dai punti della punteggiata (A_a, B_b).

Il piano PAB dicesi *sostegno* del piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$.

15. Dato nel piano PAB un punto M_m, dirò che questo punto *appartiene* al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$ se appartiene alla punteggiata determinata dal punto P_p e dal punto della (A_a, B_b) situato nella intersezione delle rette PM, AB.

16. Preso nel piano PAB un punto qualunque M, se questo punto si considera come appartenente al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$, il suo indice si può anche ottenere nel seguente modo.

Dai punti P, A, B si conducano fuori del piano PAB i tre segmenti $PP' = p$, $AA' = a$, $BB' = b$ paralleli e in modo, che due qualunque di questi segmenti si trovino da una stessa banda del piano PAB o da bande opposte, secondo che gli indici corrispondenti ad essi hanno lo stesso segno o segni contrari. Per i punti P', A', B' si faccia passare un piano, e per il punto M si conduca una retta parallela alla AA': sia M' il punto in cui questa retta sega il piano $P'A'B'$. Si misuri il segmento MM' coll' unità U; si otterrà l' indice m del punto M considerato come appartenente al piano $P_p(A_a, B_b)$.

Infatti, si descriva la retta PM e sia C il punto in cui essa incontra la retta AB. Da C si conduca la parallela ad AA', che incontrerà la $A'B'$ in un punto C'. È manifesto che la retta $P'M'$ passa per C', epperciò il numero che esprime la lunghezza rispetto ad U del segmento MM' è l' indice del punto M considerato come apparentemente alla punteggiata determinata dal punto P_p e dal punto C considerato come appartenente alla punteggiata (A_a, B_b).

L' indice del punto M, considerato come appartenente al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$, si può anche calcolare col mezzo della formola

$$m = \frac{p \,.\, MAB + a \,.\, MBP + b \,.\, MPA}{PAB}.$$

17. Sieno E, F due punti qualunque del piano PAB. Si conducano per i punti E, F due rette parallele alla AA', le

quali incontreranno il piano PAB in due punti E', F': i numeri e, f, che esprimono le lunghezze, rispetto ad U, dei segmenti EE', FF', sono gli indici dei punti E, F considerati come appartenente al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$. Sulla retta EF si prenda un punto qualunque N, per il quale si conduca la parallela ad AA', che incontrerà il piano $P'A'B'$ in un punto N' situato nella retta $E'F'$. Il numero n che esprime la lunghezza, rispetto ad U, del segmento NN' è l'indice del punto N considerato come appartenente tanto al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$ quanto alla punteggiata (E_e, F_f). Dunque:

Se due punti dati appartengono al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$, *ogni punto della punteggiata da essi determinata appartiene a questo piano.*

18. Dirò che una punteggiata *appartiene* al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$ quando tutti i suoi punti appartengono a questo piano.

È manifesto che *due punteggiate appartenenti al piano* $P_p(A_a, B_b)$ *si tagliano o sono parallele secondo che i loro sostegni si tagliano o sono paralleli.* Ovvero:

Due punteggiate appartenenti ad uno stesso piano punteggiato hanno sempre un punto unito.

19. Sieno Q, E, F tre punti del piano PAB non situati in una retta, e sieno rispettivamente q, e, f gli indici di questi punti considerati come appartenenti al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$.

Facilmente si vede che ogni punto del piano PAB ha sempre lo stesso indice tanto se si considera come appartenente al piano punteggiato $P_p(A_a, B_b)$, quanto se si riguarda come appartenente al piano punteggiato $Q_q(E_e, F_f)$, cioè questi due piani hanno tutti i loro punti uniti. Dunque:

Due piani punteggiati hanno tutti i loro punti uniti se hanno uniti tre punti non situati una stessa retta. E quindi:

Tre punti dati A_a, B_b, C_c *non situati in una stesso retta determinano un piano punteggiato* (A_a, B_b, C_c).

20. Dati due punti A_a, B_b, ogni piano passante per la retta AB è il sostegno di infiniti piani punteggiati passanti per la punteggiata (A_a, B_b). Dunque: (*)

Per una punteggiata data passa un numero doppiamente infinito di piani punteggiati.

21. Dato un piano punteggiato (A_a, B_b, C_c), se gli indici a, b, c sono eguali, l' indice di un punto qualunque appartenente a questo piano è eguale ad a. In questo caso dirò che il piano punteggiato (A_a, B_a, C_a) è *omogeneo.*

È chiaro che tutte le punteggiate appartenenti ad un piano omogeneo sono omogenee.

22. *Un piano punteggiato non omogeneo contiene infinite punteggiate omogenee; tutte queste punteggiate sono fra loro parallele.*

23. Sia (R_r, S_s) una punteggiata appartenente al piano non omogeneo (A_a, B_b, C_c) e avente il suo sostegno perpendicolare ai sostegni delle punteggiate omogenee di questo piano.

Chiamerò *punteggiata indicatrice* del piano (A_a, B_b, C_c) la punteggiata (R_r, S_s).

24. Un piano punteggiato è determinato quando è dato il suo sostegno α e la sua punteggiata indicatrice (R_r, S_s).

Infatti, se M è un punto qualunque del piano α, considerando questo punto come appartenente al piano punteggiato a cui appartiene la punteggiata (R_r, S_s) e che ha per sostegno α, il suo indice è l' indice di quel punto della (R_r, S_s), che giace nel piede della perpendicolare condotta dal punto M alla retta RS.

25. Sia dato un piano punteggiato (A_a, B_b, C_c) e sia data una punteggiata (M_m, N_n), non appartenente a questo piano, ma avente il suo sostegno MN situato nel piano ABC. Se m', n' sono gli indici dei punti M, N considerati come appartenenti

(*) Cassani. Geometria pura euclidiana ad n dimensioni — *Giornale di Matematiche,* Vol. XXIII, p. 4.

al piano (A_a, B_b, C_c), le due punteggiate sovrapposte (M_m, N_n), (M_m', N_n') hanno un punto unito (n.° 9). Dunque:

Una punteggiata non appartenente ad un dato piano punteggiato, ma avente il suo sostegno posto nel sostegno di questo piano, ha col piano stesso un punto unito P_p.

Il punto P_p dicesi anche punto *d'incontro* o *d'intersezione* della retta punteggiata e del piano punteggiato.

26. Sieno dati due piani punteggiati distinti aventi lo stesso sostegno o *sovrapposti*. La punteggiata determinata dai due punti in cui due punteggiate appartenenti ad uno dei due piani incontrano l'altro, appartiene a ciascuno di questi piani, e ogni altro punto non situato fuori di quella punteggiata non gode questa proprietà. Dunque:

Due piani punteggiati sovrapposti, non aventi tutti i loro punti uniti, hanno uniti tutti i punti di una punteggiata.

Questa punteggiata dicesi *intersezione* dei due piani punteggiati.

27. Se tre piani punteggiati sono sovrapposti e non si tagliano secondo una stessa punteggiata, essi hanno un solo punto unito.

Questo punto dicesi *punto d'intersezione* dei tre piani punteggiati sovrapposti.

28. Dato un piano punteggiato (A_a, B_b, C_c) e data una punteggiata (M_m, N_n), se la retta MN non giace nel piano ABC, dirò che la punteggiata (M_m, N_n) *incontra* il piano (A_a, B_b, C_c) solo quando il punto comune alla retta MN ed al piano ABC ha lo stesso indice tanto se si considera come appartenente alla punteggiata (M_m, N_n), quanto se si riguarda come appartenente al piano (A_a, B_b, C_c). Dunque:

Una punteggiata ed un piano punteggiato in generale non s'incontrano, se il sostegno della punteggiata non giace nel sostegno del piano.

29. Dati due piani punteggiati sovrapposti, non aventi tutti i loro punti uniti, sia C_c un punto situato nel sostegno comune ai due piani ma non appartenenti ad alcuno di essi. Ad

ogni punto M_m di uno dei due piani punteggiati si faccia corrispondere il punto $M_{m'}$ in cui la punteggiata (C_c, M_m) incontra l'altro piano. In tal modo fra i punti appartenenti ai due piani si viene a stabilire una corrispondenza univoca tale, che questi piani risultano omologici; il punto C_c è il centro di omologia e l'asse di omologia è la punteggiata secondo cui i piani medesimi si tagliano.

30. Una punteggiata dicesi *parallela* ad un piano punteggiato, se il punto all'infinito della punteggiata appartiene alla punteggiata all'infinito del piano.

È chiaro che una punteggiata parallela ad una punteggiata appartenente ad un piano punteggiato è parallela a questo piano.

Una punteggiata parallela ad un piano punteggiato può avere il suo sostegno situato nel sostegno di questo piano.

31. Dati due piani punteggiati (A_a, B_b, C_c), (D_d, E_e, F_f) non sovrapposti, la retta d'intersezione dei duei piani *ABC, DEF* è il sostegno di due punteggiate appartenenti ai due piani punteggiati. Queste due punteggiate sovrapposte o hanno tutti i loro punti uniti o hanno un solo punto unito (n.° 9). Nel primo caso si dice che i due piani punteggiati si tagliano secondo una punteggiata, nel secondo che questi piani si tagliano in un punto. Dunque:

Due piani punteggiati non sovrapposti si tagliano in una punteggiata o in un punto.

32. Suppongasi che i sostegni *ABC, DEF* di due piani punteggiati (A_a, B_b, C_c), (D_d, E_e, F_f) sieno paralleli o coincidano. Per un punto del piano *ABC* si conducano in questo piano due rette r, s, e nel piano *DEF* si conducano due rette r', s' parallele alle r, s rispettivamente. Se le punteggiate appartenenti al piano (A_a, B_b, C_c) e aventi per sostegni le rette r, s sono rispettivamente parallele alle punteggiate appartenenti al piano (D_d, E_e, F_f) e aventi per sostegni le rette r', s', allora i due piani punteggiati hanno uniti tutti i punti della retta all'infinito comune ai due piani *ABC, DEF*.

In questo caso i due piani punteggiati diconsi *paralleli di 1.ª specie* (*).

In particolare si ha che *due piani omogenei aventi per sostegni due piani paralleli o coincidenti sono paralleli di 1.ª specie.*

33. Due piani punteggiati, che non si taglino secondo una punteggiata, diconsi *paralleli di 2.ª specie*, se il loro punto d'intersezione trovasi all' infinito.

In particolare, *sono paralleli di 2.ª specie due piani omogenei, con indici differenti, aventi per sostegni due piani non paralleli.*

34. *Per un punto dato, non appartenente ad un piano punteggiato dato, passano infinite punteggiate parallele a questo piano, e il luogo di queste punteggiate è un piano punteggiato parallelo di 1.ª specie al piano dato.*

Per una punteggiata parallela ad un piano punteggiato dato passa un solo piano punteggiato parallelo di 1.ª specie al dato piano: tutti gli altri piani punteggiati che passano per la stessa punteggiata, e non segano questo piano secondo una punteggiata, sono paralleli di 2.ª specie al piano dato.

Per un punto dato fuori di due piani punteggiati paralleli di 2.ª specie passa una sola punteggiata parallela ad essi.

35. *Se due piani punteggiati sono paralleli di 1.ª specie, due punteggiate appartenenti ad essi ed aventi per sostegni due rette parallele sono parallele.*

Le punteggiate omogenee di due piani punteggiati paralleli di 1.ª specie, non omogenei, sono parallele, e sono anche parallele, le punteggiate indicatrici di questi piani.

36. Dato un piano punteggiato (A_a, B_b, C_c) e dato un punto P_p non situato nel piano ABC, chiamo *spazio lineare a tre*

(*) VERONESE. Fondamenti di Geometria a più dimensioni e a più specie di unità rettilinee. Padova, 1891, pag. 462.

dimensioni o semplicemente *spazio*, il luogo delle punteggiate determinate dal punto P_p e dai punti appartenenti al piano (A_a, B_b, C_c).

37. Dato un punto M_m, dirò che questo punto *appartiene* allo spazio $P_p(A_a, B_b, C_c)$, se appartiene alla punteggiata determinata dal punto P_p e dal punto del piano (A_a, B_b, C_c) situato nella intersezione della retta PM e del piano ABC.

Dirò che una punteggiata o un piano punteggiato *appartiene* allo spazio P_p (A_a, B_b, C_c) se tutti i suoi punti appartengono a questo spazio.

È manifesto che allo spazio P_p (A_a, B_b, C_c) appartengono tutti i piani punteggiati determinati dal punto P_p e dalle punteggiate appartenenti al piano (A_a, B_b, C_c).

38. Sono evidenti anche le proposizioni seguenti:

Se due punti di una punteggiata appartengono allo spazio P_p (A_a, B_b, C_c), la punteggiata appartiene a questo spazio.

Se tre punti determinanti un piano punteggiato appartengono allo spazio P_p (A_a, B_b, C_c), il piano punteggiato appartiene a questo spazio.

39. Sieno Q, D, E, F quattro punti non situati in uno stesso piano, e sieno q, d, e, f gli indici di questi punti considerati come appartenenti allo spazio P_p (A_a, B_b, C_c). Facilmente si vede che fissato un punto qualunque, se questo punto si considera come appartenente allo spazio $P_p(A_a, B_b, C_c)$, esso appartiene anche allo spazio Q_q (D_d, E_e, F_f), e se si considera come appartenente allo spazio Q_q (D_d, E_e, F_f), esso appartiene anche allo spazio P_p (A_a, B_b, C_c). Dunque questi due spazi hanno tutti i loro punti uniti, e da ciò deriva che

Uno spazio è determinato quando sono dati quattro suoi punti A_a, B_b, C_c, D_d non situati in uno stesso piano (*).

(*) Interpretazione geometrica del campo delle soluzioni di una equazione lineare a quattro variabili. *Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena.* Vol. VII, Serie II, pag. 213.

40. Dati quattro punti A_a, B_b, C_c, D_d determinanti uno spazio e fissato un punto qualunque M, l' indice di questo punto, considerato come appartenente allo spazio (A_a, B_b, C_c, D_d), si può anche ottenere nel seguente modo:

Si descriva una r e si fissi il senso positivo di questa retta. Per i punti A, B, C, D si conducano i segmenti $AA' = a$, $BB' = b$, $CC' = c$, $DD' = d$, paralleli alla retta r e diretti, rispetto a questa retta, nei sensi indicati dai segni degli indici a, b, c, d. Le quattro coppie (A, A'), (B, B'), (C, C'), (D, D') di punti determinano due spazi collineari affini $(ABCD)$, $(A'B'C'D')$. Si trovi il punto M' dello spazio $(A'B'C'D')$ corrispondente al punto M dello spazio $(ABCD)$. Si misuri coll' unità U il segmento MM': il numero m che si ottiene, col segno determinato dalla direzione rispetto ad r del segmento MM', è l'indice di M considerato come appartenente allo spazio (A_a, B_b, C_c, D_d).

Questo indice è indipendente dalla posizione assoluta della retta r, e si può calcolare col mezzo della formula:

$$m = \frac{a \,.\, MBCD + b \,.\, MACD + c \,.\, MABD + d \,.\, MABC}{ABCD}.$$

41. Dato lo spazio (A_a, B_b, C_c, D_d), se gli indici a, b, c, d sono eguali ed hanno lo stesso segno, ogni punto appartenente a questo spazio ha il suo indice eguale ad a ed ha lo stesso segno di questo indice. In questo caso dirò che lo spazio è *omogeneo*.

Tutte le punteggiate appartenenti ad uno spazio omogeneo sono omogenee e sono omogenei tutti i piani punteggiati appartenenti allo spazio medesimo.

Dato uno spazio non omogeneo, vi sono infiniti piani omogenei appartenenti ad esso: *tutti questi piani sono paralleli.*

42. Qualunque punteggiata appartenente ad uno spazio non omogeneo e avente il suo sostegno perpendicolare ai sostegni dei piani omogenei di questo spazio, dicesi *punteggiata indicatrice* dello spazio medesimo.

Uno spazio è determinato quando è dato una sua punteggiata indicatrice, perchè fissato un punto qualunque M, considerando questo punto come appartenente a quello spazio, il suo indice è l' indice di quel punto della punteggiata data, il quale giace nel piano condotto per M perpendicolarmente al sostegno di questa punteggiata.

43. Sia (M_m, N_n) una punteggiata ed (E_e, F_f, G_g) un piano punteggiato appartenenti ad uno stesso spazio. La retta MN, se non giace nel piano EFG, incontra questo piano in un punto solo, il quale appartiene manifestamente tanto alla punteggiata (M_m, N_n), quanto al piano (E_e, F_f, G_g). Dunque:

Una punteggiata ed un piano punteggiato appartenenti ad uno stesso spazio si tagliano in un punto, se la punteggiata non appartiene al piano.

Viceversa, *una punteggiata ed un piano punteggiato segantisi in un punto appartengono ad uno stesso spazio.*

44. Se due piani punteggiati appartengono ad uno stesso spazio, le due punteggiate appartenenti a questi spazi ed aventi per sostegno l' intersezione dei sostegni dei due piani hanno tutti i loro punti uniti. Più brevemente:

Due piani punteggiati appartenenti ad uno stesso spazio si tagliano secondo una punteggiata.

Viceversa, *due piani punteggiati segantisi secondo una punteggiata appartengono ad uno stesso spazio.*

45. Sia (A_a, B_b, C_c, D_d) uno spazio ed (M_m, N_n) una punteggiata non appartenente a questo spazio. La retta MN è anche il sostegno di una punteggiata appartenente allo spazio (A_a, B_b, C_c, D_d). Questa punteggiata e la punteggiata (M_m, N_n) hanno un solo punto unito (n. 9). Dunque:

Una punteggiata non appartenente ad un dato spazio incontra questo spazio in un punto solo.

Se questo punto è all' infinito, la punteggiata dicesi *parallela* allo spazio.

46. Sia (A_a, B_b, C_c, D_d) uno spazio e (M_m, N_n, P_p) un piano punteggiato non appartenente a questo spazio. Il piano

MNP è anche il sostegno di un piano punteggiato appartenente allo spazio (A_a, B_b, C_c, D_d). Questo piano ed il piano (M_m, N_n, P_p) hanno una punteggiata unita (n. 26). Dunque:

Un piano punteggiato non appartenente ad un dato spazio taglia questo spazio secondo una punteggiata.

Se questa punteggiata trovasi all' infinito, il piano dicesi *parallelo* allo spazio.

47. Sieno (A_a, B_b, C_c, D_d), (E_e, F_f, G_g, H_h) due spazi non aventi tutti i loro punti uniti. Le punteggiate (E_e, F_f), (E_e, G_g), (E_e, H_h) incontrano lo spazio (A_a, B_b, C_c, D_d) in tre punti M_m, N_n, P_p. È manifesto che i due spazi hanno uniti tutti i punti del piano punteggiato (M_m, N_n, P_p). Dunque:

Due spazi non aventi tutti i loro punti uniti si tagliano secondo un piano punteggiato.

Se questo piano trovasi all'infinito i due spazi diconsi *paralleli.*

48. *Il punto d' intersezione di due piani punteggiati* $(A_a, B_b, C\ )$, (D_d, E_e, F_f) si può ottenere trovando gli indici m, n dei punti M, N nei quali la retta d' intersezione dei due piani ABC, DEF sega due lati del triangolo ABC, e gli indici p, q dei punti P, Q in cui questa retta sega due lati del triangolo DEF (n. 2), e poscia il punto unito delle due punteggiate (M_m, N_n), (P_p, Q_q), (n. 9).

Il punto in cui una punteggiata (M_m, N_n) *incontra uno spazio* (A_a, B_b, C_c, D_d) si può ottenere trovando gli indici p, q dei punti P, Q in cui la retta MN sega due facce del tetreedro $ABCD$ (n. 16), e poscia il punto unito delle due punteggiate (M_m, N_n), (P_p, Q_q).

Facilmente si vede come si dovrà procedere per trovare *la punteggiata d' intersezione di un piano punteggiato e di uno spazio,* e il *piano punteggiato secondo cui due spazi si tagliano.*

49. Sono evidenti le proposizioni seguenti (*):

Tre spazi, non passanti per uno stesso piano punteggiato, si tagliano secondo una punteggiata.

Quattro spazi, non aventi in comune una punteggiata, si tagliano in un punto.

Vi è una sola punteggiata che sega tre punteggiate non appartenenti ad uno stesso spazio.

Dati due piani punteggiati, non appartenenti ad uno stesso spazio, e dato un punto non appartenente ad alcuno di essi, vi è un solo piano punteggiato che passa per questo punto e sega i due piani secondo due punteggiate.

Dati tre piani e un punto indipendenti, vi è una sola punteggiata che passa per questo punto e sega i tre piani.

50. Il piano all' infinito, considerato come appartenente ad uno spazio dato chiamasi anche *piano punteggiato all' infinito* di questo spazio. Si può dire quindi che

1.° Due spazi sono paralleli, se i loro piani punteggiati all' infinito hanno tutti i loro punti uniti.

2.° Un piano punteggiato è parallelo ad uno spazio, se la punteggiata all' infinito del piano appartiene al piano punteggiato all' infinito dello spazio.

3.° Una punteggiata è parallela ad uno spazio, se il punto all' infinito della punteggiata appartiene al piano all' infinito dello spazio.

51. Da ciò che precede si deducono immediatamente i seguenti teoremi:

Per un punto, non appartenente ad uno spazio dato, passano infinite punteggiate parallele a questo spazio; il luogo di queste punteggiate è uno spazio parallelo allo spazio dato.

Per un punto passa un solo spazio parallelo ad un piano punteggiato dato e ad una punteggiata non parallela a questo piano.

(*) Veronese. l. c. pag. 461 e 462.

Per un punto passa un solo spazio parallelo a tre punteggiate date non appartenenti ad uno stesso piano punteggiato e delle quali due qualunque non sieno parallele.

Per una punteggiata passa un solo spazio parallelo a due punteggiate date non parallele fra loro e nessuna delle quali sia parallela alla prima.

Per una punteggiata passa un solo spazio parallelo ad un piano punteggiato dato che non incontri la punteggiata.

Per un piano punteggiato passa un solo spazio parallelo ad una punteggiata che non incontri il piano dato.

Le punteggiate che si ottengono segando due piani punteggiati paralleli con uno spazio, non parallelo ad alcuno di essi, sono parallele.

Due spazi paralleli vengono segati da uno spazio qualunque, non parallelo ad alcuno di essi, secondo due piani punteggiati paralleli.

Un piano punteggiato ed uno spazio paralleli vengono tagliati da uno spazio non parallelo ad essi in una punteggiata ed in un piano punteggiato paralleli.

Ecc. (*).

52. *Due spazi omogenei, non aventi tutti i loro punti uniti (non aventi lo stesso indice) sono paralleli.*

L' intersezione dei due spazi, dei quali uno solo sia omogeneo, è un piano punteggiato omogeneo.

Segando uno spazio non omogeneo con un piano omogeneo, si ottiene una punteggiata omogenea.

I piani omogenei di uno spazio non omogeneo sono paralleli.

Se due spazi non omogenei sono paralleli, i piani omogenei dell' uno sono paralleli ai piani omogenei dell' altro, e anche le punteggiate indicatrici di questi spazi sono paralleli.

53. Avendo già indicato il modo da seguirsi per condurre per un punto dato la punteggiata parallela ad una punteggiata

(*) VERONESE, l. c. pag. 464.

data (n. 12), non presenta alcuna difficoltà l'effettiva risoluzione dei problemi relativi a punteggiate, piani punteggiati e spazi paralleli.

P. e. per *condurre per un punto dato uno spazio parallelo ad uno spazio dato,* basta condurre per il punto dato tre punteggiate parallele a tre punteggiate appartenenti al dato spazio, ma non ad uno stesso piano punteggiato e non parallele fra loro due a due: quelle tre punteggiate determinano lo spazio cercato.

54. Sieno dati uno spazio, che indicherò con S, ed un punto C_c non appartenente ad esso. Fissato un punto M_m, non appartenente ad S, il punto $M'_{m'}$ in cui la punteggiata (C_c, M_m) incontra S dicesi *projezione* di M_m su S.

Il punto C_c chiamasi *centro di projezione* e lo spazio S *spazio di projezione,* o *spazio immagine* (*).

55. Se, rimanendo fissi il centro e lo spazio di projezione, il punto M_m si muove descrivendo una punteggiata (M_m, N_n), anche il punto $M'_{m'}$ descrive una punteggiata, che è l'intersezione di S e del piano (C_c, M_m, N_n). Dunque:

La projezione di una punteggiata è una punteggiata.

56. Projettando da C_c su S un piano punteggiato non passante per C_c si ottengono punti appartenenti ad un piano punteggiato, che è l'intersezione di S e dello spazio determinato dal centro di projezione e dal dato piano punteggiato. Dunque:

La projezione di un piano punteggiato, non passante per il centro di projezione, è un piano punteggiato.

57. Se due piani punteggiati non appartengono allo spazio S e non si tagliano secondo una punteggiata, le loro projezioni si tagliano secondo una punteggiata (n. 44), ma il sostegno di questa punteggiata e l'intersezione dei sostegni dei

---

(*) VERONESE. Sulla Geometria descrittiva a quattro dimensioni. *Atti del R. Istituto Veneto di L. S. ed A.* T. 8.° Serie 3.ª p. 995.

due piani dati non giaciono in uno stesso piano projettante. Vi sono però nei piani dati due punteggiate non sovrapposte, che hanno per projezione una stessa punteggiata, e precisamente l'intersezione delle projezioni dei due piani punteggiati. Ciò concorda colla proposizione già notata (n. 49), che per un punto dato passa un solo piano punteggiato che taglia secondo due punteggiate due piani punteggiati non appartenenti ad uno stesso spazio.

58. Sia dato uno spazio S', il quale seghi lo spazio S di proiezione secondo un piano punteggiato, che indicherò con (α). Projettando da un punto C_e, non appartenente ad S nè ad S', i punti di S' su S, il luogo delle projezioni di questi punti è lo spazio S. Facendo corrispondere a ciascun punto di S' la sua projezione su S, le coppie di punti corrispondenti dei due spazi S', S costituiscono due spazi omologici, aventi per centro il punto C_e e per piano di omologia il piano (α).

Dunque:

Dati due spazi non aventi tutti i loro punti uniti, si può sempre stabilire fra i punti di questi spazi una corrispondenza univoca tale, che essi risultino due spazi omologici, aventi per centro un punto qualunque non appartenente ad alcuno degli spazi dati, e per piano di omologia il piano punteggiato secondo cui questi spazi si tagliano.

IL DECENTRAMENTO

E LA QUESTIONE UNIVERSITARIA

Non mai quanto oggigiorno fu più largamente discusso il problema del decentramento amministrativo. Un' autorevole Commissione Parlamentare ne ha fatto oggetto di seri studi, e un benemerito sodalizio di Milano ha promosso un' agitazione, a favore del decentramento, che non può non trovare un' eco in tutte le città d' Italia, perchè risponde ad una necessità lungamente sentita, ad un desiderio che è nel cuore di tutti. Se non che se si è d' accordo in genere sulla necessità di decentrare, in ispecie poi e sul modo di attuare il decentramento le opinioni sono diverse; ed è appunto sui criteri che debbonsi prendere a regola nel decentramento che vogliamo fare alcune considerazioni, con speciale riferimento alla questione universitaria.

A noi sembra che perchè il decentramento possa veramente rialzare le sorti del nostro paese, far rifluire la vita in tutte le membra di esso, ora atrofizzate dall' accentramento, convenga che siano rispettate e conservate le istituzioni che sono strettamente collegate agli interessi e alle tradizioni secolari dei centri minori, altrimenti distruggendole per arricchirne i maggiori, si

sposta non si risolve la questione, si sostituisce ad un unico centro, più nuclei di accentramenti, si fa, in sostanza, dell' accentramento e non del decentramento.

Si dirà, e si è detto, che a questa condizione non sarà possibile venire a capo di nulla. Tutte le città, i paeselli, le borgate che per le necessità di un nuovo e più razionale ordinamento amministrativo si vedranno togliere un istituto, o un ufficio governativo, dimostreranno, e non ne mancherà loro il modo, che è loro indispensabile, che ha ragioni storiche di esistere in quel luogo. Qui sarà una Prefettura, che non si vorrà vedere abolita, altrove una Università, in una città una Corte d' Appello o di Cassazione, in un paesetto una Pretura; e così l' azione dello Stato verrà inceppata, e lo Stato si vedrà costretto a sacrificare agli interessi locali l' interesse generale.

Rispondiamo innanzi tutto con una considerazione d'indole generale.

Nel por mano al decentramento, massime in Italia, conviene aver riguardo alle speciali condizioni storiche e di fatto del paese, nonchè al momento in cui la riforma si compie; non seguire criteri aprioristici, teorie astratte, inspirate a concetti di uniformità e simmetria; e perchè in quello Stato v' ha una Prefettura, puta caso, ogni 600 mila abitanti, o perchè v' ha una Cassazione unica, e le Università sono in numero minore delle nostre quantunque maggiore sia la popolazione di quello Stato, si debbano anche da noi seguire queste norme inflessibili, e sopprimere senza discernimento alcuni di questi istituti, e distribuire gli altri uniformemente sul territorio dello Stato come si farebbe colle rivendite dei sali e tabacchi.

La compagine della società è organica e non meccanica, è il risultato di diverse parti dotate di particolare struttura, di speciali energie, d' interessi propri, le quali benchè soggiaciano all' influenza del potere politico ordinatore per conseguire nella unione e nel coordinamento delle loro forze, in modo più compiuto, gli scopi della socialità, non si prestano poi ad essere insieme confuse e fuse quasi amalgama caotico da cui il potere

politico possa trarre la materia prima per plasmare un corpo a suo capriccio.

Il processo naturale di formazione e di sviluppo di queste parti, che sono altrettanti organi del complesso organismo sociale, può bensì seguire un indirizzo uniforme, ma può anche differenziarsi, e dar luogo a diversi modi di essere, e così trovare l' unità nella varietà. Il corso dei secoli e le vicende politiche possono altresì modificare la compagine di una società, ridurre ad uniformità le varietà, far riconoscere non più rispondenti ai peculiari interessi d' una località un istituto che vi ebbe un tempo vita fiorente, ma possono anche, queste varietà, essere dal tempo assodate.

Tutto ciò debbono considerare gli uomini di Stato e chi li inspira, se col decentramento vogliono far cosa utile e proficua, risanare il corpo sociale che soffre di pletora o di anemia, altrimenti l' infermo cambierà lato ma non cambierà stato, se pure un farmaco male applicato o violento, non ne determinerà la distruzione.

In Italia poi per coloro che si accingono a così ardua impresa è codesto un dovere imprescindibile.

Nessuno che abbia fior di senno può dissimulare le tendenze autonomiche del nostro paese. Il timore, forse esagerato, che potessero riescire pericolose alla unità politica, con tanti sacrifici conseguita, indusse lo Stato italiano, nel momento della sua costituzione, a comprimerle. Ma cessato questo bisogno politico, dovevasi ordinare la cosa pubblica con un sistema più consentaneo alle tradizioni proprie delle popolazioni italiane. Che poi quel bisogno sia da tempo cessato nessuno potrebbe ragionevolmente contrastare; come sarebbe poco serio supporre che il sentimento regionale costituisca un pericolo per l' unità nazionale. Fu opportunamente osservato che se qualche cosa in Italia può far risorgere le tendenze federaliste potrà essere solo la reazione legittima contro la folle smania del decentramento a base di spogliazioni.

E spogliazioni vere e proprie sono le soppressioni che si vagheggiano, massime dai grandi centri, di certe istituzioni che costituiscono la gloria e la vita dei centri minori. La tenacità con la quale essi le difendono ogni volta che le vedono minacciate, dimostra che veramente rispondono a bisogni legittimi. Non sono, nè possono essere interessi fittizi, sentimenti egoistici, vanagloriuzze di *campanile*, quelle che muovono le rappresentanze d' ogni ordine di cittadini contro simili attentati, ma è la coscienza di difendere un diritto. Le popolazioni dei vari Stati in cui era divisa l' Italia si prestarono volonterose a sacrificare a beneficio dell' indipendenza e dell' unità della patria la loro autonomia politica, ma con altrettanto vigore si oppongono alle rapine che in nome di un falso patriottismo si vogliono perpetrare a loro danno.

Le manifestazioni dell' opinione pubblica in un regime liberale e democratico debbono avere nei calcoli degli uomini di governo, se hanno senno, gran peso. E solenni furono in più incontri cosiffatte manifestazioni. Di tale natura furono quelle che accadero nello scorso anno in occasione della minacciata soppressione delle Università cosidette minori; e quelle pure che ebbero luogo contro il progetto della unificazione della Cassazione civile, che importa la soppressione delle sedi di Torino, Firenze, Napoli e Palermo per concentrarle nella Cassazione della Capitale. Rammentiamo il fermento che detto progetto suscitò massime nella città di Palermo, ove, per acclamazione popolare, fu nominato un Comitato permanente che invigilasse contro il minacciato pericolo e lo scongiurasse con tutti i mezzi legali; siccome rammentiamo lo stupendo discorso che il Prof. Orlando pronunciò il 19 marzo 1893 nell' Aula magna di quella Università, (riprodotto poi dai più autorevoli giornali e pubblicato a parte) nel quale trattò a fondo la questione dal lato scientifico e pratico.

Ora è possibile che siffatte agitazioni con tanta concordia e unanimità promosse dalle popolazioni delle città e provincie minacciate, secondate dai loro legittimi rappresentanti, non ab-

biano fondamento di ragione? È possibile che se consimili sacrifici fossero reclamati da un vero e supremo interesse della patria comune troverebbero tanta ripugnanza ad essere accettati? Ammettiamo che l'amore del natìo loco possa acciecare le moltitudini, ma non così la parte più colta e illuminata delle popolazioni; che se anche questa subisse la comune influenza, se a tutti togliesse la percezione della verità e della realtà delle cose, fenomeno davvero incomprensibile, è evidente che non potendosi imporre colla forza una riforma sociale, la prudenza insegnerebbe di non compierla se non quando fosse entrata nella coscienza universale. E ciò tanto più in quanto che se da una parte si può supporre che l'eccessivo attaccamento alle proprie istituzioni e ai vantaggi materiali che ne derivano, può rendere parziale il giudizio sull' opportunità di sopprimerle nell' interesse generale, dall'altra è ben lecito supporre che non sia scevro di parzialità anche il giudizio che prevale nei centri maggiori destinati a raccogliere i frutti delle agognate soppressioni.

Il proposito poi di risolvere il problema del decentramento coll' unico criterio delle economie, non potrebbe essere più insano. Non è coll'inaridire le sorgenti della vita degli enti locali che si possono conseguire delle economie efficaci, che si possa provvedere alla prosperità ed al benessere di tutta la nazione. " La forza dello Stato, osserva acutamente l'Orlando nel citato suo discorso, si alimenta di centri molteplici che sono appunto sparsi pel territorio dello Stato. È in essi che matura ogni energia fisica, morale, intellettuale; non è, grazie al cielo, nelle aule del Parlamento che consista tutta la forza della nazione, ma nei campi e nelle sudate officine, ma nell' attività diuturna e costante della vita locale, così forte per la sua stessa varietà, pel contemperarsi delle attitudini diverse. "

Il guadagno che può fare l' erario dello Stato dalla soppressione di una Università, di una Corte d'Appello o di Cassazione, non è certo compensato dai danni morali e materiali che derivano ai luoghi da cui si tolgono cosiffatte istituzioni, danni che necessariamente si ripercuotono sull' intiero paese.

Non son queste le economie che si possono e si debbono fare e che hanno virtù di restaurare le esauste finanze italiane; ben altre ve n'hanno a cui per pregiudizi o per interessi secondari non si vuole por mano.

D'altra parte le economie che hanno per effetto immediato di privare di indiscutibili vantaggi alcune località dello Stato, non si dovrebbero attuare se non quando esse località potessero trovare un risarcimento, al danno cui vanno incontro, nelle condizioni generali di prosperità del paese. Ora le invocate soppressioni non potrebbero cadere in un momento peggiore di questo.

Il commercio e le industrie avvilite, l'agricoltura oppressa da balzelli e minacciata di nuovi aggravi. Nulla si è fatto per preparare simili riforme, nulla per eccitare le fonti della ricchezza nazionale, per mettere il paese in grado di bastare a sè stesso; si è tenuto anzi un procedimento opposto, si sono esaurite le risorse economiche della nazione in ispese improduttive, quali ad esempio le eccessive costruzioni ferroviarie, invece di rivolgerle ad alimentare i mezzi di produzione più confacenti alle condizioni naturali della nazione; ed ora, massime i minori centri, si trovano in uno stato tale di prostrazione economica che poco basta ad abbatterli.

Noi non diciamo che si debbano perpetuamente conservare nei centri minori le istituzioni che posseggono, solo per i vantaggi materiali che loro procurano, ma sosteniamo che non è politicamente opportuno sopprimerle (dato ancora che vi siano ragioni intrinseche per farlo) quando l'iniziativa privata o dei corpi locali è impotente a riparare i danni che dalla soppressione di esse deriverebbero. Lo Stato deve coordinare ogni suo atto allo scopo supremo dell'armonia e della prosperità sociale, e può creare le occasioni, od aiutare le condizioni più favorevoli allo sviluppo delle iniziative locali; allora soltanto gli sarà dato imporre il sacrificio delle istituzioni che nei centri minori esistono e che per avventura non si ravvisano più conformi all'interesse generale, non potendo l'interesse generale d'un paese andar disgiunto da quello delle singole parti che lo compongono.

Fin qui abbiamo esaminata la questione dal punto di vista generale dei principii e dei criteri che, a nostro modesto avviso, dovrebbe prendere a guida lo Stato nell' attuare il decentramento, ed abbiamo quindi fatta astrazione dalle ragioni intrinseche che si potrebbero addurre a favore della conservazione dell' una o dell' altra istituzione (non diciamo di tutte).

Nè vogliamo scendere a cosiffatto particolareggiato esame; bensì ci proponiamo di fermare alquanto la nostra attenzione sulla *vexata quaestio* dell' abolizione delle Università così dette minori, che si reclama dai più come una conseguenza logica e necessaria, ed una pratica applicazione del decentramento amministrativo.

Ora noi non sappiamo vedere questo rapporto necessario fra il decentramento e l' abolizione delle Università; anzi se v' è istituzione che debba essere rispettata dal decentramento è l' Università.

Il decentramento vero, completo (che del resto unanimemente si invoca) non è soltanto il burocratico, o come anche si qualifica, il *funzionale,* quello cioè che consiste nella delegazione ai funzionari locali di molte attribuzioni riservate al governo centrale, ma sibbene ancora l' organico o *instituzionale*, che consiste nello sgravare lo Stato di tutte quelle funzioni che non sono strettamente necessarie ai suoi scopi, commettendole ai corpi locali.

La distinzione del decentramento in funzionale ed instituzionale, porge appunto il criterio per distinguere le istituzioni o gli uffici proprii dello Stato, e le istituzioni o gli uffici proprii degli enti locali. Quelli che sono necessari all' esercizio delle funzioni intimamente ed essenzialmente connesse ai fini dello Stato, quali ad esempio la difesa dell' integrità e indipendenza nazionale, la tutela dell' ordine pubblico, l' amministrazione della giustizia, la rappresentanza all' estero, sono di sua esclusiva competenza; gli altri sono di competenza degli enti locali. Rispetto ai primi lo Stato ha maggior libertà nel disporne secondo che esige l' interesse pubblico; diciamo maggiore libertà, non

già sconfinato arbitrio, perchè lo Stato che è istituito pel bene della società, e non come un consorzio di interessi e di persone separato dalla società, deve, anche nel disporre delle istituzioni di sua appartenenza, e nel distribuirle sul territorio nazionale, aver riguardo agli interessi e alle comodità dei governati, e non già agli interessi ed ai comodi dei governanti, o delle consorterie o camarille dominanti; quindi anche nella questione della soppressione o riduzione delle magistrature alte o basse, sebbene l'amministrazione della giustizia debba essere riconosciuta di esclusiva competenza dello Stato, tuttavia, essendo essa una delle forme più elevate della vita sociale deve accomodarsi alle particolari esigenze di questa.

Riguardo poi alle istituzioni che non essendo connesse ai fini essenziali dello Stato sono di competenza degli enti locali, lo Stato deve lasciarne la cura ad essi enti, salvo la vigilanza suprema che su di essi deve esercitare affinchè la loro azione si svolga in armonia agli interessi generali della Società alla cui tutela esso intende, e siano mantenuti i vincoli dell' unità nazionale.

Tale, secondo noi, dev' essere un governo che di liberale non abbia soltanto il nome, se si vuole che la libertà sia salda guarentigia di tutti i diritti e i legittimi interessi e non palliativo all' arbitrio e al dispotismo.

Gli enti locali sono organi essenziali dello Stato, subordinati ad esso, ma che con esso concorrono ad esplicarne la vita, e non è per ciò in sua balìa di sopprimerli o modificarne la naturale struttura; nello stesso modo che ogni organo del corpo umano compie una funzione propria, sebbene tutti convergano a un centro vitale in cui è riposta l' unità e la continuità della persona.

Applicando i suesposti principii alla questione universitaria, è evidente che non essendo l' istruzione in tutti i suoi differenti gradi, e quindi anche la superiore, una funzione intimamente connessa ai fini dello Stato, perocchè come non potrebbe un Comune o una Provincia amministrare la giustizia, ingaggiare milizie,

mandare rappresentanti diplomatici all' estero, senza scindere e distruggere l' unità politica nazionale, così può bene possedere ed amministrare gli istituti superiori d' istruzione, ne consegue che se si vuole attuare sul serio il decentramento funzionale, l' istruzione pubblica dev' essere abbandonata appunto agli enti locali Provincie e Comuni.

Se ciò è vero, come del resto è pacificamente consentito dai propugnatori del decentramento funzionale, consegue pure che gli enti locali investiti di cosiffatta funzione, e non lo Stato, debbono essere giudici dell' opportunità e convenienza di conservare o sopprimere le Università che dell' istruzione superiore sono il focolare. Sarebbe superlativamente assurdo il riconoscere di competenza degli enti locali l' istruzione, anche superiore, togliendo loro nell' atto stesso in cui di questa facoltà vengono investiti i mezzi, che già posseggono, per svolgerla.

Al concetto del decentramento organico dell' istruzione superiore era inspirato il progetto di legge sull' autonomia Universitaria dell' on. Baccelli, illustre professore Universitario, e attuale Ministro dell' Istruzione Pubblica. Ora, se si può dissentire in alcune modalità di esso, non è possibile ripudiare il concetto fondamentale che l' informa, da chi vuole con sincerità di propositi il decentramento. Conosciamo gli attacchi violenti a cui fu fatto segno quel progetto; converrebbe però essere assai ingenui per supporre che tutte le opposizioni muovessero da oneste convinzioni; la maggior parte erano l' effetto delle contrariate aspirazioni di bottino a carico delle Università minori, la cui sorte veniva ad essere con quel progetto assicurata, dato che avessero le condizioni necessarie per trovare nella libertà la vita.

Per vero restituite le Università a se stesse o affidate agli enti locali Provincie e Comuni, si promuoverà tra di esse quella concorrenza che è condizione necessaria alla loro vitalità e conseguentemente al progresso degli studi.

Quelle Università che non si troveranno in grado di sostenerla, soccomberanno, e così per selezione naturale, e non con misure violenti e arbitrarie si risolverà l' eterna questione del preteso loro soverchio numero.

L' On. Senatore Pantaleoni nel 1881, svolgendo in Senato una interrogazione al Ministro della Pubblica Istruzione sugli intendimenti del Governo per l' ordinamento degli studi superiori, a proposito della concorrenza scientifica fra le università italiane, faceva le seguenti giustissime osservazioni:

" La sola concorrenza possibile in Italia io non la comprendo che in un modo, fra Università ed Università. Ed ora vi domando, come volete voi che il Governo possa crearsi una concorrenza fra istituti che sono tutti suoi? Vi domando: come sarebbe possibile che un manifatturiere mettesse della concorrenza fra stabilimenti che appartengono tutti a lui? C' è anche di peggio. Il Governo non può accomodare l' insegnamento alle tradizioni, alle attitudini di un paese; e perchè? perchè se fa qualche cosa per uno, bisogna farlo per tutti gli altri ".

Le Università debbono mirare a superarsi a vicenda, per fama di ottima organizzazione, per quantità di cattedre, per eccellenza di professori e liberi docenti; questa dev' essere la loro costante aspirazione, questo il loro ideale. Finchè le università si troveranno nell' assoluta dipendenza dello Stato, ciò riuscirà impossibile. Un Ministro della Pubblica Istruzione non potrebbe senza colpa e grave scandalo favorire una o più Università a scapito delle altre; come potrebbe infatti chiamare un professore celebre da una università ad un' altra facendogli delle condizioni più vantaggiose? Ma ben potrà farlo una Università autonoma o una Provincia o Comune per la propria Università. Nella gara feconda di emulazione che sorgerà fra le nostre Università si parrà la loro *nobilitate;* si vedrà se sono troppe.

Se nonchè la moltiplicità delle Università Italiane in confronto di altri paesi, è da molti considerata a *priori* la causa di tutti i mali che affliggono i nostri studi superiori. Si dice che non tutte possono essere provvedute del materiale scientifico che le moderne esigenze della scuola richiedono; che le spese che ora si disperdono per fornirle di ciò che è strettamente necessario ad un insegnamento appena mediocre, si potrebbero più utilmente impiegare nel formare pochi ma completi centri d' istru-

zione; che non è possibile che l'Italia sia in condizioni di fornire scienziati non che di prim' ordine, ma appena mediocri, per un numero sì grande di cattedre; mentre anche in Germania ove il numero delle Università è uguale (21) e la popolazione maggiore (40 milioni) dell' Italia mancano dotti di gran fama a qualche insegnamento; che le piccole Università, con scarsa scolaresca, conducono una vita grama e stentata, massimamente se si trovano a breve distanza l' una dall' altra, o da una Università maggiore; che tante Università creano spostati e alimentano la piaga, che in Italia minaccia di incancrenire, dell' impiegomania.

A tutte queste obbiezioni che hanno certamente un valore, almeno obbiettivo, è stato più volte risposto; e ai mali inevitabili (giacchè nessun sistema è scevro di inconvenienti) delle molte Università, sono stati anche contrapposti i mali (non solo d' ordine disciplinare ma ben anche didattico) delle poche Università e delle grandi agglomerazioni di studenti. Ma è certo che il decentramento funzionale degli studi superiori è destinato a rimediare a molti dei suindicati mali, come è certo che altri sono esagerati.

Rese autonome le Università, le provincie e le città interessate non risparmieranno spese per dotazione di gabinetti, fondazione di istituti scientifici, completamento di cattedre ed altro, affine di ottenere che la loro Università fiorisca e acquisti sulle altre rinomanza. Ne sono caparra i Consorzi Universitari con tanto slancio istituiti anche presso le Università le cui sorti sono sempre minacciate, e a cui contribuiscono in larga misura Provincie, Comuni ed altri pubblici istituti.

Che se non tutte le Università avranno la stessa importanza e coloro che vi insegnano il medesimo grado di eccellenza, ciò non sarà un gran male. Ecco che cosa scrive a questo proposito il sig. G. Mondel nella *Réforme Sociale* del 16 maggio 1893, trattando della questione universitaria che pure in Francia si agita: “ Vi sono di quelli i quali opinano che non sarebbe buona cosa l' avere delle Università d' importanza di-

suguale, e arrivano anzi a pretendere che questa sarebbe la peggiore delle soluzioni. Noi non siamo di questo avviso e pensiamo che non dobbiamo lasciarci fuorviare da un esagerato amore dell' eguaglianza, giacchè l' ineguaglianza si trova da per tutto ed esisterà sempre, e non è permesso credere che le cinque o sei Università che il ministro Bourgois voleva istituire avrebbero avuto tutte precisamente la stessa importanza, nè che i professori sarebbero stati tutti dello stesso valore. Questa ineguaglianza nell' insegnamento superiore non è dopo tutto così pericolosa come si suppone, ed hanno torto coloro che si sgomentano all' idea che vi possano essere delle piccole Università accanto alle grandi, come hanno torto coloro i quali pretendono che tutti i professori si debbano trovare allo stesso livello, e per il loro posto, e per il loro merito, e per lo stipendio. L' ineguaglianza e la varietà sono invece le principali condizioni di vita per l' insegnamento superiore, il quale richiede una elasticità di lavoro affatto particolare. L' esperienza prova che questa uguaglianza chimerica che si ha il torto d' invocare, è in sostanza poco favorevole al progresso della scienza. Non sarà davvero una gran disgrazia se l' ineguaglianza farà nascere delle emulazioni nel corpo dei professori; ne è un inconveniente che un giovane professore sia mandato a fare il suo tirocinio in una Università minore e sia poi chiamato, dopo fatte le sue prove, in una città più importante. „

Nè lo scarso numero degli studenti, può essere da sè solo motivo per determinare l' abolizione di una Università.

In Germania accanto all' Università di Berlino che nell' anno scolastico 1890-91 accoglieva 5789 studenti, di Lipsia che ne aveva iscritti 3487, di Monaco che ne contava 3382, vi aveva l' Università di Münster con 385 studenti, di Rostock con 381, di Kiel con 489 e, si noti bene, dette Università hanno anche le facoltà di teologia e di scienze e lettere (Jolly — *Istruzione Pubblica* — nel Manuale di Econ. Pol. dello Schönberg); mentre molte delle nostre Università, e segnatamente le cosidette minori, non hanno completo il numero delle facoltà. Ora a nessun

dotto od uomo di Stato della Germania (che noi sappiamo) è venuto in mente di chiedere l'abolizione delle Università che anche colà dovrebbero chiamarsi minori.

A proposito anzi del numero degli studenti, elevato da taluno a criterio fondamentale di vita e di vitalità, merita di essere ricordato ciò che il *Temps* scrive. È meraviglioso (così il diario francese) il numero straordinario di studenti che accorrono a Parigi: nel 1893 ascesero a 11913 con un aumento di 1166 sull' anno antecedente. Il *faut* (scrive il *Temps*) *considérer cette accumulation de notre jeunesse comme un véritable malheur*. Già i professori di Parigi lungi dal rallegrarsene, la deplorano. C' è di più nell' ultima seduta del Consiglio generale delle Facoltà, i decani Brouardel e Planchon han lamentato gl' inconvenienti, che siffatta pletora porta seco inevitabilmente. I locali della Scuola pratica di Medicina sono assolutamente insufficienti a contenere i nuovi arrivati, la dissezione anatomica *est interdit à un grand nombre faut de placé et de cadavres*. Ed ormai la stampa parigina fa voti affinchè si trovi presto un qualche mezzo per decentralizzare *cette population trop nombreuse*, altrimenti (si noti bene) l'insegnamento superiore resterà in Francia compromesso; morirà d' inanizione in provincia, di pletora a Parigi. Noi domandiamo — soggiunge il Prof. Zocco-Rosa nel-l' *Atheneum* di Catania (aprile 1894) che riporta le osservazioni del *Temps* — il numero degli studenti si ha da prendere proprio come criterio per decidere quali tra le *illustri mendiche* dovranno essere soppresse? Mentre oltr' alpi si leva un grido d' allarmi contro la pletora universitaria, deplorandosene le deleterie conseguenze, noi, in Italia, aspireremo a poche Università pletoriche?

Nemmeno la brevità o disuguaglianza delle distanze dell' una dall' altra può essere giusto motivo per chiederne la riduzione. Le Università germaniche sono tutt' altro che regolarmente distribuite. Quelle di Marburg e Giessen (che sono tra le minori) sono distanti l' una dall' altra quanto Modena da Bologna; vicine pure sono le Università di Halle e di Lipsia,

le quali poi trovansi a non molta distanza da Berlino. Breve pure è la distanza di Würzburg da Heidelberg, e di Tubinga (nel Würtemberg) da Friburgo (nel Baden), sedi di Università. La causa poi di simile irregolare distribuzione delle Università germaniche è identica a quella delle Università d'Italia, in quanto che la maggior parte dei piccoli Stati in cui era la Germania divisa aveva la propria Università. Ma compiutasi l'unificazione politica della nazione tedesca, nessuno domandò che si riducesse il numero o si facesse una migliore *distrettuazione* delle Università. Di una cosa invece si preoccupano i dotti di quella nazione, e cioè della mancanza di concorrenza fra le Università venute nella dipendenza dello stesso Governo (Sybel — *Die deutschen und auswärtigen Universitäten*, Bona, 1872).

Quanto ai risultati scientifici che anche le piccole Università possono produrre, è pure degno di essere meditato ciò che scrisse un celebre naturalista il prof. Haeckel dell'Università di Jena " ..... i risultati scientifici ottenuti in un istituto sono in ragione inversa della sua grandezza, e il valore intrinseco delle opere pubblicate è in ragione inversa dello splendore esteriore della istituzione. Mi basterà ricordare i piccoli e miserabili laboratorii, le risorse meschine che hanno servito a Baer (Koenigsberg), a Schleiden (Jena) a J. Müller (Berlino), a Liebig (Giessen), a Wirchow (Würzburg), a Gegenbauer (Jena); e intanto tutti questi uomini eminenti non solo hanno abbracciato, in tutta la sua estensione, la scienza di cui si occuparono, ma, che è il più, hanno tracciato delle vedute nuove. Si mettano in confronto di questi piccoli stabilimenti il lusso inaudito, la ricca suppellettile degli Istituti di Cambridge, di Lipsia e di altre grandi Università. Che cosa è uscito da questi grandi Istituti in proporzione di quegli splendori? " (citato dall'On. Berio nella sua relazione sul progetto di legge Baccelli).

Per ciò poi che si riferisce all'accusa di creare, le troppe Università, degli spostati che alimentano in Italia la lebbra della impiegomania, osserviamo che non sono le Università che creano

gli spostati sibbene le critiche condizioni generali del paese; fate che esse migliorino e gli spostati se non scompariranno, (il che è impossibile anche abolendo, e massimamente abolendo tutte le Università) diminuiranno di molto: fate che coll'incremento delle industrie e del commercio, sieno aperte fonti di onesti guadagni, di utili occupazioni, che siano rese proficue ed operose le carriere del lavoro libero, e l'impiegomania cesserà. Ma finchè dureranno le attuali condizioni economiche, la riduzione delle Università avrebbe per effetto di aumentare gli spostati e i disoccupati, perchè molti giovani non avrebbero nemmeno la maniera di dedicarsi agli studi superiori che pur procurano mezzi svariati di occupazioni, e la prospettiva della nobile carriera dell'insegnamento universitario.

Del resto la tendenza che si manifesta negli altri paesi non è a favore dell'abolizione ma dell'aumento delle Università. La questione universitaria che si agita in Francia, a cui testè accennammo, ha appunto per iscopo di decentrare l'insegnamento superiore, trasformando in altrettante Università la maggior parte delle Facoltà sparse nelle diverse città della Francia, per il che fu presentato al Parlamento un apposito progetto di legge (veggasi l'art. del Blondel citato). Altrettanto accade in Inghilterra. In un articolo pubblicato da *A. Tille* nella *Deutsche Revue* dello scorso anno fasc. X-XI, sulle Università Britanniche e le Tedesche, è detto che fra non molto il *Mason College* di Birmingam si trasformerà con uno o due altri *Colleges* al grado di Università col titolo di *Midland University*, e che pure i *Colleges* di *Condiff*, di *Baugor* e di *Abeystwith* si uniranno e formeranno l'*University of Wales*.

Giova ancora ricordare che le Università di Berlino e di Bonn sono di origine affatto moderna; quella venne fondata nel 1810, questa nel 1818 (Jolly, op. cit.). In Olanda nel 1876 trattandosi di sopprimere una delle tre Università dello Stato Leyda, Utrecht e Groninga, si concluse con trasformare in Università comunale l'*Athenaeum* di Amsterdam. (Berio, op. cit.).

Mettiamo poi pegno che nessuna delle summentovate nazioni, così vivamente attaccate alle loro antiche istituzioni, se si trovassero nelle condizioni dell' Italia, domanderebbe la riduzione delle loro Università e permetterebbe che si sacrificassero ad un immaginario livellamento.

Le Università italiane hanno tutte origine antica e tradizioni gloriose, e come si ressero e mandarono raggi di luce, in tempi in cui la produzione scientifica era assai scarsa, il progresso degli studi ostacolato da infinite pastoje, non si sa vedere perchè non debbano anche oggigiorno mantenersi all' altezza della loro missione. E che abbiano, anche le minori, e, quasi dicemmo, sopratutto le minori Università, elementi di vita rigogliosa, ne è prova il fatto che non ostante la disparità di trattamento che è stata loro fatta fino, almeno, alla legge del pareggiamento di alcune di esse; non ostante le continue minaccie che tuttavia, e in onta al pareggiamento, tengono in forse la loro esistenza, esse si trovano in via di continuo progresso; se avessero avuto in sè il germe della decadenza a quest' ora sarebbero perite e il pareggiamento non avrebbe giovato a nulla; invece esso rialzò le loro sorti. L' Università di Modena che prima del pareggiamento aveva veduto discendere il numero dei suoi studenti a 200, oggi li ha quasi raddoppiati (gli inscritti nell' anno scolastico corrente sono 365. V. Annuario 1893-94). — Si dia la libertà a tutte le Università, alle grandi e alle piccole, e i liberi ordinamenti non mancheranno di produrre i loro frutti.

Un' ultima osservazione vogliamo fare che non ci sembra priva d' importanza.

Fin qui nelle sfere ufficiali e nei molteplici progetti di legge presentati al Parlamento sulla Riforma Universitaria, non erasi mai osato di formulare una proposta di riduzione delle Università, per quanto si dichiarasse eccessivo il loro numero. L' Università di Sassari fu bensì abolita in forza dell' art. 177 della Legge Casati, ma colla successiva legge 5 luglio 1860 fu sospesa l' esecuzione del detto articolo. Il Bonghi nella relazione

sul Progetto di bilancio e riordinamento della Pubblica Istruzione presentato nel 10 marzo 1870 dal Ministro Sella che proponeva la soppressione di alcune facoltà, discutendo la questione della riduzione delle Università così si esprimeva: " L'Università è pure per sè un focolare di vita intellettuale, e ci è certo necessario di spegnerlo il giorno in cui appaia chiaro, che esso non riscalda più nulla intorno a sè, ma è più civile e più razionale aspettare che prevenire l'effetto ". Il quale pensiero era pur stato manifestato dall'On. Berti nella prefazione al suo progetto di legge del dicembre 1866. Il Senatore Cremona, formidabile avversario del progetto Baccelli, nella sua relazione presentata al Senato del Regno il 1.° marzo 1884 sul detto progetto, pur respingendo la proposta autonomia universitaria, faceva proprio il concetto del Bonghi, e rispettando lo *statu quo*, si contentava di mantenere la distinzione di fatto fra Università primarie e secondarie.

Le tradizioni dunque nostre parlamentari stanno a favore del mantenimento delle Università, così dette minori, e si noti che nelle epoche in cui si agitò nelle aule legislative il problema universitario, non si parlava di decentramento, o almeno non si voleva coordinare siffatta riforma con quella del decentramento; ora che la questione del decentramento amministrativo sopratutto organico, che ha per iscopo di affidare agli enti locali la cura degli interessi che possono essere da essi meglio e in modo più compiuto soddisfatti, s'impone, è un assurdo in termini il pretendere di abolire alcune Università per concentrarle in altre, con manifesta violazione dei diritti e degli interessi degli enti stessi a cui si fa subire questa decapitazione. Ma giova sperare che il sentimento della giustizia prevalga sopra ogni altra considerazione e sia risparmiata ai centri minori una jattura le cui conseguenze morali, politiche ed economiche non possono facilmente prevedersi nè valutarsi.

Prof. P. Sabbatini.

CONTRIBUTI ALLO STUDIO CRITICO
DELLE FONTI DEL DIRITTO ROMANO

NOTA III.

I Libri di Paolo *ad Neratium*.

1. L'indole di questi libri appare abbastanza chiara dai frammenti conservati nelle Pandette (1). In questi la parte dovuta al giureconsulto Paolo è con relativa frequenza indicata, sicchè non riesce difficile il formarsi un' idea del rapporto intercedente fra il testo neraziano e quello di Paolo. Recentemente un egregio romanista (2) ha sostenuto la tesi, trattarsi di note interlineari o marginali scritte da Paolo nel suo esemplare dell' opera di Nerazio; solo più tardi si sarebbe dato al complessivo lavoro l' aspetto esterno che quei frammenti presentano; solo più tardi si sarebbe messo in correlazione la parte spettante ad un autore con quella spettante all' altro. Ma siffatta opinione non è accettabile, sia perchè la parte dovuta a Paolo era troppo rilevante, perchè potesse comprendersi in mere glosse marginali e interlineari, sia perchè contrasta cogli esempii a noi pervenuti (cfr. p. es. i frammenti egizii dei responsi papinianei), dove noi troviamo ben distinto esteriormente il testo annotato e

(1) Il fr. 18 § 1-5 *de neg. gest.* appartiene però, nonostante l'iscrizione, a Paolo *ad edictum*. Ciò del resto è noto.

(2) Landucci nel Volume di memorie a ricordo del XXXV anno d'insegnamento di F. Serafini, p. 403 seg.

le note e nel tempo stesso mantenuta fra essi la colleganza sintattica. — L' unico argomento, che il predetto romanista adduce per tale sua opinione, e cioè che altrimenti un giureconsulto insigne come Paolo si sarebbe sobbarcato ad una enorme fatica materiale, dovendo trascrivere tutto il testo del giurista commentato, basa su un falso supposto. Tale necessità non esisteva per Paolo più di quello che esista oggi per chiunque voglia ripubblicare un' opera altrui con note proprie. Costui naturalmente non farebbe che scrivere su altra carta le note sue, ponendo nel testo gli opportuni richiami; cura del proto sarebbe poi di stampare insieme e testo e note. L' ufficio, che oggi compie il proto, compieva allora chiunque in un' officina libraria fosse preposto alla dettatura e alla trascrizione dei numerosi esemplari da mettersi in commercio.

2. Si può domandare anzitutto quale delle opere neraziane è stata commentata da Paolo. Già più di uno ha pensato ai *libri responsorum* di Nerazio, benchè niuno abbia dimostrato l' assunto. Tale dimostrazione io non stimo difficile. E all' uopo dirimo subito l' argomento che si fa valere in contrario, e cioè che i libri responsorum di Nerazio fossero tre e quattro invece i libri di Paolo *ad Neratium*. Non si è risposto bene, pretendendo un' oscillazione nel numero dei libri delle opere antiche; mentre v' era una risposta non pure semplicissima, ma necessaria. Se, colle norme sticometriche (tanto osservate nelle opere giuridiche), l' opera genuina di Nerazio riempiva tre libri, è pur chiaro che coll' aggiunta delle copiose note di Paolo, in tre libri o volumina non avrebbe più potuto contenersi; donde l' aggiunta di un quarto libro. Se da ciò si deduce, che la parte dovuta a Paolo stia col testo di Nerazio nella proporzione di 1 a 3, si deduce cosa, che è abbastanza confermata dall' esame dei frammenti a noi pervenuti (1).

(1) Tenuto calcolo di ommissioni o abbreviazioni arrecate da Paolo nel testo commentato. Le quali appunto spiegano come i compilatori, avendo a mano l' opera originale, credettero opportuno di giovarsi anche di essa.

È già stato osservato, che nella serie della massa papinianea i libri di Paolo ad Neratium susseguono immediatamente i responsi del medesimo Nerazio e questo pare a me un argomento fortissimo. Cfr. infatti per una importante analogia come l'epitoma pauliana dei Digesti di Alfeno sussegua nella massa sabiniana immediatamente all'altro compendio, che sostituiva pei compilatori l'opera genuina. — A tale argomento se ne aggiunge uno negativo, ma pure non dispregevole. Ed è che i libri di Paolo *ad Neratium* non convengono ad altre delle opere neraziane. Non infatti alle *epistulae,* chè non v'ha traccia veruna della forma di lettera in nessuno dei frammenti; non alle *membranae,* che comprendevano più libri e che s'allontanano affatto e per la forma e pel contenuto; non al libro *de nuptis,* come già rilevasi dall'argomento; non finalmente ai XV *libri regularum,* come la grandissima diversità della disposizione delle materie e la grandissima differenza nel numero dei libri abbastanza comprovano. Nè devesi negligere che i libri *membranarum* e *regularum* sono stati dai compilatori devoluti alla massa sabiniana. — Niun'altra opera di Nerazio è a noi conosciuta (i libri *ex Plautio* quì naturalmente non vengono in considerazione) neppure per menzione di altri giuristi; l'*opus incertum,* cui il Lenel riferisce la citazione che si trova in fr. 14 § 1, D. 22, 1 (*Pal.* I, 777), sono ancora i *libri responsorum,* come almeno è molto verosimile. Paolo deve avere commentato un'opera diffusa e pregiata e di tale opera deve pure a noi essere giunto in qualche maniera il ricordo.

3. A tali argomenti si può aggiungere una certa corrispondenza di contenuto fra i *libri responsorum* di Nerazio e i *libri ad Neratium* di Paolo. Quì io nòn parlo di uguaglianza nell'ordinamento delle materie; parlo del fatto, che è molto difficile negare in taluni casi, che un frammento dell'una delle due opere si riferisca alla medesima quistione, cui si accenna in un frammento dell'altro. P. e. nel libro I di Nerazio *resp.* [fr. 84 pr. *de furtis*] si tratta la questione, se commetta furto chi s'impossessa delle cose di uno, cui crede morto (epperò stima di

impossessarsi di una *res hereditaria*): nel libro I di Paolo *ad Ner.* si fa (fr. 6 D. 47, 19) il caso inverso, se commette furto chi s' impossessa di una *res hereditaria,* credendola appartenere a un vivo. E così non è facile il non vedere tra il fr. 47 D. 41, 3 (Paul. 3 *ad Ner.*) e il responso neraziano citato in fr. 8 pr. *eod.;* tra il fr. 26 D. 32 (Paul. 2 *ad Ner.*) e la citazione del libro I *resp.* di Nerazio che si trova in Paolo (14 *resp.*), fr. 14 § 1 D. 22, 1. — Finalmente avvertirò, che ne' libri di Paolo *ad Neratium* appare chiaramente la natura dell' opera commentata e cioè l' indole di una raccolta di responsi. Cfr. p. e. fr. 6 D. 47, 19 = Paul. 1 *ad Ner.* nella parte esplicitamente attribuita a Nerazio; " si rem hereditariam ignorans in ea causa esse, subripuisti, furtum te facere **respondit** ", cf. Ner. 1 *resp.* fr. 6 D. 19, 5 e fr. 6 § 1 D. 19, 1. Se del resto manca ordinariamente l' esplicito accenno al *respondere,* ciò non deve fare maraviglia, giacchè suol mancare anche nei *libri responsorum:* ma si confronti l' andatura del periodo, il modo di porre la fattispecie, la risoluzione di questa regolarmente senza motivi, e apparirà ben chiaro, che si tratti dell' opera medesima.

4. I *libri responsorum* di Nerazio contenevano in gran parte responsi di lui; quì e là però si riferivano anche responsi altrui e allora questi erano accompagnati da osservazioni. Un chiaro esempio offre il fr. 43 D. 39, 6. Verosimilmente ad un responso di Labeone addotto da Nerazio insieme ad un responso proprio analogo si riferisce il fr. 8 pr. D. 41, 3. Nei libri di Paolo *ad Neratium* non troviamo mai — nella parte, s' intende, da riferirsi all' autore commentato — addotta l' autorità di altri rispondenti; se ciò debbasi a caso (cosa ben probabile dal momento che tali citazioni dovettero essere ben rare anche nell' opera genuina), ovvero ad opera dei compilatori, che poterono cancellare il nome di qualche rispondente, non può dirsi con intiera sicurezza (1).

---

(1) Vi sono però le seguenti traccie. Il fr. 4 D. 7, 5 contiene una nota di Paolo [per la forma v. il fr. 96 pr. D. 35, 1], che sembra riferirsi a un responso

5. I compilatori in parecchi frammenti hanno mantenuta la distinzione fra il testo di Nerazio e il commento di Paolo [quest' ultimo è allora preceduto dal nome **Paulus**]. Le aggiunte di Paolo hanno talora carattere esplicativo; dicono i motivi della decisione, i quali nel responso erano taciuti: cf. p. e. fr. 23 D. 7, 8 — fr. 32 D. 46, 2 —; talora aggiungono in quali limiti deve intendersi la decisione stessa (limiti che non era necessario addurre nel responso, che aveva riferimento ad un caso concreto), p. e. fr. 24 D. 40, 2, fr. 63 D. 24, 1, fr. 24 D. 23, 7 —; talora criticano la decisione, p. e. fr. 6 D. 47, 19 e fr. 140 § 1 D. 45, 1. fr. 23 D. 34, 1. — In altri più rari casi o si completa la decisione (fr. 97 D. 35, 1), o si arrecano responsi di altri giuristi (fr. 19 D. 13, 1) (1).

Non si deve però credere che la parte spettante a Nerazio in questi libri di Paolo sia solamente quella, che precede il nome **Paulus.** Non può p. e. dubitarsi, che appartenga a Nerazio il fr. 96 § 1 D. 35, 1 [salve le ultime parole " quia -- libertas ", che sono o di Paolo o dei compilatori], il fr. 16 D. 33, 1 [fino alla voce 'debebitur'], il fr. 140 pr. D. 45, 1, il fr. 67 D. 46, 1 [almeno fino alle parole *iure mandati*]. Infatti non solo in questi passi si rileva sostanzialmente la struttura del responso, ma essi non sono per la forma in alcun modo paragonabili alle aggiunte di Paolo, mentre rispondono egregiamente alla forma dei brani sicuri di Nerazio (2).

---

di Nerva raccolto da Nerazio: cf. il fr. 3 *eod.* (Ulp, XVIII *ad Sab.*). Il fr. 18 pr. D. 3, 5 contiene parimenti una nota di Paolo, che sembra riferirsi alle osservazioni fatte da Nerazio a responsi di Proculo e Pegaso da lui addotti e approvati; cf. fr. 17 *ibid.* (Paul. 9 *ad ed.*).

(1) Giuliano. — Non è impossibile che l'edizione dei responsi di Nerazio con note di Paolo fosse conosciuta e adoperata da Papiniano; cf. col citato fr. 19 il fr. 19 D. IV, 3.

(2) Il prof. Landucci conviene pure nel ritenere che appartenga a Nerazio il fr. 16 D. 33, 1 [l'ultima parte attribuisce egli a Paolo; più verosimile è che si

6. Dobbiamo ora affrontare un arduo problema; se cioè sia comparabile la successione degli argomenti nei libri responsorum di Nerazio e ne' libri ad Neratium di Paolo. L'identità dello scritto neraziano in ambo le opere da noi affermata e, se non erriamo, dimostrata non implica *necessariamente* identità nella successione delle materie; l'autore del commento potrebbe avere dato assetto nuovo e diverso all'opera commentata. Il problema è, come dicevamo, arduo; poichè la scarsità dei frammenti dell'una e dell'altra opera non permette di giudicare quale ne fosse l'ordinamento delle materie; questo ad ogni modo sembra fosse diverso dagli altri a noi noti.

Io stimo per altro che anco dai pochi ruderi a noi pervenuti si possa arguire, che l'ordine non era nelle due opere sostanzialmente diverso. Circa l'opera originale troviamo che nel I libro si discorreva dell'obbligo del curatore di dare la dote (n. 78), del peculio (n. 75), dell'editio operarum (n. 81), della vendita (n. 76? 77), del furto (n. 83, 84), delle donazioni mortis causa (n. 82) e dei legati e fedecommessi (n. 72, 73, 79, 80). Il discorso sui legati continua nel II libro (n. 88, 89), ove si parla pure dell'azione nossale (n. 87), della *subreptio rei pecularis* (n. 86), della *ratis vi fluminis in agrum alterius delata* (n. 91), dell'usufrutto (n. 91). Del terzo libro niun frammento

---

debba ai compilatori] e il fr. 67 D. 46, 1 (dove però, a suo credere, la nota di Paolo comincierebbe col " scilicet ").

Inoltre egli (o. c. p. 415) propende ad attribuire al testo neraziano il fr. 85 D. 47, 2 — il fr. 19 D. 13, 1 — il fr. 40 D. 47, 3. Ma il primo e il terzo passo col loro carattere esplicativo e dottrinale lasciano per lo meno molto incerti. —

Circa alla dizione del fr. 85, avvertasi che il *dicendum est* s'incontra nel testo neraziano del corrotto fr. 63 D. 24, 1; del resto esso appare anche nel commento di Paolo; cf. fr. 96 D. 35, 1. Il secondo passo poi riproduce senza dubbio alcuno un brano di Paolo, come prova luminosamente la citazione di Giuliano.

Che al fr. 25 *de leg.* II il § 1 contenga una glossa di Paolo alla decisione neraziana offerta dal principio del frammento, non mi pare affatto, poichè non si vede alcun nesso fra le due affermazioni. Il pr. del frammento contiene certo un responso di Nerazio; ma il § 1 è preso da un'altra parte del libro, nè mi pare si possa con certezza arguire se dal testo o dalle note.

giunse fino a noi. — Gli altri responsi neraziani, di cui a noi è giunta memoria senza indicazione di libro, concernono quasi tutti le istituzioni, i legati e le manumissioni testamentarie; non mancano però altri argomenti: actio de dolo, de in rem verso, usucapione, beneficium principis (1).

Se noi consideriamo i frammenti dei libri di Paolo ad Neratium, troviamo un gruppo di frammenti pertinenti al libro I e al II (da mettersi quindi in fine dell' uno e in principio dell'altro), che trattano di legati, fedecommessi, statulibertas (n. 1026, 1028, 1021? 1027? 1035, 1036) e ciò presenta una coincidenza ben notevole con quanto abbiamo avvertito per l' opera di Nerazio. Nel libro I si parla (come nell' opera di Nerazio) del furto rerum hereditariarum [n. 1030]. Invece dell' uso e usufrutto discorre Paolo nel libro I (n. 1020, 1022, 1023, 1021? 1027?), mentre Nerazio ne parla nel libro II; probabilmente Paolo coordinò tale trattazione a quella del legato di usufrutto, che certo occorreva nel I libro di Nerazio (n. 72, 73). Viceversa troviamo nel secondo libro di Paolo parecchi frammenti attinenti alla dottrina del peculio; n. 1031, 1033, 1034) (2), la quale dottrina sembra fosse in Nerazio dispersa nel libro I e nel II (n. 75, 86). La trattazione accennata in Paolo dovette trovarsi sulla fine del libro e continuare nel successivo, come abbiamo traccia (n. 1039).

Ne' libri III e IV di Paolo notiamo ritornare in scena la materia delle istituzioni, dei legati e dei fedecommessi ed è ovvio pensare a rubriche prese dalla legge Julia et Papia.

C. Ferrini.

---

(1) Se pur di quest' ultimo tema | fr. 191 D. 50, 17 | non si parlava in occasione della trasmissibilità ereditaria.

(2) Il Lenel pone una rubrica ' de mandatis et negotiis gestis ' che non è affatto giustificata, specialmente quando si esclude, come deve farsi senza dubbio alcuno, il n. 1032 che appartiene al libro IX *ad edictum* di Paolo. – Per la prova che nell' opera genuina di Nerazio non pochi responsi concernevano l' argomento, cf. anche il fr. 19 D. 15, 3.

CONTRIBUTO

ALLO STUDIO

DELLE SCARICHE ELETTRICHE

DELL' ATMOSFERA

È ben difficile che nessuna circostanza sfugga a chi studia un fenomeno fisico anche quando siano noti esattamente l' istante ed il luogo in cui esso accadrà, ed opportunamente predisposti gli apparecchi di osservazione e di misura; quando poi non è possibile assegnare, neppure approssimativamente, nè l'istante nè la posizione precisa in cui il fenomeno avrà luogo, nè si dispone di apparecchi che valgano a sopperire alla imperfezione dei nostri sensi ed a rendere le osservazioni tutt'affatto oggettive, è manifesto che le osservazioni per quanto accurate non potranno essere che imperfettissime, ed in generale insufficienti per la ricostruzione ideale dell' accaduto. Mentre i più recenti studi portano una rivoluzione nelle idee che già si avevano sull' azione e sul modo di funzionare dei parafulmini, non vi è ancora apparecchio destinato allo studio delle scariche fulminee, costruito e collocato in modo da serbare traccie metodiche di queste, confermare così le recenti deduzioni del Melsens, del Lodge etc. e prestare prezioso sussidio per la risoluzione dei tanti quesiti fino ad ora insoluti intorno alla genesi delle cariche ad alto potenziale nell' atmosfera, le quali danno luogo ai ful-

mini, ed alle azioni elettromagnetiche cui il Plantè ha attribuito tanta parte nei fenomeni metereologici.

Le difficoltà non forse insuperabili che in studii di questo genere si incontrano, sono evidenti: fra le principali meritano speciale considerazione la quantità enorme di elettricità messa in moto ad elevatissimo potenziale, e la incertezza quanto al tempo e quanto al luogo in cui si formano le cariche da studiarsi, ed in cui avvengono le scariche.

Pure la questione urge e per interesse scientifico, poichè converrebbe davvero avere alla fine almeno criterii sicuri per sceverare ciò che vi ha di attendibile nelle ipotesi fatte intorno alle perturbazioni elettriche dell'atmosfera, da ciò che è puramente arbitrario; e perchè l'impianto dei parafulmini tende a farsi più generale anche per la maggior frequenza di scariche fulminee in questi ultimi tempi come sembra dimostrato dalle più recenti statistiche.

In mancanza di meglio sarebbe forse opportuno che tutte le osservazioni fatte anche accidentalmente, venissero registrate e raccolte. Con queste sole non si perverrà di certo ad una teoria completa, ma se non altro esse varranno a fare un po' di luce su molte questioni ancora oscurissime.

Non mi parve inutile pertanto raccogliere alcune osservazioni che potei fare su tre fulmini caduti nel Modenese nel mattino del 24 giugno 1893.

Nell' Osservatorio Metereologico di Modena nella notte dal 23 al 24 giugno 1893, fu notato che il cielo era coperto di grandi cumuli temporaleschi solcati da lampi a W. Alle 5,45 cominciarono deboli rombi di tuono, mentre il temporale sorto a W fino dalla notte, avanzavasi rapidamente verso lo zenit. Il decorso di questo fu breve ed estremamente violento. Alle 6,27 aveva raggiunto l'intensità massima, alle 6,48 cadevano le ultime goccie di pioggia.

Prima del temporale il barometro segnava $749^{mm},9$ ed il termometro $19°,7$. Dopo il temporale il barometro non accennò variazioni di pressione e il termometro segnò $17°,8$.

Circa alle ore 6 caddero tre fulmini: uno sul fabbricato dell'Opera Pia Bianchi in Casinalbo, uno sul convento di suore detto di S. Giovanni del Cantone, ed un terzo sul fabbricato dell'Osteria dell'Angelo in Villa S.ta Caterina.

Presso il fabbricato dell'Opera Pia Bianchi, è situata la Villa Bonacini, da questa i signori Decio Bonacini e Ciro Bonacini furono testimoni dello scoccar del fulmine a circa un centinaio di metri di distanza.

Ad essi debbo quasi tutte le informazioni seguenti.

Il vento spirava da NW, e da quella direzione spinse un enorme cumulo, che, pel colore livido, spiccava nettamente dalle altre nubi.

Man mano che questo cumulo si avvicinava la pioggia aumentava fino a diventare torrentizia. Gli osservatori son d'accordo nell'asserire che fu questo cumulo che diede luogo a tre scariche elettriche successive in circa 10'. La prima scarica fu ben distinta, le altre due quasi contemporanee. Nel tempo stesso che le due ultime avevano luogo, gli osservatori udirono uno scampanìo ben distinto nei campanelli elettrici della villa, e fu visto scoccare una cospicua scintilla fra filo e filo della conduttura di quelli.

L'intervallo di tempo fra fulgore e fragore nella prima scarica fu valutato a 30″, e questa misura fu fatta contando: uno, due tre... fino a trenta, con opportuna cadenza. Nelle altre due scariche, fulgore e fragore furono quasi contemporanei.

Fu caratteristico il crepitio della scarica fulminea; esso fu efficacemente confrontato " al rumore che farebbe un mazzo di fiammiferi di legno strofinati contro ad un muro ".

Le osservazioni riferite, se meritano limitata fiducia quanto ai particolari che hanno pretese di esattezza, danno però una idea chiara dell'andamento generale del fenomeno e ci danno modo di investigare se la scarica fulminea fu prevalentemente statica od impulsiva.

Questa distinzione fra le scariche elettriche introdotta dal Lodge, si basa sul fatto, che vi può essere scarica fra un con-

duttore elettrizzato ed un conduttore a terra, in seguito ad induzione lenta, e tensione gradatamente crescente fino a che scocchi la scintilla, o può avvenire che in seguito ad altre scariche la tensione fra un conduttore isolato e la terra cresca repentinamente tanto, da provocare una scarica immediata. Si trova nel primo caso una nube elettrizzata che s'avvicini man mano a terra o che vada risolvendosi in pioggia e diminuisca quindi di capacità o che infine per una ragione qualsiasi vada via via crescendo il proprio potenziale.

Si troverebbe invece nel secondo caso una nube inizialmente ad un potenziale uguale a quello della terra, o poco diverso da questo, sulla quale venisse ad un tratto a scaricarsi un'altra nube a potenziale molto diverso, provocando così un repentino cambiamento di condizioni tale da causare una scarica fra nube e terra.

La distinzione fra i due modi di scarica ha grande importanza poichè queste ultime a differenza delle prime non possono essere prevenute dall'azione di un parafulmine; inoltre colpiscono indifferentemente o quasi un parafulmine accuminato o terminante in una sfera, danno luogo facilmente a scariche laterali quando opportunamente non si dispongano le condutture.

Le scariche statiche modificando repentinamente la distribuzione della elettricità in una estesa porzione dello spazio favoriscono le scariche secondarie fra i conduttori che si trovano in questo spazio e che per la variabilità del campo elettrico sono a diverso potenziale o, se nella porzione di spazio considerato vi ha un solo conduttore di mediocre conduttività o discontinuo, favoriscono le scariche interne.

Gli effetti delle scariche impulsive sono violentissimi ma localizzati, gli effetti delle scariche statiche più miti ma più generali. Si capisce poi come scariche impulsive e scariche statiche siano casi limiti fra i quali vi saranno infiniti gradi intermedii e che le differenze fra l'una e l'altra sono piuttosto quantitative che qualitative e le denominazioni di scariche statiche ed impulsive hanno un valore relativo e non assoluto;

questo non toglie però che la distinzione sia della massima importanza poichè una conduttura efficacissima a smaltire una scarica statica potrebbe essere assolutamente inefficace a premunire un edificio dagli effetti di una scarica impulsiva.

La scarica fulminea avvenuta a Casinalbo pare che si debba ritenere piuttosto statica. Infatti fu visto avanzarsi con relativa lentezza il cumulo dal quale scoccò il fulmine già carico di elettricità, ad alto potenziale, come è dimostrato dalle scariche precedenti il fulmine cui, secondo i testimoni, esso diede luogo. Lungi dal dubbio che per queste il cumulo si possa essere diselettrizzato, il fatto che al suo avvicinarsi la pioggia aumentò fino a divenir dirotta, fa pensare che diminuendo per tal causa la capacità elettrica del cumulo, il suo potenziale sia andato man mano esaltandosi: d'altra parte è noto che le nubi sono conduttori discontinui e tali da ammettere nel loro interno anche notevoli differenze di potenziale; le scariche verso l'esterno hanno quindi solo un'azione locale sulla nube e, per quanto possano provocare scariche interne e quindi abbassare il potenziale medio della nube, non avviene mai che tutta l'elettricità della nube venga a scaricarsi per una sola scintilla all'esterno. Anche la singolarità del crepitìo si spiega facilmente ammettendo che la scarica sia stata statica; questo fu senza dubbio prodotto dalla forte resistenza che la scarica ha dovuto superare; ora, se immaginiamo che un conduttore elettrizzato si avvicini man mano ad un conduttore a terra (tolto il caso di punte, accidentalità nelle superfici etc.) in circostanze normali scocca fra i due conduttori la scintilla all'istante in cui la distanza che li separa è divenuta sufficientemente piccola; la resistenza opposta in tale istante dal mezzo, sarà evidentemente maggiore di qualsiasi altra che lo stesso mezzo potesse opporre al passaggio della stessa scarica nelle stesse condizioni. L'analogia col cumulo che si avvicinava al fabbricato Bianchi è manifesta.

La grande resistenza incontrata dalla scarica deve poi aver reso le sue oscillazioni, se pure la scarica è stata oscillatoria, lente e poco numerose, questo asserto discende immediatamente

dalla formula trovata da S. William Thomson che stabilisce la relazione fra la carica elettrica Q in un istante qualunque di un conduttore elettrizzato che si scarichi, fra la capacità C di questo conduttore, la resistenza del mezzo ove avviene la scarica, (resistenza propriamente detta R ed autoinduzione L) l' intensità della scarica nell' istante considerato I, la differenza di potenziale V fra il conduttore elettrizzato ed il corpo in cui quello si scarica, ed il tempo T. Questa relazione insegna che la scarica può essere in generale continua od oscillatoria, a seconda che è $R > \frac{4L}{C}$ o $R < \frac{4L}{C}$ e che, nel caso che la scarica sia oscillatoria, il suo periodo diminuisce al diminuire di R.

La casa colpita in Casinalbo è rettangolare col tetto a quattro pioventi. Sovra il tetto nella parte centrale si erge un terrazzino coperto e sul tetto di questo è collocata la campana dell' istituto, fissata ad una armatura di ferro costituita da due grosse sbarre a sezione rettangolare piegate ad U rovesciato, ricoperte da un cielo di lamiera di ferro.

Tutto questo costituisce una rilevante massa metallica sulla quale probabilmente ha avuto luogo la scarica fulminea. Le grondaie del tetto del terrazzo furono poi investite e, pel tubo di latta verticale cui fanno capo, trasmisero la scarica al tetto sottoposto: quasi in coincidenza all' estremo inferiore di questo tubo vi è nell' interno della casa un muro al quale è infissa la balaustra di una scala di servizio. La balaustra fortemente indotta s' è attirata la scarica attraverso al muro che fu forato come da una palla di cannone. Il diametro medio del foro è di circa 40 cm. In tutte le quattro rampe della scala di servizio la balaustra esplorata colla bussola mostra polarità magnetiche il che prova che essa si trovò in un campo magnetico intenso, causato dal fulmine. Quanto alla disposizione delle polarità che essa manifesta questa è molto regolare. La balaustra è formata da due verghe a sezione rettangolare aventi l' inclinazione delle rampe e da barre verticali; le polarità diverse si manifestano agli estremi delle barre verticali, tutta la verga su-

periore mostra magnetizzazione Nord, la inferiore magnetizzazione Sud.

Al pianerottolo da cui principia la scala vi ha una scissione della scarica e fanno ivi capo due linee percorse da essa, ben distinte.

Una di queste dalla balaustra della scala investì arnesi di ferro che erano in un sottoscala attiguo, zappe, vanghe etc., e da questi scoccò fino sulla balaustra della scala principale attraversando due muri di ben tre teste ciascuno, separati da un largo corridoio (m. 1,50 circa). I muri hanno le pietre sconnesse nei punti dove furono attraversati dalla scarica, ma dove appare massima la violenza di questa si è in prossimità della balaustra della scala principale dell' istituto. Ivi è presumibile che la scarica si sia compiuta parte al di sopra del pavimento, parte all' interno di questo: i mattoni vennero scalzati e proiettati fin contro al soffitto, alto circa m. 3,90 ed il soffitto appar forato e guasto in più luoghi. Tutta intera la balaustra mostra intensa magnetizzazione e probabilmente fu investita dalla scarica. Nell' ultima rampa della scala principale uno scalino fu rotto; sfugge però la causa di questa singolarità, poichè non fu dato scorgere in esso nulla di speciale. Finalmente la scarica si compì attraverso un muro di 2 teste in una cantina ove erano arnesi di ferro.

L' altra linea percorsa dalla scarica parte dal pianerottolo della scala di servizio, in prossimità della balaustra di questa, ove si trovarono parecchie pietre smosse; e nel locale sottoposto, che è l' atrio di una latrina, in coincidenza con queste pietre, vi sono sul soffitto e sulle muraglie tracciate capricciose linee, caratteristiche dovute ad azioni chimiche prodotte dal passaggio della scarica sull' intonaco del muro. Adiacente alla latrina è un dormitorio dell' Istituto ed anche sulla parete di questo, comune colla latrina, appaiono strie simili alle altre che fanno fede del passaggio della scarica. Poco discosti dalla parete erano i letti di ferro, ed alcuni di questi, specialmente quelli in corrispondenza a strie, mostravano lievissime traccie di magne-

tismo. Nella stanza da letto del Direttore D. Rasponi si ripresentano traccie di scarica elettrica e, secondo ogni apparenza, mezzo di questa fu il filo di ferro di un campanello; nella stanza di D. Rasponi cornici metalliche di quadri furono un po' danneggiate (1). Il letto mostra debole polarità magnetica. Finalmente nella stanza a pian terreno sottoposta a questa vi son traccie della scarica molto minute, come una piccola fessura recente che si trova nel soffitto: più oltre si perde ogni traccia.

Come non è ben chiara la via percorsa dalla scarica dal dormitorio del Istituto alla camera da letto del Direttore, così non si potrebbe con certezza indicare il tramite pel quale la scarica venne poi ad investire l'interno della canna del camino senza per altro danneggiarla. In questa a pian terreno in corrispondenza a due ganci di ferro che sostengono la catena del focolare e che son confitti nella parete comune al camino ed ad un lavandino, vi sono screpolature di una certa entità che passano da banda a banda la parete e finiscono nel lavandino in scrostature di una certa importanza. Oltre queste non vi ha altro indizio ben chiaro del passaggio della scarica, però in una stanzetta attigua al lavandino, limitata dalla stessa parete del camino e che serve come stufa, si trovano istrumenti di ferro che mostrano polarità magnetiche molto chiare e fanno argomentare che pure in questo stanzino siano avvenuti movimenti di elettricità.

Concludendo dalla descrizione minuta che ho or fatto risulta che la scarica fino ad un certo punto ha invaso un conduttore solo, la balaustra della scala di servizio, che nel punto ove questo conduttore è interrotto (pianerottolo della stessa scala)

(1) Un caso curioso avvenne in un quadro raffigurante una sacra imagine: la scintilla volatilizzò la parte superficiale metallica della cornice ed i vapori metallici si condensarono sul vetro che ne restò annerito in modo tanto capriccioso da potervi con un po' di buona volontà ravvisare una imagine di donna; con quanta edificazione di chi crede nei miracoli è facile figurarsi.

la scarica si è scissa in due di percorso diverso; l'una di queste due restò poi integra fino a che se ne possono seguire le traccie; percorse ottimi conduttori, interrotti da fortissime resistenze; si conservò sempre violentissima; l'altra si serbò sempre mite e quasi innocua: ebbe lungo il suo percorso numerose ramificazioni, percorse sempre pessimi conduttori (i muri) lungo i quali si affievolì man mano, dando origine a decomposizioni chimiche dell'intonaco, manifestate dalle strie. Effetti magnetici produssero sì l'una che l'altra di queste scariche, ma l'intensità e la quantità di magnetizzazione causata dalla prima sono immensamente maggiori di quelle causate dalla seconda.

La seconda è evidentemente una di quelle scariche chiamate laterali: infatti essa non ha avuto luogo che per l'interruzione della conduttura migliore, giacchè nessuna massa metallica l'ha provocata e la conduttività della linea che essa ha seguito è senza confronto minore della conduttività della linea seguita dall'altra. Queste scariche laterali, come si è già osservato sono frequenti nelle scariche impulsive, allorchè per la ostruzione causata dalla autoinduzione nel circuito principale, la scarica è resa atta a superare resistenze relativamente enormi lateralmente al conduttore. Ma nel caso attuale l'autoinduzione non può aver avuto che una importanza secondaria e trascurabile, giacchè la balaustra della scala di servizio offre amplissima superficie libera al passaggio della corrente; la scarica laterale fu dovuta quindi in special modo alla interruzione della conduttura metallica e questa conclusione armonizza con le altre osservazioni che ci hanno fatto reputar la scarica fulminea piuttosto statica.

Il Lodge riproducendo con esperienze di gabinetto i due casi di scariche statiche ed impulsive, ebbe ad osservare, fra le altre cose notevoli, che nella scarica statica fra due piatti metallici uno dei quali era a terra e su questo erano disposte una punta e due sferette di dimensioni diverse sostenute da asticelle metalliche, che la punta proteggeva le palline anche se si trovava più bassa di queste, e l'interposizione di una fortissima

resistenza tra la punta ed il piatto inferiore aveva pochissima influenza, solo aumentava la durata della scarica diminuendone l'entità.

D'onde il Lodge conclude (1), che benchè tal pratica non sia certo da consigliarsi, a rendere innocua una scarica fulminea statica potrebbe servire un parafulmine che avesse una conduttura di forte resistenza: il fatto che lungo un cattivo conduttore, date certe condizioni, la scarica anche se molto cospicua avviene in modo mite e quasi si direbbe si esaurisca per via, mentre che in buoni conduttori avrebbe serbato pressochè intatta la sua violenza, parmi abbia ricevuto nel fulmine che ora sto studiando una chiara conferma e non indegna di essere rilevata.

II.

Assai meno concludenti sono le osservazioni che potei fare nel Convento delle suore di S. Giovanni.

Il fulmine scoccò sulla croce frontale della Chiesa omonima che, esplorata colla bussola, manifestò le polarità seguenti:

Nel braccio orizzontale; Nord all'estremità rivolto a N. E. Sud all'estremità rivolta a S. O.

Nel braccio verticale; Sud alla sommità, e Sud all'estremo immediatamente emergente dal blocco di marmo cui è confitta la croce.

Le larghe bande di latta, che ricoprono l'orlo frontale della chiesa, presentano sotto la croce distorsioni e lacerazioni, che fanno argomentare, che la scarica fulminea le abbia colpite, passando in esse dalla croce. Queste, cimentate colla bussola hanno infatti dato indizio di magnetizzazione, invero debole e distribuita assai irregolarmente. Queste bande di latta hanno il

---

(1) Canestrini. A proposito delle esperienze di O. Lodge sulle scariche elettriche

loro estremo in immediata comunicazione col tubo della grondaia e prestarono così un commodo mezzo al trasmettersi della scarica fino ad un metro circa dal suolo, ove fra il tubo della grondaia ed il tubo di piombo che serve per la conduttura del gaz, scrostature e lievi guasti nella muratura, pei quali una porzione del tubo di piombo resta scoperta, fanno fede che fra i due tubi è scoccata una lunga e cospicua scintilla. Più oltre nessun'altra traccia: la scarica si compì nella tubatura del gaz.

Non mi fu possibile raccogliere nessun dato sulle circostanze che accompagnarono lo scoccare di questo fulmine, e neppure le osservazioni sugli effetti elettromagnetici furono molto concludenti. L'asta verticale della croce offre ai suoi estremi esplorabili, la sommità e la parte emergente dal masso di marmo in cui essa è confitta, due poli Sud, parrebbe dunque che essa dovesse essere tripolare; non avendo però potuto scorgere in essa alcuna polarità Nord, secondo ogni probabilità la barra è bipolare, ed il suo polo Nord si trova al estremo confitto nel masso di marmo che non si può esplorare. La barra orizzontale della croce mostra bensì intense polarità magnetiche, ma si deve qui notare una azione perturbatrice di cui non è dato, almeno per ora, rendersi conto esatto: questa è l'induzione del magnetismo terrestre.

Il piano della croce non coincide esattamente col piano verticale passante pel meridiano magnetico del luogo, ma di ben poco se ne scosta: e le polarità, mostrate dalla barra orizzontale della croce, sono appunto quelle che essa mostrerebbe, se il piano del meridiano magnetico coincidesse col piano della croce, e fosse questa dotata di potere coercitivo. In tal caso è chiaro che le polarità magnetiche sarebbero almeno in parte dovute al continuato orientamento della barra. Del potere coercitivo della barra fan fede le polarità che essa manifesta, sceverare l'influenza del magnetismo terrestre da quello causato dalla scarica fulminea non si potrà fare forse che di qui a qualche mese esplorando di nuovo la croce. Se la magnetizzazione continua non si può concluder nulla, ma se essa si dilegua potremo affermare che era dovuta totalmente alla scarica fulminea.

Quanto alla magnetizzazione delle bande di latta, il ferro che vien laminato, e confezionato in modo da divenir latta, pel genere delle operazioni cui deve essere sottoposto, non può essere che assai dolce e quindi avere una forza coercitiva assai piccola: a questo particolare si deve il fatto che nè le grondaie, nè i condotti per l'acqua piovana, che pure sono spesso la linea seguita dal fulmine, mostrano quasi mai magnetizzazione.

Una causa analoga può far supporre che il filo di ferro percorso da una scarica non si magnetizzi, ho osservato invece conduttori di ferro investiti dal fulmine mostrare intensa magnetizzazione per lungo tempo; magnetizzazione vi è sempre, ma, dato che il ferro sia assai dolce, può essere totalmente temporanea.

Le bande di latta sulla chiesa di S. Giovanni non poterono infine esser studiate con la debita cura anche per la posizione incomoda in cui erano; tanto che non fu possibile nè trarne spettri magnetici nè procedere ad una metodica esplorazione colla bussola. Concludendo, il fulmine caduto sulla chiesa di S. Giovanni quasi nessuna traccia lasciò di sè e quelle pochissime per disgraziate circostanze quasi inutili per studiarlo.

In Villa S.ta Caterina sulla casa in cui è la locanda che ha per insegna un angelo scoccò il terzo fulmine che forma oggetto del presente studio. Il tetto della casa è a due pioventi che sono laterali alla facciata. Sull'angolo formato dalla facciata e dai due piani obliqui del tetto è piantata un'asta, che sorregge una lamiera a forma d'angelo, che serve di insegna alla locanda. Capricciose strie sono anche qui le traccie lasciate sul muro esterno dalla scarica fulminea. Queste traccie continuano poi per entro la finestra del secondo piano quasi strisciando attorno all'orlo di un finestrone elittico. Niuna traccia di scarica elettrica si ha nel granaio cui il finestrone dà luce. Scrostature e strie si hanno invece nella camera sottoposta nel davanzale della finestra che già dall'esterno si vede contornata dalle strie.

Come suole avvenire quando la scarica si compie sui muri, le linee tracciate da questa sono capricciosissime, offrono fre-

quenti e numerose diramazioni, nè il tramite della scarica si può seguire che approssimativamente.

Fu investita la cornice di legno dorato di un quadro: la doratura era fatta in parte sovra uno strato di grafite, ed in parte su uno stucco biancastro. La scarica elettrica volatilizzò la sottil lamina d'oro distesa sulla grafite lasciando intatta la doratura fatta sullo stucco.

Furono quindi investiti due letti appoggiati ad una parete di questa stanza in modo, che rispetto a loro la finestra è laterale; ed altri due letti, posti quasi in coincidenza contro la stessa parete, in una stanza attigua, dove due fanciulli dormivano. Ai dormenti nessun danno, se ne togli una gran paura, fu recato. Il letto di ferro su cui giacevano e che s'è attratto la scarica li ha poi salvati facendo loro schermo contro le violenti perturbazioni elettriche e prestando alla scarica facile ed ampia via in modo da rendere impossibili scariche laterali.

Per quel che riguarda il repentino disquilibrio elettrico, la protezione esercitata in questo caso dal letto è analoga a quella che su una casa dovrebbe esercitare un buon parafulmine. Infatti il problema dell'impianto di un parafulmine si può enunciare: determinare le condizioni mercè le quali una data porzione di spazio, nella quale non vi siano corpi elettrizzati, resta immune dagli effetti di repentini e violentissimi disquilibrii elettrici che avvengano nello spazio circostante. Immunità deve esservi naturalmente e contro le scariche che potessero colpire le parti del edificio dall' esterno, e contro scariche interne che potessero avvenire per differenze dei potenziali nell'interno dello spazio protetto, come accadde nella casa dei Sig. Bonacini, ove la conduttura dei campanelli funzionò analogamente al risuonatore adoperato nelle esperienze di Hertz.

Per risolvere questo problema è ovvio che la miglior cosa sarebbe avvolgere lo spazio da proteggere con un involucro metallico continuo, isolato o in comunicazione colla terra: siccome però, nel caso che questo fosse isolato, costituirebbe un pericoloso serbatoio di elettricità, l'involucro continuo deve essere in buona comunicazione col suolo.

In tal modo le scariche dall'esterno che colpiscono l'involucro troverebbero ampia via al suolo e le scariche interne sarebbero nulle, come si dimostra analiticamente con grande facilità.

La dimostrazione che si suol dare, stabilisce che vi è immunità nel caso di una superfice continua posta ad involucro dello spazio da proteggere, ma nel caso che alla superfice si sostituisca un sistema di linee discontinue, come sono in generale i parafulmini comuni (1), l'analisi che si suol fare non ci dice nulla. Essa è in certo senso troppo rigida, esclude a priori ogni discontinuità.

Pure è di comune esperienza che anche involucri discontinui proteggono quasi assolutamente lo spazio che racchiudono. Sono classici gli esperimenti del Faraday; in proposito vidi una gabbia di filo di ferro che conteneva un canerino che era stata attraversata da una scarica fulminea e mostrava conseguenti traccie di magnetizzazione, senza che il canerino avesse avuto a soffrire menomamente.

In nessun caso però fuori dalla continuità perfetta dell'involucro, l'immunità dalle scariche interne, che si risolvono come è chiaro in movimenti di elettricità, e gli effetti delle quali possono esser chimici, meccanici, magnetici etc. può dirsi assoluta (2). Il Lodge ebbe in un elettroscopio, protetto da una fittissima rete metalica, elettrizzazione quando dall' esterno proiettava su di esso con una punta il " vento elettrico " (3).

Vi ha dunque luogo alla questione, qual è il limite del-

(1) Le polveriere dovrebbero essere protette da un involucro continuo ma però tal pratica è ben lungi dal essere tanto generale da non potersi dir comuni i parafulmini ad ampii reticolati.

(2) Il Dott. Herz colle sue celebri esperienze ha dimostrato che la protezione dalle perturbazioni magneto-elettriche si esercita allo stesso modo della protezione contro l'induzione elettrostatica esercitata dalla gabbia di Faraday, quindi anche per queste, fuori dalla continuità perfetta dello schermo, non vi può essere immunità assoluta.

(3) Lodge, *Les Théories modernes de l'eletricité.*

l'ampiezza dei vani fra barra e barra di un parafulmine oltre la quale la protezione di questo è inefficace contro il pericolo di scariche interne? Questa questione è bensì di secondaria importanza rispetto all'altra di proteggere l'edificio contro le scariche dall'esterno: pure in certi casi in cui anche una piccola scintilla potrebbe produrre grandi danni come nei magazzini di combustibili etc. anche questa questione può avere un gran valore ed a tutte le regole raccolte dal Canestrini nell'aureo massimario che è annesso all'Opuscolo citato, sarebbe prezzo dell'opera aggiungere anche qualche regola in proposito.

Il problema evidentemente non può aver la stessa soluzione in tutti i paesi nè in tutte le località dello stesso paese, dipendendo questa dalla tensione elettrica massima locale. Come si può giungere a questa soluzione? La via dell'analisi par preclusa per le difficoltà di calcolo e perchè la determinazione esatta di tutte le quantità che entrano in calcolo come note una per una, sarebbe praticamente impossibile, nè, molto probabilmente, da una valutazione empirica si potrebbe sperare in una approssimazione sufficente.

Considerando i conduttori come intercettori della propagazione delle perturbazioni magneto-elettriche, ed a perturbazioni magneto-elettriche son ridotti tanto i fenomeni di induzione statica quanto quelli di scariche interne, di magnetizzazione, etc. si capisce tosto perchè il caso limite della protezione assoluta corrisponda solo al caso limite della assoluta continuità dello schermo protettore, ed inoltre si intuisce che a quella ci si può accostare quanto si vuole con schermi, i vani dei quali vadano man mano decrescendo. Come poi anche l'azione degli schermi più prossimi allo stato di continuità possa riuscire inefficace date certe condizioni (esp. citato del Lodge), (1) si spiega pure assai facilmente.

---

(1) Veramente l'esperimento del Lodge si riferisce a condizioni più complesse: infatti in questo non si tratta più di semplici scariche ma bensì di scariche convettive.

Supponiamo di voler tenere all' oscuro una porzione di spazio illuminato. Se nella porzione di spazio considerata non vi sono sorgenti luminose, basterà evidentemente che essa sia circondata da un involucro opaco continuo; è questo un caso analogo al caso degli involucri metallici protettori dalle perturbazioni magneto-elettriche di una porzione di spazio in cui non siano conduttori elettrizzati. E l'analogia va oltre: oscurità assoluta non vi è quando lo spazio esterno è illuminato, se l'involucro non è continuo; ma a quella ci si può avvicinare quanto si vuole con involucri discontinui, se i vani di questi si fanno via via più piccoli. Infine, anche che questi vani siano minutissimi l'involucro può riuscire affatto inefficace a preservare dalla luce lo spazio che esso ravvolge, se la luce all'esterno è abbastanza intensa o se la sorgente luminosa è abbastanza vicina alle discontinuità dell' involucro, caso questo che sostanzialmente non differisce dal precedente.

Queste analogie, ed altre ancora che si potrebbero stabilire potrebbero per altro essere soltanto accidentali; altre simili se ne potrebbero stabilire nei più disparati ordini di fenomeni. Però, secondo ogni probabilità, fra gli schermi protettori dalla luce e gli schermi protettori dalle perturbazioni magneto-elettriche vi ha intima connessione; intanto, se non si può asserire che tutti i corpi opachi siano conduttori è ben certo che tutti i conduttori sono opachi, e l'accordo perfetto fra il fenomeno ottico ed il fenomeno elettrico, ha la sua origine nella identità di natura fra i due fatti, propagazione della luce e propagazione delle perturbazioni magneto-elettriche.

Non par temerario lo sperare che la questione: quale sia quel limite dell'ampiezza dei vani fra parte e parte della conduttura dei parafulmini che non permetta fra punto e punto dello spazio da proteggere differenze di potenziali superiori alle ammissibili; possa essere, mediante appositi esperimenti soddisfacentemente risolta, e che l'impianto dei parafulmini che si fa tutt' ora tanto empiricamente, si accosti ad essere fatto razionalmente; poichè si avrebbero, risolta tale questione, norme sicure per l'ampiezza del reticolato della conduttura del parafulmine.

Queste norme dovrebbero aver riguardo alla frequenza ed alla violenza degli uragani della località, alle condizioni geologiche, alla vegetazione, alla natura degli edifici da difendere etc. Si vede quanto numerosi siano le quantità che entrano in questione e come siano variabili. Come potrà un unica soluzione empirica fatta col solo criterio sicuro della minima spesa esser buona per tutti i casi?

Per esempio sull' Osservatorio metereologico del Cimone fu impiantato un parafulmine con le norme correnti. Lo spandente di questo è immerso nel carbone, la conduttura non presenta che pochissima resistenza: le punte per ragioni speciali di studio sono numerose e di forma appropriata: pure il parafulmine non funziona bene; in tempi d'uragano, violenti commozioni elettriche si hanno nel interno della torre. Non è difficile argomentare la ragione probabile di questo fatto; il carbone posto attorno allo spandente non assicura una conveniente comunicazione colla terra perchè è posto sovra una roccia elevata, che è quindi in generale poco umida, e funge da semi-coibente; e d'altra parte la base della torre non è difesa dalle perturbazioni elettriche; quindi dislivelli di potenziale nell'interno della torre. Ad ovviare a questo, basterebbe forse: o ricoprire abbondantemente lo spandente con parecchi quintali di rottura di ferro; o porre nel pavimento della torre un reticolato di aste metalliche; o, meglio di tutto, far questo e quello.

In questo caso adunque sono le condizioni di elevazione e le condizioni geologiche che vanno prese in speciale considerazione: e queste hanno sempre una importanza grandissima e generalmente disconosciuta giacchè nella pratica non se ne tiene alcun conto. Da una statistica fatta in Francia si rileva che se su un terreno calcareo cade un fulmine in un terreno marnoso ne cadono due, in un argilloso sette, in uno sabbioso nove ed in una terra grassa ventidue.

Concludendo: ad una soluzione razionale non si potrà arrivare che colla continuata ed accurata osservazione e col-

l'esperimento, benchè convenga diffidare un po' di questo, per la difficoltà gravissima di riprodurre ad arte tutte le circostanze in cui avvengono i fenomeni magneto-elettrici dell'atmosfera. Per esempio è davvero prezioso per la pratica il fatto messo in luce dal Lodge studiato poi di nuovo dal Prof. Muriani e dal Prof. Canestrini, che nelle condutture dei parafulmini non vi ha ragione quanto a conduttività, di preferire il rame al ferro.

A questo proposito il parafulmine che secondo le norme correnti avrebbe dovuto impiantarsi sul fabbricato della Pia Opera Bianchi avrebbe importato L. 606,24. Se invece la conduttura di rame si sostituisce con una di ferro galvanizzato, l'impianto non importa che L. 300.

Di osservazioni sulle traccie magnetiche lasciate dalla scarica fulminea dopo le antichissime di Haward, armatore inglese che nel 24 luglio 1641 constatò dopo lo scoppio del fulmine sulla nave *Albemarle* che gli aghi delle bussole avevano invertite le polarità, e quelle del Dott. Le Lorrain de Vallemont, *Description de l'aimant* etc. (1690), che riferisce come dopo un terribile uragano la croce di ferro della chiesa di Notre-Dame de Chartres era fortemente magnetizzata e poche altre, si hanno quelle metodiche del Melsens che applicò il reelettrometro, ideato dal Marianini, allo studio dei fulmini.

Il reelettrometro consta essenzialmente di una bussola comune cui è sovrapposta un'elica di filo, in modo che, quando il filo è percorso da corrente, essa costituisca un solenoide.

Per le polarità del solenoide l'ago della bussola viene rimosso dalla sua posizione di equilibrio nel meridiano magnetico, e, se la corrente è istantanea, imprende una serie di oscillazioni.

Avendo da studiare le scariche istantanee di elettricità, per la intensità generalmente minima di queste, le oscillazioni dell'ago sarebbero assai deboli, si rendono più ampie munendo l'elica di un nucleo di ferro dolce o d'acciaio che si polarizza tanto intensamente da rendere amplissime le escursioni dell'ago della bussola e quindi sensibilissimo l'istrumento.

Grandi speranze aveva suscitato nel suo inventore il reelettrometro, tanto che egli ebbe a scrivere: " (1) chi avesse a scegliere di non possedere che uno dei due stromenti (galvanometro e reelettrometro) non potrebbe certamente appigliarsi al galvanometro ".

Oltre alla squisita sensibilità del apparecchio, questo, secondo l'inventore, aveva il pregio di conservare traccia di una corrente istantanea per un tempo indeterminato per poca forza coercitiva che il nucleo di ferro avesse; inoltre l'inventore sperava che potesse dar indicazioni sul senso e sulla entità della scarica che aveva percorso l'elica. Ma il Marianini stesso riconobbe che dipendentemente dalla entità della scarica che avveniva nel filo, vi poteva essere inversione di polarità nel nucleo d'acciaio e quindi non si sarebbe potuto dedurre la direzione della scarica dalla direzione dello spostamento dell'ago della bussola. Il Verdet nelle sue " *Leçons sur l'électricité,* " pag. 229, constatò pure questo fatto, che del resto appar tosto evidente a chi per poco adoperi l'apparecchio.

È noto come anche nelle esperienze del Savary (2) le polarità magnetiche indotte su aghi d'acciaio posti normalmente ad un filo percorso da corrente a svariate distanze seguano una legge ancora ignota, e come il Verdet abbia proposto per spiegare le apparenti anomalie di magnetizzazione, l'ipotesi che gli elementi magnetici spostati per l'azione della corrente oscillino attorno ad una posizione di equilibrio, e che, se questa azione è istantanea, essa abbia per effetto unico di comunicare ai piccoli elementi un impulso iniziale: una volta poi in moto, gli elementi siano sottoposti ad azioni reciproche ed alla forza coercitiva, che contraria il loro moto. Le posizioni in cui questi elementi finiscono col fermarsi dipenderanno dagli impulsi iniziali e gli elementi possono compiere una completa rotazione e

(1) *Mem. di Fisica Sperim.* del Prof. Stefano Marianini, pag. 28, vol. 2.°

(2) Verdet, libro citato.

per conseguenza i corpi non risultare magnetizzati. Più rare sono le anomalie di magnetizzazione quando s' adoperi un nucleo di ferro dolce in luogo di un nucleo di acciaio, ma non si può dire che neppure in tal caso si possa sempre prevedere dalla direzione della scarica la direzione della escursione dell' ago della bussola.

Oltre la oscurità che regna sulla dipendenza certamente assai complessa fra le scariche elettrostatiche e la magnetizzazione, si noti che, se il ferro è eterogeneo, a seconda della natura del ferro la permeabilità ed il potere coercitivo di questo variano grandemente da punto a punto, e quindi benchè la scarica fulminea lasci traccie permanenti e caratteristiche del suo passaggio, quando vi sia ferro, se nessun apparecchio è predisposto riuscirà impossibile coordinare queste traccie metodicamente, tanto da farsi un idea del campo magnetico che le ha prodotte. Nello stato attuale della scienza dato anche un apparecchio di tal genere la ricostruzione ideale del campo non sarebbe possibile; ma se ancora è ignota o quasi la legge del fenomeno, non è forse lontano il giorno in cui la scoperta di tal legge renderà preziose tutte le osservazioni che in proposito siano state fatte.

Nei casi da me osservati la giacitura accidentale dei pezzi di ferro che erano nell' ambiente pel quale si scaricò il fulmine; la forma di questi, irregolare e complessa, la loro eterogeneità, ed insomma l' aver dovuto far osservazioni in massa e non sistematiche, fa sì che non è possibile coordinare queste convenientemente, e quindi le riporto qui saltuariamente come le ho fatte più a titolo di curiosità che altro.

Non fu senza una certa meraviglia che io ebbi a constatare quanto le traccie di magnetismo siano numerose, e quanto spazio invadano.

I fenomeni percepibili dai nostri sensi son ben poca cosa rispetto alla totalità dei fenomeni che accompagnano il fulmine; e se si resta attoniti davanti alle azioni meccaniche e chimiche cui questo dà luogo, azioni tutte facilmente riproducibili ad arte, che cosa non dovrà dirsi dell' immenso campo magnetico

cui il fulmine dà origine, che ha certo tanta intensità e tanta ampiezza da non poter essere in niun modo riprodotto coi mezzi di cui ordinariamente si dispone?

Anche molti giorni dopo della scarica fulminea a chi esplori l'ambiente pel quale essa è avvenuta, appaiono polarità magnetiche e magnetizzazioni intense in tutti i pezzi di ferro circostanti alla traiettoria della scarica a cinque o sei metri di raggio. Così nella casa posta in villa S.ta Caterina anche quindici giorni dopo quello in cui cadde il fulmine, un attaccapanni posto circa a sei metri dalla finestra, che nel davanzale mostrava le strie caratteristiche descritte, possedeva polarità molto chiare.

Vi è fra queste una certa simmetria: simmetria che si ripresenta poi in tutti i ferri che ebbi ad esaminare per quanto la loro forma fosse capricciosa: fra questi è notevole la testata di un letto dove le polarità sono simmetriche rispetto all' asse longitudinale.

L' armatura da cui è sostenuta la campana dell' Opera Pia Bianchi offrì alla esplorazione polarità numerosissime. Anche in questo caso è singolare la disposizione di queste. Più regolari sono invece le polarità assunte dalle grondaie del tetto del terazzo.

Lo spettro magnetico ottenuto da una piccola zappa attraversata dalla scarica in Casinalbo, la mostra dotata di una tripla polarità.

Si è già detto incidentalmente che le balaustre delle scale dell' Opera Pia a Casinalbo offrivano intense magnetizzazioni, ora, rispetto a queste, si noti che queste balaustre hanno verso l'alto la polarità Nord, verso il basso la Sud, ed in generale nella armatura che sostiene la campana in basso appaiono i Nord, ed in alto i Sud.

Questo disaccordo sulle direzioni delle magnetizzazioni è il più saliente, ma se si cerca di metter d' accordo le varie polarità magnetiche in un ambiente, tanto almeno da poter farsi una idea sommaria della distribuzione generale del magnetismo, ci si accorge tosto che ciò non è possibile e per poco che si pensi sarebbe strano che avvenisse altrimenti.

Siccome le scariche fulminee sono probabilmente sempre oscillatorie, con un periodo più o meno breve, così un sistema qualunque di pezzi di ferro che sia nel nembo magnetico che accompagna dette scariche, si troverà durante una scarica in un campo magnetico che subisce rapidissimi cambiamenti, donde naturalmente singolarità nella magnetizzazione finale, che è la risultante di quelle che si son sovrapposte via via l'una all'altra. E nei singoli pezzi di ferro questa risultante sarà diversa, dato che diverso sia il potere coercitivo di essi; quanto il potere coercitivo è maggiore, tanto maggiore è per così dire il numero delle magnetizzazioni che restano permanentemente, ed hanno influenza sullo stato magnetico finale; sulla diversità nello stato magnetico risultante che possono produrre piccole diversità di potere coercitivo, non se ne sa nulla.

Infine la rapidità estrema delle variazioni del campo ed una certa inerzia che oppone il ferro impuro e più del ferro impuro l'acciaio (tanto maggiore quanto più si scosta dal essere ferro dolce) alla azione magnetizzatrice, complicano vieppiù il fenomeno, sicchè infine si spiega ampiamente perchè le traccie magnetiche lasciate dal fulmine appaiano capricciosissime.

La stessa complicazione di fenomeni non vi sarebbe forse se fosse opportunamente predisposto un sistema di barre d'acciaio assolutamente omogeneo, lontano da ogni azione magnetica perturbatrice, collocato normalmente al meridiano magnetico del luogo.

Secondo lo scopo speciale che si proponesse l'osservatore dovrebbe variare la forma e la dimensione del sistema che, per certe osservazioni, potrebbe anche ridursi al reelettrometro del Marianini. Nè solo alla esplorazione dello spazio dopo la caduta di un fulmine potrebbe forse servire il sistema di barre proposto, ma altresì alla esplorazione continuata dello stato magnetico della atmosfera.

Planté (1) non esita di affermare: " è lecito di attribuire

(1) *Phenomènes electriques de l'Atmosphère.*

„ queste spaventevoli meteore (trombe e cicloni) alla rotazione
„ magneto dinamica delle correnti elettriche dell' atmosfera, alle
„ quali le nubi servono di conduttori mobili ed il movimento
„ delle quali si comunica alle masse d' aria che le circondano „.
Quale splendida conferma di tale ipotesi se si potesse osservare direttamente intenso campo magnetico l' ambiente ove tendono a formarsi trombe e cicloni!

Ing. Giorgio Levi.

NOTE TERATOLOGICHE

Quando mi accinsi a compilare queste note teratologiche intendevo di occuparmi soltanto di un caso teratologico in un pulcino che mi era stato mandato per esame. Ma poi avendo trovato nel nostro Museo Zooiatrico diversi esemplari di anomalie e mostruosità negli uccelli, ho creduto opportuno di allargare il campo del mio studio, descrivendo tutte quelle anomalie e mostruosità che mi venne dato di esaminare in questi animali.

Non intendo qui di discutere punto sulla teratogenesi esponendo le varie teorie che se ne contrastano il campo e nemmanco d'intrattenermi sulle più razionali classificazioni delle anomalie e delle mostruosità, perchè dovrei entrare in un pelago di disquisizioni difficili e intricate, e affrontare problemi intorno ai quali non si può parlare con sufficiente competenza, se non quando si siano raccolte osservazioni in buon numero, o si siano eseguite indagini ed esperienze, che io non ho fatto, nè avuto modo di fare.

Limiterò quindi il mio lavoro alla descrizione di quelle anomalie e mostruosità che ho potuto esaminare, restringendo per ora il campo ai soli uccelli, e riserbandomi di ritornare sull'argomento ed estendere la descrizione anche alle anomalie

e mostruosità dei mammiferi che si trovano nello stesso nostro Museo Zooiatrico, se troverò che offrano qualche particolarità interessante, come mi pare che l'offrano quelle che ora andrò descrivendo.

Accorciamento e divisione del becco superiore.

(*Brachyrrhynchus meso-schisi*).

Le anomalie del becco degli uccelli per quanto mi risulta da ciò che ho trovato nei diversi trattati e lavori di teratologia da me consultati, non sono molto numerose.

Si trova descritto l'incrociamento dei becchi in alcuni uccelli e specialmente nei passeri; si rinvenne in qualcuno di essi la divisione mediana del becco, e Gurlt descrisse in un'oca una deformità delle ossa nasali (*perocephalus brachyrrhynchus*) (1).

Il Larcher pure descrive alcune deformità e deviazioni del buco, avvertendo che si trovano egualmente negli uccelli selvatici, domesticati, o cattivi, e che di preferenza si osservano nel becco superiore (2).

L'anomalia però che sembra meno rara negli uccelli è l'accorciamento del becco superiore (*brachyrrhynchus*) della quale si sono trovati parecchi esempi in diverse specie di volatili.

Non avendo veduta menzione nei testi e negli scritti che ho potuto consultare, di una anomalia che ho avuto occasione di esaminare in un pulcino che si trova nel nostro Museo di Veterinaria, ho creduto opportuno di ricordarla e descriverla in queste note teratologiche.

Nel tutto assieme del suo corpo questo pulcino, per quanto non mostri speciali anormalità, dà l'idea di un qualche cosa di

---

(1) Taruffi, *Storia della Teratologia.* Bologna, Parte I, Vol. VI, Parte prima, pag. 501.

(2) Larcher, Melang: de Pathol: comp: et de Teratol. Paris: Asselin 1873.

deforme e di irregolare in riguardo alle proporzioni del suo corpo e alla conformazione delle varie sue parti.

Questa direi così deformazione e irregolarità d'insieme si accentua poi e prende un carattere ben definito in alcune parti, ma specialmente riguardo al becco superiore, alla appendice caudale ed all'ano.

Il becco superiore è più corto del becco inferiore di $^1/_2$ centimetro (1) ed è per dippiù diviso sulla linea mediana, in modo però che offre piuttosto l'aspetto di due becchi superiori raccorciati e rimpiccioliti che di un becco che abbia subita una divisione.

Questo aspetto e questo carattere lo si deve a mio avviso ad un'altra particolarità che si osserva in questa anomalia, e cioè che alla divisione del becco, corrisponde anche quella dell'osso intermascellare che è diviso all'indietro fino all'orifizio gutturale della cavità nasale, col quale si congiunge formando una fessura sola.

A prima vista la divisione dell'osso intermascellare non sembra interessare tutta la sua spessezza, ma osservando attentamente si scorge che la parte superiore della fessura anormale resta chiusa solo apparentemente per l'impianto della piccola cresta appena sbocciata, la quale s'insinua alquanto nella divisione dell'intermascellare.

Anche l'orifizio delle narici non è normale, giacchè invece di presentare una unica e larga apertura, come dovrebbe essere naturalmente, si presenta come se vi fossero più aperture piccole con anfrattuosità e accartocciamenti nell'orifizio stesso.

Oltre a queste deformità il pulcino ne presenta altre come dissi alla coda e all'ano.

La coda e relative vertebre coccigee sono appena riconoscibili e contrassegnate da una ripiegatura ed espansione della cute,

---

(1) La lunghezza del becco inferiore dalla inserzione alla punta è di Cm. 1,4.
La lunghezza » » sup. » » » » 0,9.

la quale si dispone leggermente a ventaglio mostrando sul suo margine libero le stigme della inserzione delle penne cadute o portate via.

Circa $^1/_2$ centimetro dietro di questa ripiegatura se ne osserva un'altra più sottile, disposta ad embrice, che trovasi nel punto che corrisponderebbe all'orifizio anale mancante (atresia).

Diprosopia. (*Diprosopus tetraophtalmus*).

La diprosopia è una mostruosità abbastanza comune e conosciuta negli animali vertebrati, e specialmente poi nei vitelli.

Per quanto ho potuto rilevare non mi sembra però altrettanto comune negli uccelli, ed è per questo, come anche per alcune singolarità presentate dal becco che ho creduto descrivere questo caso di diprosopismo in un pulcino conservato nel nostro Museo di Veterinaria, quantunque essendo stato il pulcino stesso imbalsamato, debba limitarmi a far cenno de' suoi caratteri esteriori così come cadono sotto gli occhi.

La testa sembrerebbe unica tranne che anteriormente dove essa ha due faccie.

La dupplice faccia presenta sulla linea mediana di congiunzione due occhi molto ravvicinati, e ne presenta altri due lateralmente.

I primi due si trovano quasi sullo stesso piano, ma l'occhio destro della faccia di sinistra è spinto verso la commessura del becco, mentre l'altro ha la posizione pressochè normale.

Anche i due occhi laterali sono in posizione un po' anormale, giacchè l'occhio destro del pulcino a dritta è più in basso dell'occhio sinistro del pulcino di sinistra.

Questi spostamenti e deviazioni degli occhi si trovano in rapporto con altri spostamenti delle teste, e del becco.

Infatti la testa del pulcino di destra ha compiuto un piccolo movimento di rotazione in basso e a destra, in conseguenza del quale il becco superiore, che è alquanto più corto del becco

superiore dell'altro pulcino, si è alla sua volta portato alquanto a destra ed in basso.

Ma l'alterazione più significante si trova nel becco inferiore dei due pulcini, perchè mentre i due becchi si trovano fusi assieme nel punto della commessura buccale, il becco del pulcino destro si porta fortemente in basso, e ne risulta così che il pulcino destro rimane a bocca spalancata, e il becco inferiore dell'altro pulcino essendo stirato verso l'altro si ha un sensibile incrociamento fra il becco inferiore e superiore del pulcino sinistro.

Noterò da ultimo che mentre il becco superiore della faccia destra è, come dissi, accorciato, quello inferiore è di lunghezza normale.

Dicefalia. (*Dicephalus cyclops*).

La dicefalia negli animali mammiferi non è molto rara, e parimenti non lo è neppure negli uccelli.

Desumendolo dal riepilogo che il Prof. Taruffi fa dei casi di dicefalia descritti dai varii autori si avrebbe: *a*) che fra i mammiferi la dicefalia si osserva specialmente nei vitelli perchè sopra 111 casi osservati in sette specie di animali, 79 appartengono a vitelli; *b*) che negli uccelli si è notata specialmente sui polli e piccioni giacchè sopra 17 casi di dicefalia, 8 sarebbero dati dal gallo, sette dal piccione, e due dall'anitra; *c*) che nei rettili la si riscontra più di sovente nei serpenti (11 casi su 15 osservati in tre specie).

Il caso che descriverò si riferisce ad un piccione, nel quale esistono due teste, una normale e l'altra difettosa.

Quest'ultima è parzialmente fusa e immedesimata colla prima, alla quale si attacca lateralmente a sinistra verso il cominciamento del collo. Dopo un piccolo tratto, se ne disgiunge posteriormente allontanandosi alquanto dalla colonna vertebrale sicchè il collo della testa normale resta un po' divaricato e contorto. Successivamente la seconda testa formando anteriormente

un tutto solo col collo, va ad inserirsi al torace per mezzo del rivestimento cutaneo, il quale visto dal di dietro forma come un piccolo e breve secondo collo.

La testa sopranumeraria presenta poi alla sua volta alcune deformità.

Anzitutto nel suo complesso è più piccola dell' altra; il becco inferiore sebbene normale, è alquanto spostato nella sua direzione e rivolto verso l' interno.

La lingua pure è normale; regolare è l' apertura laringea, al di sopra della quale si scorge una specie di linguetta inserta fra le due branche del becco, che richiama alla memoria l' epiglottide od opercolo epiglotteo.

Al di sopra del becco inferiore e in luogo della cavità orale si trovano le due cavità orbitali fuse (ciclopia), che contengono una vescicola incorniciata in una ripiegatura cutanea sottile che funziona da grande ed unica palpebra.

Aperta la vescicola ne esce un corpo poltiglioso, del quale in causa del deperimento subito dal preparato è impossibile determinare la natura, ma che con ogni probabilità è da ritenersi, come lo ritengo, l' occhio, o meglio le due vescichette oculari primitive fuse assieme (sinoftalmo) allo stesso modo che si sono fuse le due cavità orbitali e le due palpebre.

Superiormente alla cavità orbitale, presso a poco sulla linea mediana scorgesi un corpicciuolo che sporge a modo di picciuolo e che certamente rappresenta l' abbozzo mal riuscito del becco superiore.

A proposito di questa mostruosità credo opportuno di notare che se i dicefali non sono rari negli uccelli, ed in essi non è nemmeno infrequente la ciclopia, la dicefalia con ciclopia in una soltanto delle due teste non so che sia stata descritta negli uccelli, ma è certo considerata anche negli altri animali rarissima, come viene affermato anche dallo stesso Taruffi (1)

(1) Taruffi op. cit., T. VI, pag. 367.

allorchè parlando della osservazione fatta dal Blasio nel secolo XVII circa ad un caso di ciclopia nei feti umani, aggiunge che questa osservazione fu assai importante trattandosi di un dicefalo nel quale l'alterazione (ciclopia) era soltanto in una testa.

Ciclopia.

Il pulcino ciclopico che vengo a descrivere si può dire regolarmente conformato in tutto il resto del corpo.

Il becco inferiore ha lunghezza normale; ma verso la sua punta si rivolta in sù quasi ad angolo retto, presentando in corrispondenza all'angolo stesso un'ingrossamento. Si direbbe che il becco fu fratturato e che nel punto del risaldamento si è spostato e rimasto ingrossato.

La lingua è sottile, un po' corta, alla sua estremità anteriore fortemente aguzza, colla sua punta rivolta in basso, e invece di trovarsi adagiata nel canale del becco inferiore, è spinta in senso inverso.

La testa di questo pulcino si può dire più che per metà occupata dalle orbite fuse, le quali sostituiscono completamente la bocca, cosicchè l'aspetto di questo pulcino ciclopico è come se la bocca fosse forzatamente aperta e ricolma dalla massa oculare che non abbia potuto inghiottire e si sforzi di farlo.

La massa oculare è incorniciata completamente in una membranella ben distaccata dalla massa oculare stessa; membranella che potrebbe essere a prima vista, ritenuta per l' orlo buccale smisuratamente dilatato, ma che per la sua disposizione e specialmente per la struttura de'suoi margini si riconosce costituita dalle palpebre fuse assieme in un'unica grande palpebra.

I due occhi non sono veramente fusi come a primo aspetto sembrerebbero; anzi sono completamente distinti l'uno dall'altro, congiungendosi però sulla linea mediana con una specie di rafe.

Dagli occhi, dei quali si scorgono evidentemente le cornee e le sclerotiche, traspare dovunque un colore ardesiaco scuro, dovuto alla coroidea.

Le due vescicole oculari, o i due occhi sono alquanto spostati sicchè la massima parte della massa oculare si porta verso il vertice della testa, quasi a formare la fronte, ed è disposta in guisa da potersi credere che al di sopra dei due occhi vi fossero altri due occhi fusi assieme.

Al disopra della massa oculare e lungo la linea mediana spunta un peduncolo rotondeggiante, leggermente ricurvo all'avanti e carnoso che rappresenterebbe quella che in taluni mostri ciclopici della specie umana e di altri mammiferi viene designata col nome di proboscide o tromba olfattiva.

Rilevo però che questo peduncolo o proboscide che voglia dirsi, e che è un rudimento informe del becco superiore, non presenta nè i caratteri strutturali del becco, nè traccie di canali o di aperture come si verifica nelle cosidette trombe olfattive o proboscidi dei mammiferi ciclopici.

Deradelfia.

In parte a cagione del pessimo stato di conservazione di quasi tutti gli animali che presentano queste mostruosità, in parte per la complicazione e quasi confusione delle loro forme e pei mutati rapporti delle singole parti, riesce assai difficile dare una esatta e chiara descrizione di queste mostruosità.

Riserbandomi quindi ove occorra d'indicare quali siano nei singoli casi le particolarità che ebbi a riscontrare in ciascuno di essi, cercherò di rappresentar qui in un modo riassuntivo e sintetico quello che si potrebbe dire il piano regolatore di queste mostruosità.

In tutti questi deradelfi vi è una sola testa; due colli scheletrici rivestiti da un comune integumento, cosicchè il collo a prima vista sembra dover essere unico anche osteologicamente; e in tutti vi sono quattro ali e quattro arti.

Premesso ciò non saprei come rappresentare meglio questa mostruosità e darne una idea adeguata nelle sue linee generali se non imaginando che due pulcini siano tagliati in modo che

ad essi venga asportata tutta la parte anteriore del corpo cominciando dalla metà anteriore del torace fino all' orifizio anale, e un po' più un po' meno distante da esso.

Se si supponga che questi due corpi così mutilati vengano a congiungersi assieme dal lato dove sono tagliati e in modo che le linee di congiunzione formino le linee mediane, anteriore e posteriore del corpo, si avrà una idea della configurazione che verrà a prendere il pulcino mostruoso.

Naturalmente in conseguenza di ciò la topografia delle singole regioni del corpo verrà essenzialmente cambiata, specialmente perchè le due colonne vertebrali al cominciamento della loro porzione dorsale si contorcono e spostano, e invece di continuare verso la estremità coccigea in una linea posteriore e in un' altra anteriore, diventano laterali e scorrono di fianco.

In questo modo succederà, quello che si vede in tutti questi deradelfi e cioè che si avranno anteriormente sulla linea mediana in alto due ali, in basso due zampe, e altre due ali egualmente e due zampe lungo la linea mediana posteriore; che invece della appendice caudale si vedranno posteriormente due zampe, e lateralmente invece degli arti e delle zampe si scorgeranno le appendici caudali.

Sebbene su tutti questi uccelli deradelfi si abbia questa impressione come se fossero stati costruiti sopra uno stesso modello, ciascuno però di essi presenta alcune particolarità che non solo possono interessare per se stesse, ma possono servire di complemento e di spiegazione per quegli altri casi nei quali le stesse particolarità non sono riconoscibili o pel cattivo stato di conservazione dei preparati, o anche perchè, forse a scopo di esame e di studio, furono malmenati.

Pulcino n.° 1. — Testa, occhi, becco, normali. Il collo esteriormente un po' grosso sembra unico, ma toltone l' integumento si riconosce provvisto di due colonne vertebrali alquanto arcuate e contorte.

L' occipitale che sembra un po' allargato, invece di presentare nel mezzo il suo foro, vi mostra un forte ispessimento

osseo configurato in una specie di cresta triangolare colla punta anteriormente e colla base all'indietro. Lateralmente a questa cresta si osservano due fori piuttosto piccoli, rotondi, ben distinti che comunicano col doppio speco vertebrale.

Le ali e gli arti, situati come si disse, sono normali; normale è pure l'appendice caudale, ben provvista di penne; riconoscibile è l'uripigio.

Ho potuto riconoscere chiaramente soltanto la trachea e il laringe; dell'esofago, dello stamaco, come del resto del tubo digerente non ho visto traccia. Nella cavità toracica in mezzo a una massa poltigliosa mi è sembrato di scorgere frammenti informi di cuore e di fegato.

La cavità addominale è distesa enormemente da una sostanza giallastra, compatta, che ha l'aspetto di essudato, o di albumina coagulata e rassodata.

L'orifizio anale è ben distinto, ma al di là appena, verso l'interno del cavo addominale, si trova quella massa compatta giallastra, e non si possono riconoscere nè traccie di cloaca, nè di tubo digerente etc.

Pulcino n.° 2. — Anche in questo pulcino manca nell'occipitale il foro mediano, ed esistono invece i due fori laterali comunicanti colla doppia colonna vertebrale. In causa dei maltrattamenti subiti dal preparato non ho potuto riconoscere se esista quella cresta che descrissi nel pulcino n.° 1 come non ho potuto riconoscere l'esistenza della trachea, esofago etc.

Testa, becco, lingua, normali. Nella cavità toracica è abbastanza bene riconoscibile il cuore. È unico, ma un po' voluminoso. Si veggono anche brandelli di polmone. Sebbene il fegato sia unico, tuttavia a giudicarne dal grande numero di lobi che possiede, mi sembra che si tratti di due fegati riuniti e fusi. Credo anche che fosse doppio l'apparato digerente, perchè di esso si trovano due frammenti, uno a destra e l'altro a sinistra rappresentati da due tubi abbastanza lunghi, che vanno a terminare negli orifizii anali dopo aver subito in vicinanza ad essi un allargamento imbutiforme (cloaca).

Le ali e gli arti, situati come si disse, sono per conformazione normali. Solo è da notarsi che il dito esterno della zampa anteriore sinistra anzichè essere incurvato come gli altri due, in basso, è incurvato in senso inverso.

L'appendice caudale è normale, ben provvista di penne; l'uripigio, abbastanza distinto.

Nel complesso però la colonna vertebrale dorso-lombale, pur tenuto conto che il pulcino appartenesse a una varietà piccola di polli, sembra come raccorciata, e il corpo dell'animale come rattrappito.

Pulcino n.° 3. — Anche in questo la testa, gli occhi, il becco, la lingua sono normali. L'occipitale manca al solito del foro mediano, al cui posto si vede una specie di cresta come al n.° 1 e lateralmente alla quale esistono anche in questo caso i due fori che comunicano colle due colonne vertebrali.

La colonna cervicale di destra è molto incurvata, assai più di quella di sinistra.

L'appendice caudale è normale; riconoscibile l'uripigio.

Si riconosce bene il cuore unico; giudicandone dai numerosi lobi sembra che esistono due fegati, fusi in uno.

Agli orifizii anali terminano due tubi (intestinali) che alla loro terminazione si allargano ad ampolla (cloaca). All'infuori di questo tratto, del canale alimentare non se ne scorgono altre traccie, come neppure di laringe, trachea, esofago etc.

La cavità addominale è piena della massa giallastra indicata al n.° 1. Ali ed arti in numero di quattro, nulla offrono di particolare.

Pulcino n.° 4. — È il più maltrattato ed anche quello che trovasi nel peggiore stato di conservazione.

La testa è conformata normalmente e così gli occhi, ma il becco è incrociato, portandosi l'inferiore alquanto in fuori a sinistra e non combaciando quindi col superiore.

L'occipitale manca del foro mediano e della cresta; esistono i due fori laterali come negli altri casi.

La porzione cervicale della colonna vertebrale sinistra è

bene sviluppata e molto arcuata; la porzione della destra invece è sottile, ha consistenza elastica e piuttosto l'aspetto d'un cordone fibroso che di una colonna ossea.

Esiste una trachea ed esofago: unici. Dello stato dei visceri toracici ed addominali non si può dir nulla perchè è tutto una poltiglia.

Ali ed arti come al solito; appendice caudale ben provvista di penne, traccie di uripigio: orifizio anale perfettamente sviluppato.

Quaglia. — È benissimo sviluppata, e si direbbe che avesse vissuto qualche tempo. Nella generale configurazione del corpo presenta l'aspetto dei quattro pulcini già descritti.

Anche in questa quaglia si trova la mancanza del foro occipitale mediano, e in sua vece una cresta molto sottile e allungata, lateralmente alla quale si riscontrano i due fori che mettono nello speco vertebrale delle due colonne vertebrali della regione del collo, un poco arcuate e contorte.

La testolina, gli occhi, il becco, la lingua, tutto è normale e perfettamente conformato.

Si scorge distintamente la trachea e l'esofago: sono unici. Il cuore appare bifido ma non duplicato. Fegato, stomaco, intestino formano una massa indecifrabile.

L'appendice caudale, e le relative penne hanno i caratteri proprii di questi animali. Gli uripigii si distinguono bene, e così pure gli orifizii dei due ani.

Si scorgono distintamente i due sterni e le relative arcate costali, formanti delle due cavità toraciche una sola cavità.

Le quattro ali ed i quattro arti sono normali.

Data alla meglio la descrizione di questi deradelfi mi sia permesso di farvi sopra alcune considerazioni.

Quando per dare una idea della configurazione complessiva di queste mostruosità le ho rappresentate come se fossero costituite da due mezzi pulcini aderenti e fusi, non ho detto cosa inesatta dal punto di vista del raffigurarli come essi appaiono in realtà in via, dirò così, di conformazione esterna, ma con

un'attento esame ho dovuto persuadermi però che la cosa non era altrettanto esatta in via anatomica.

Perchè difatti a questa configurazione esterna avesse corrisposto una analoga costituzione o struttura anatomica, bisognava ammettere che in ambi i polli riuniti mancassero le ossa sternali e porzione ancora delle coste, e che l'unica cavità toracica fosse così formata dalle due metà toraciche posteriori saldatesi assieme, e si sarebbe stati quindi costretti ad ammettere che o gli sterni non si fossero mai sviluppati, o che essi e porzione delle costole si fossero successivamente atrofizzati.

Sebbene l'esame che avevo fatto di alcuni dei quattro pulcini mi avesse a prima vista quasi confermato in questa supposizione, non avendo potuto riconoscere in modo evidente e indiscutibile l'esistenza delle ossa sternali, tuttavia, messo anche in guardia dalle osservazioni fatte da altri in proposito, non trovavo una soddisfacente spiegazione del fatto, come non ero convinto della ipotesi che m'era forza imaginare per spiegarlo, e mi era nato ragionevolmente il dubbio di essere caduto in un'abbaglio, o anche in un giudizio addirittura erroneo in causa della pessima conservazione dei preparati, per la difficoltà di determinar bene i rapporti delle singole ossa, e di riconoscerle, tanto più che era probabile che in mezzo a tanta confusione e complicazione di sviluppo le ossa sternali e costali avessero potuto acquistare caratteri anormali od irregolari.

Fortunatamente venne in buon punto il caso di deradelfia presentato dalla quaglia, e questo mi servì per un perfetto orientamento, e valse ad accertarmi che se dal lato ezoognosico la rappresentazione di queste mostruosità poteva corrispondere, non aveva nessun valore dal lato anatomico.

Esaminando difatti con ogni accuratezza e con ogni precauzione questo animaluccio, che anche sotto il rapporto scheletrico era ben conservato, e studiandone più spēcialmente quella parte del corpo che nel senso della linea mediana anteriormente e posteriormente è interposta fra le ali e gli arti, riuscii senza molte difficoltà a riconoscere l'esistenza di un doppio sterno, uno davanti e un'altro dietro, colle relative costole.

Constatato questo fatto rifeci allora con anche maggiore attenzione l'esame in questo senso e a questo scopo dei quattro pulcini che avevo già esaminati e se non in tutti all'evidenza, riuscii in taluni (n.° 1) a riconoscere sulla linea mediana l'esistenza di una carena e relative costole tanto anteriormente quanto, sebbene con maggiore difficoltà, posteriormente.

Quantunque quindi in altri pulcini non mi sia riuscito di trovare che rudimenti o avanzi mal distinti di costole e di sterni sulla linea mediana, tuttavia è a presumersi che anche in essi siasi verificato ciò che così manifestamente si osservava nella quaglia, cioè che esistessero, più o meno anomali, in tutti questi deradelfi due sterni uno anteriore e uno posteriore, colle relative costole, d'onde poi ne era venuta la formazione di un'unica cavità toracica, formata dalle due cavità toraciche dei due pulcini in comunicazione fra di loro.

Se vuolsi ora ricercare come sia avvenuto questo fatto, la prima e più naturale ipotesi è che i due sterni ond'è composta la cavità unica toracica nei quattro pulcini e nella quaglia siano il risultato del saldamento delle due metà sternali di ciascuno dei due pulcini.

Oltrechè simile ipotesi non trova nè contraddizione nè opposizione nelle conoscenze che si hanno sullo sviluppo e sui rapporti embriologici fra coste e sterno, tale sembra anche l'opinione espressa in proposito da diversi autori, fra i quali, per citare uno dei più moderni, il Guinard (1) che riconfermando ciò che aveva già detto il Geoffroy S.t Hilaire scrive parlando del genere Sternopago, così: I due sterni sono l'uno e l'altro divisi in due metà ciascuna delle quali va incontro alle altre due metà dello sterno dell'altro individuo..... riunendosi per formare due sterni laterali comuni ai due soggetti.

Anche nel deradelfo come nello sternopago ognuno dei due sterni verrebbe costituito da due metà derivanti dai due pulcini,

(1) Précis de Tératologie etc., Paris 1893, pag. 430.

di modo che lo sterno anteriore e così il posteriore si formerebbe dalla metà dello sterno del pulcino di destra e dalla metà dello sterno del pulcino di sinistra.

In quanto ai visceri toracici e addominali se per le condizioni di pessima conservazione, mi riuscì difficile e in alcuni casi impossibile indicare in quale stato si trovassero, debbo però avvertire che desumendolo da quei casi nei quali quà e là era possibile riconoscere in modo indubbio un qualche viscere si può argomentare essere vero, ciò che, fatte le debite differenze fra uccelli e mammiferi, affermava il Geoffroy S.t Hilaire (1) ecioè " che (nei mammiferi) le porzioni sotto ombelicali sono doppie, ma le porzioni sopra ombelicali dell'adome, il torace e il collo contengono grande numero di parti uniche, simetricamente disposte in rapporto al loro asse di unione, e risultanti dalla fusione mediana di elementi appartenenti per metà a ciascuno dei soggetti che li compongono ".

Anche in questi pulcini troviamo qualche cosa d'analogo e mentre vediamo la trachea, l'esofago, il cuore, il fegato unico o coi caratteri di fusione di due organi in uno (fegato) troviamo poi dove è riconoscibile un doppio tubo intestinale che va a terminare ai due orifizii anali.

È vero che nel caso della quaglia il cuore si presentava con aspetto bifido, e il fegato anche in alcuni pulcini era costituito da un così grande numero di lobi da doverlo ritenere la fusione di due fegati, ma oltrechè ciò conferma quello che appunto il Geoffroy diceva circa la fusione mediana degli organi trovati unici, bisogna anche tener conto della grande variabilità di queste e di analoghe mostruosità doppie.

Da quello infatti che si può raccogliere dagli autori risulta che se la regola generale è quella indicata dal più volte citato teratologo francese, tuttavia tanto riguardo ai deradelfi, come ad altri congeneri mostri doppii lo stomaco, il fegato, il cuore,

---

(1) Histoire des anomalies etc., Paris 1832, T. III, pag. 144.

il tubo digerente possono presentarsi ora con caratteri di dupplicità, ora di unicità, ora di fusione, osservandosi persino in essi delle anomalie degli ureteri, dell'ano (atresie), della vescica orinaria.

Un fatto costante però verificatosi in questi mostri che ho descritti, è l'esistenza di un doppio foro occipitale in sostituzione dell'unico foro mediano, e della presenza quasi altrettanto costante nel posto di questo di una specie di cresta, od osso informe.

Ciò viene a confermare l'esattezza di quello che scriveva lo stesso Geoffroy S.t Hilaire a proposito dei deradelfi, la cui testa non considerava unica nel senso più ristretto della parola, ma nel senso del risultato di una fusione più o meno completa di due teste, notando tra le altre cose che esiste in questi casi o un solo foro occipitale molto largo e manifestamente doppio, o anche due fori occipitali, molto ravvicinati (locchè non è nel caso nostro, forse perchè si tratta di uccelli, e non di mammiferi?) e fra i quali sono interposti degli ossicini, che esso considera come le vestigia informi di una seconda faccia, la quale più accentuata negli iniopi, lo è meno ancora nei sinoti, e va riducendosi a zero nei deradelfi.

Pigomelia.

1. *Anitra domestica.* — Pare che fra gli uccelli l'anitra sia uno di quelli che meno infrequentemente offre dei casi di pigomelia.

È per dippiù notato dal Guinard (1) che fra gli uccelli l'anitra è quella che più particolarmente presenta dei casi di cefalomelia.

L'anitra pigomelica che fornì l'argomento di questa nota deve avere vissuto parecchi giorni, come lo si può arguire dallo

---

(1) Guinard, op. cit., pag. 484.

stato della cicatricola ombellicale e dallo sviluppo e abbondanza delle penne ond' è ricoperto il corpo dell' animale.

Essa è perfettamente conformata, in tutto il corpo e la sola alterazione che presenta consiste nella esistenza di un' arto sopranumerario, che è inserito lateralmente, a destra, dell' orifizio anale.

Questo arto non ha nessun rapporto nè colle vertebre coccigee nè col bacino, e si trova, a così dire, immerso nel tessuto connettivo sottocutaneo che è interposto fra l' apertura anale e la punta dell' ischio.

Al primo aspetto sembrerebbe facile la determinazione delle singole ossa che compongono l' arto sopranumerario, ma ciò invece riesce alquanto difficile.

Il primo raggio osseo, che s' incontra partendo dalla punta dell' ischio, e distante da questo circa un centimetro, è rappresentato da un' ossicino che misura la lunghezza di cm. 1,2; è piuttosto sottile, leggermente incurvato, rotondeggiante, liscio, come monco da un capo e termina con una escavazione, nella quale si articola un secondo osso alquanto più grosso del precedente, lungo centimetri 1,7, anch' esso alquanto incurvato, più sottile nel mezzo, e più largo alle due estremità.

Questo secondo osso si unisce per mezzo di una articolazione mal distinta e assai imperfetta ad altre due ossa, che si partono da esso quasi ad angolo retto, dirigendosi in senso opposto fra di loro, uno a destra ed uno a sinistra.

Debbo notare che mentre il primo ossicino è immerso nel tessuto connettivo della parete addominale, questo secondo osso è libero fuori della parete dell' addome, circondato da muscoli e come contenuto in una espansione cutanea ricoperta di abbondanti penne.

Le due ossa che ho indicate superiormente, quelle cioè che si dipartono dal secondo ossicino, non solo sono mal distintamente articolate con questo osso ma anche fra di loro, e piuttosto che articolate si direbbero accollate fortemente fra loro.

Queste ossa sono ricoperte dalla cute che è abbondantemente

provvista di piccole piume; attorno alle ossa non si scorgono muscoli.

Ognuna di queste ossa poi si continua con due altre (metatarsi) articolandovisi normalmente, e queste terminano nelle zampe che, tanto per riguardo al numero e alla posizione delle dita e delle unghie, quanto per riguardo alla membrana interdigitale, sono normali.

Il punto più scabroso in questo caso è di determinare quali ossa rappresenti il primo e il secondo raggio di questo arto sopranumerario.

Un punto intanto che non ammetteva discussione per parte mia era questo che i due raggi i quali in direzione opposta si distaccavano dal secondo osso di questo arto sopranumerario, erano due gambe.

Ciò era dimostrato non solo dal modo col quale le due ossa (tibie) si articolavano con quelle del metatarso ma anche dal fatto che le due ossa erano ricoperte da una cute e da piume eguali per i loro caratteri alla cute e alle piume che ricoprivano la gamba omologa normale.

Era dimostrato altresì che le ossa colle quali queste successivamente si articolavano erano i metatarsi, e lo provava il rivestimento cutaneo, affatto eguale a quello del metatarso omologo normale ed affatto sprovvisto di penne.

Ciò posto bisognava quindi ammettere l'una o l'altra di queste tre ipotesi e cioè: *a*) o che il primo raggio osseo dell'arto sopranumerario rappresentasse l'osso inominato, per quanto in modo irregolare ed anomalo; *b*) o che i due primi raggi ossei fossero due femori uno facente seguito all'altro; *c*) o che se il primo raggio osseo si volesse considerare come il femore, vi fossero tre tibie o gambe, sopra una delle quali s'innestassero poi le altre due.

Trattandosi di anomalie tutto è possibile, è vero, o dovrebbe essere possibile; tuttavia anche le anomalie hanno le loro leggi e sono trattenute entro certi confini; ed è appunto per questa considerazione che la seconda e la terza ipotesi non erano am-

missibili perchè non andavano d'accordo coi fatti che su tale argomento sono stati raccolti e registrati dalla teratologia.

Non restava quindi che da ammettersi che il primo raggio osseo rappresentasse l'osso inominato, sviluppatosi in modo irregolare e affatto incompleto.

Tale opinione fu confermata da un minuzioso esame delle varie ossa che componevano questo arto sopranumerario.

Ripetuta difatti più volte la osservazione coll'aiuto di lenti d'ingrandimento ebbi modo di riconoscere:

1.° che il primo raggio osseo, terminava nella sua estremità corrispondente all'osso successivo con una escavazione non molto profonda (cavità cotiloidea) anzichè con due condili e colla troclea, come avrebbe dovuto essere se si fosse trattato di un femore;

2.° che il capo articolare del secondo raggio osseo anzichè presentare le faccie articolari corrispondenti a quelle della articolazione della tibia col femore, presentava una vera testa articolare, rotondeggiante, perfettamente corrispondente alla escavazione cotiloidea.

La più naturale interpretazione adunque di questo fatto teratologico, è che il primo raggio osseo rappresenti per quanto irregolarmente l'osso inominato, ridotto ad una semplice striscia o colonna ossea provvista della cavità cotiloidea non molto pronunziata, e che le altre ossa rappresentino due arti sostenuti e derivanti da un femore unico.

Del resto comunque si voglia interpretare la cosa, riporto intanto qui alcune misure, dei varii raggi ossei rappresentanti l'arto sopranumerario e altre dimensioni di confronto cogli arti normali:

Lunghezza del primo raggio osseo dell'arto sopranumerario	Cm.	1.2
Lunghezza del femore dell'arto normale	„	1.8
„ „ „ „ sopran.°	„	1.7
„ della tibia dell'arto normale	„	3.4
„ „ „ „ sopran.°	„	2.1

Lunghezza del metatarso dell' arto normale . . . Cm. 2.0
„ „ „ „ sopran.° . . . . „ 1.8
„ della zampa dell' arto normale dalla articolazione metatarsica alla punta ungeale. . . . . „ 2.2
„ id. id. della zampa sopran.ª . . . . „ 1.8

Noto da ultimo che dall' esame dei visceri non è risultata riconoscibile in essi nè alcuna anomalia nè alcuna alterazione.

2. *Pavone.* — Poco si può dire del caso di Pigomelia presentato da questo uccello, perchè in seguito alla imbalsamazione avvenuta da tempo si sono perduti i rapporti esatti dall' arto sopranumerario col corpo dell' animale.

Tutta l' importanza quindi del caso sta nell' averlo trovato in un pavone.

L' arto sopranumerario è posto tra la coda e l' ano, alquanto lateralmente a destra.

L' arto è completo. Il femore, ricoperto da numerose penne pare superiormente inserirsi nel tessuto connettivo, dirigendosi dall' alto al basso e un poco a destra. Al femore fa seguito la gamba, diretta posteriormente. È normale ed essa pure ricoperta di penne. Si articola col metatarso che muta anch' esso direzione e si porta in avanti ed in alto, terminando con quattro dita, male conformate e come atrofiche.

3. *Pollo.* — Un caso più complicato di Pigomelia è quello che si osserva in un frammento di scheletro conservato nel nostro Museo.

Fra l' ischio sinistro, e fra le ultime vertebre sacrali e caudali, si vede incuneato un osso quadrato che porta inserto, quasi nel suo centro, un femore.

Le ultime vertebre sacrali e tutte le coccigee sono spinte a destra contro l' ischio del medesimo lato senza però che questo osso rimanga per ciò nè molto spostato nè in modo assai sensibile alterato.

Il femore è abbastanza robusto; è completamente saldato all' osso che lo circonda, e contrariamente a quello che succede

negli uccelli, nello stato normale, la cavità cotiloidea non è perforata ma verso la cavità pelvica presenta invece un rialzo osseo. Il femore ha la lunghezza di cm. 8 $^1/_2$ circa ed all'altra sua estremità termina in una espansione ossea informe lunga circa cent. 3. A destra dell'inserzione del femore si osserva un largo foro rotondeggiante (ischiatico) (1) limitato verso l'interno dal femore. A sinistra si nota un secondo largo foro (ischiatico), separato per una sottile lamina ossea da un terzo foro un poco più piccolo (foro ovalare). Superiormente al femore si osserva una specie di schiena che presenta al suo dorso degli indizii come di una saldatura avvenuta nel senso della sua lunghezza. Il resto dell'osso somiglia all'ischio. La saldatura colla pelvi normale avviene a sinistra per un tratto di centimetri 3,5 coll'ischio, anteriormente con parte del sacro, a destra colle due o tre prime vertebre coccigee, restando per il tratto successivo di poco più di 2 cent. completamente staccato dalle successive vertebre coccigee (2).

A primo aspetto si potrebbe credere che qui si trattasse di un'osso innominato sopranumerario incastrato fra le ossa del bacino, tenendo conto specialmente della esistenza di un'unico femore, ma osservando un poco attentamente il preparato, e tenendo conto specialmente della esistenza di quegli indizii di saldatura che si scorgono al di sopra del femore, della esistenza di due fori ischiatici e di un terzo ovalare; della dupplice escavazione che ha l'osso sopranumerario dalla sua parte interna non è fuori di luogo ritenere invece che si tratti di due ossa

(1) Negli uccelli rappresenterebbe la grande incisura ischiatica (Chauveau).

(2) Ecco alcune dimensioni:

Foro ischiatico normale	Diam.° longit.°	Cm.	1.	Diam.° trasv.°	Cm.	0.7
» destro sopran.°	»	»	0.8	»	»	0.8
» sinistro »	»	»	0.9	»	»	0.4
» ovalare normale	»	»	0.6	»	»	0.3
» ovalare sopran.°	»	»	0.8	»	»	0.5
Lunghezza massima dell'osso sopranumerario					»	5.0
Larghezza » » »					»	4.6.

innominate che si sono fuse in corrispondenza della cavità cotiloidea, con sviluppo naturalmente tanto più irregolare quanto più l'osso sopranumerario si trovava incastrato fra le altre ossa della pelvi.

È vero che l'esistenza di un solo femore, potrebbe far ritenere che si trattasse di un solo osso innominato, ma giova quì osservare che è assai più spiegabile l'esistenza di un solo femore con due innominati fusi, che non sia invece l'esistenza dei tre fori già indicati, della saldatura mediana, della dupplice escavazione etc. in un solo osso innominato.

Se d'altronde consideriamo che la cavità cotiloidea è anomala, che essa non presentasi nel suo fondo pertugiata, se consideriamo che il femore è dapertutto saldato alle ossa che lo circondano, se infine teniamo nota della terminazione informe del femore stesso in quella espansione ossea che fu già descritta, rileveremo in tutto ciò uno stato anormale, che viene a riassumersi poi nel risultato di essersi sviluppato un solo femore, e non due.

Pigomelia con polidattilia.

1. *Passero.* — Il passero che presenta questa anomalia è un maschio. Esso deve essere vissuto per qualche tempo in istato domestico presso una qualche famiglia, giacchè gli si scorgono le ali tagliate, come si usa per quei passeri che si lasciano liberi in casa.

L'animaluccio è benissimo conformato e abbondantemente provvisto di penne.

Alla estremità posteriore del corpo, un poco al disotto e a destra della coda e lateralmente all'orifizio dell'ano, che è normale, si distacca un'arto sopranumerario, che si congiunge al corpo dell'animale per mezzo di una robusta espansione cutanea.

Sembrerebbe che al principio dell'arto sopranumerario laddove l'osso s'innesta alla espansione cutanea esistesse un rudimento di femore, che sarebbe indicato da un ingrossamento

osseo. Sia o no, a questo ingrossamento, dirigendosi dal basso all'alto e alquanto all'esterno, fa seguito la gamba, molto sottile nella parte ossea, ma rivestita da un po' di musculatura e percorsa da alcuni filamenti, rigidi (tendini). Ai due terzi della sua lunghezza la gamba muta direzione ed inclinandosi ad angolo quasi retto diventa orizzontale, e si presenta così come se fosse stata fratturata e poscia si fosse saldata. A questa poi si unisce il metatarso ad angolo molto aperto dirigendosi in basso, all'indietro, e all'infuori e terminando con sei dita.

Lungo il metatarso si trovano alcuni filamenti esigui, rigidi che hanno i caratteri di sottilissimi tendini.

Senza voler dare soverchia importanza a questa osservazione, noto che l'infossatura che il metatarso dell'arto sopranumerario presenta anteriormente ed immediatamente al disotto del capo articolare che si unisce alla gamba, mi parve assai più profonda che non la corrispondente di uno degli arti normali che per confronto esaminai. Così mi parve ancora di rilevare che mentre nell'arto normale il metatarso va sempre più arrotondandosi quanto più si avanza verso le dita, nell'arto sopranumerario invece il metatarso si presentava come schiacciato e come leggermente solcato nel mezzo, divaricandosi poi e quasi biforcandosi per ricevere l'impianto di tre dita sopra ogni biforcazione.

Le sei dita che si trovano in questo arto sopranumerario rappresenterebbero due zampe riunite, mancando però in ciascuna di esse il pollice.

Le dita sebbene esili, sono normalmente conformate e portano le rispettive unghiettine, piccole anch'esse, ma completamente regolari.

Volendo dare dimensioni di confronto fra l'arto accessorio e i normali si ha che:

La lunghezza della tibia normale è di .	Cm. 3.
„ „ „ „ accessoria . .	„ 2.2
Metatarso dell'arto normale lungo . .	„ 1.9
„ „ accessorio „ . .	„ 1.6

Le dita accessorie sono circa della metà più brevi delle dita normali.

2. *Pollo.* — Il pulcino cui si riferisce questo secondo caso di Pigomelia con polidattilia è assai sviluppato, e in ottimo stato di nutrizione.

È normalmente conformato in tutto il suo corpo; ha la cicatricola ombelicale non ancora completamente saldata.

La direzione e la posizione delle ali e degli arti, è normale, come pure la loro struttura è regolare.

I due arti sopranumerarii che questo pulcino possiede si trovano inseriti al di sotto dell' orifizio anale.

Questo orifizio non è al suo posto, ma invece di trovarsi lungo la linea mediana è portato a sinistra, facendo al tempo stesso un mezzo giro d'inversione.

I due arti sopranumerarii s'impiantano sopra due femori circondati e nascosti da tessuto adiposo abbondante, ricoperti dall'integumento ben provvisto di penne. All'esterno, tolte che siano le penne, queste parti appariscono come un cordone fibro-adiposo che presenta, specialmente dalla parte superiore, una solcatura leggera, che segna la divisione fra i due femori i quali poi aderiscono all' ischio del lato sinistro. Coi femori si articolano imperfettamente le tibie, cui fanno seguito i metatarsi, e le dita. Tibie, metatarsi, dita, all'infuori di essere nel loro complesso più esili, e le tibie meno polpute, presentano caratteri normali.

Si riportano qui alcune dimensioni che possono interessare:

Lunghezza del femore normale . . .	Cm.	2.
„ „ „ unico sopranum.°	„	1.5
„ della tibia normale. . . .	„	3.
„ „ „ sopranum.ª . . .	„	3.
„ del metatarso normale . .	„	2.5
„ „ „ sopranum.° .	„	2.
„ „ dito mediano normale .	„	1.6
„ „ „ „ acces.° . .	„	1.6
„ delle dita sopranumerarie polidattili, dall' impianto all' estremità libera ungueale	„	0.5

Questo caso di Pigomelia non offrirebbe per verità nessun interesse speciale se non fossero da notarsi due particolarità. L'una è che le dita della zampa destra sono tutte rinversate; e l'altra è che nella zampa sinistra tra il dito posteriore (pollice) e il dito anteriore sinistro, un po' lateralmente, si trovano due piccole dita sopranumerarie, costituite soltanto dall'ultima falange, con unghie piccole sì ma perfettamente conformate.

Melomelia.

Tacchino. — Un'unico caso di melomelia ho trovato nella collezione del nostro Museo di Veterinaria, ed è riferibile a un tacchino.

Disgraziatamente l'arto fu amputato in modo da togliere molta della sua importanza a questo caso, nè io ne avrei fatta menzione se non si sapesse che questa mostruosità non è delle più comuni, anche fra gli uccelli.

Dal preparato come si trova non può rilevarsi nè d'onde questo arto sopranumerario si sdoppiasse, nè quale fosse la sua lunghezza. È presumibile però che non si inserisce molto in alto nella tibia altrimenti non sarebbe stato così mutilato.

Di questo arto accessorio non rimangono che due falangi e l'unghia, articolate ad un mozzicone d'osso (metatarso) che aderisce intieramente ed è come saldato al metatarso normale.

Dal numero e dalla conformazione complessiva del dito si direbbe che esso corrisponde al dito omonimo esterno della zampa; è un po' più esile ed alquanto contorto.

Avverto che anche in questo caso come nei due casi descritti dall'Ercolani (1) nel tacchino, l'arto sopranumerario si trovava inserito sull'arto posteriore sinistro con queste differenze però, che mentre nei predetti casi dell'Ercolani le parti acces-

---

(1) Ercolani, *Della Polidactylia e della Polimelia nell'uomo e nei Vertebrati.* Memorie d. Accad. di Bologna, serie 4, t. III, p. 727, anno 1881.

sorie sporgevano dal lato interno della tibia ed erano rivolte in alto (come del resto anche in una gallina descritta dal medesimo A.) nel caso presente l'arto accessorio si trova sul lato esterno della tibia, ed è rivolto in basso.

Eseguite le debite misurazioni ne risultò quanto segue:

Lunghezza del dito normale dalla sua articolaz. al metatarso fino alla inserz. dell'unghia	Cm.	4.4
Lunghezza del dito sopran. dalla articolazione etc.	„	3.8
Lunghezza dell'unghia del dito normale	„	1.5
„ „ „ sopran.°	„	1.2

Prof. Giovanni Generali.

ESPERIENZE DI OTTICA FISIOLOGICA

INTORNO

ALLE VARIAZIONI DELL'ANGOLO VISUALE

RISPONDENTI ALLA LUCE DECRESCENTE

« A'luoghi adunque bisogna aver gli occhi. Così ebbe
« Donatello nel famoso Zuccone del nostro Campanile del
« Duomo, nel fargli gli occhi: che di lassù pajon cavati
« con la vanga; che se gli scolpiva, di terra la figura
« parrebbe cieca; *perchè la lontananza si mangia la*
« *diligenza* ».

B. DAVANZATI. *Agli Accademici Alterati*, Lettera.

Considerando il disaccordo fra gli autori che, dalla metà del secolo scorso fino ad oggi, si occuparono delle variazioni dell'angolo visuale rispetto alla luce decrescente, ossia della legge di compensazione fra l'ingrandimento dell'angolo visuale ed il decrescimento della intensità luminosa, mi sono risoluto a ritentare lo studio sperimentale dell'argomento; colla speranza di formulare norme cliniche aventi valore nella pratica, e colla convinzione che la conoscenza del modo in cui questo fenomeno di compensazione ha luogo nelle condizioni normali dell'occhio valga a stabilire sopratutto un termine di paragone meno indeterminato, che non sia presentemente, per fissare i limiti della emeralopia e per iscoprire una serie di periodi iniziali di affezioni oculari retiniche: i quali periodi, appunto perchè si presentano con fenomeni funzionali di alterato rapporto di compensazione fra l'angolo visuale e la luce decrescente,

sfuggono alla esatta determinazione non solo, ma anche alla osservazione soggettiva diretta.

A riprendere queste esperienze mi è stato pure di incitamento l'avermi detto, anni addietro, l'amato mio maestro Prof. Reymond che il Donders, troppo indulgente invero verso di me, trovò non indegno di considerazione il mio primo lavoruccio, sopra lo stesso argomento, pubblicato fin dal 1878 (1).

Norme necessarie per le esperienze.

1.° L'occhio da esaminarsi si trovi lungo una stessa linea verticale con una sorgente luminosa artificiale, graduabile ed immediatamente al disotto di questa, in guisa che gli oggetti, verso i quali l'occhio dirige lo sguardo, si possano considerare sensibilmente equidistanti dall'occhio e dalla sorgente luminosa.

Con questa disposizione quindi una medesima distanza sarà in rapporto coll'angolo visuale e colla intensità luminosa, e servirà di norma per la misura di amendue.

---

(1) Dal saggio di Bibliografia che ho potuto raccogliere, e che ho disposto cronologicamente in fine di questa memoria, apparisce che le pubblicazioni intorno a questo argomento sono frequenti dopo il 1873; il che è indubbiamente dovuto al fatto della gara bandita in proposito dalla Facoltà Medica di Innsbruck nell'anno 1873 (*) che richiamò l'attenzione sopra l'argomento.

La parte storica venne ampiamente trattata in moto speciale, nel noto lavoro di Uhthoff (**), pubblicato nel 1886; ma debbo notare che in essa puro si omise di fare menzione dei notevolisssimi lavori del Reymond pubblicati negli anni 1871, 1872 e 1875 (***), dove sono riportate numerose esperienze sul modo di comportarsi dell'acuità visiva e dell'insufficienza di illuminazione in tipi normali che servono come termine di confronto per soggetti anormali. Questi studî del Reymond (i primi pubblicati in Italia sopra l'argomento in questione) informati ad un principio essenzialmente climico sperimentale sono di un valore pratico sostanziale.

Dal 1870 al presente non è passato anno in cui non fosse pubblicato per lo meno un lavoro sopra le ricerche di cui è questione nella presente memoria.

(*) Cfr. Posch, (N.° 85 della Bibliografia), pag. 14.

(**) Cfr. Uhthoff, (N.° 147 della Bibliografia), pp. 172-182.

(***) Cfr. Bibliograf. N.i 63, 64, 69 e 79.

2.° Una serie di oggetti di prova di diversa, graduata, crescente dimensione si trovi scaglionata dinanzi all' occhio verso una medesima direzione in modo che tutti gli oggetti possano venir fissati ad uno ad uno quasi contemporaneamente, ossia in un sol colpo d' occhio, mediante una breve oscillazione centrale nel campo di sguardo senza oscillazione o rotazione del capo.

Gli oggetti di prova quindi, a seconda della loro grandezza e della loro distanza, si possono presentare ad un tempo sotto angoli visuali diversi ed in condizioni di illuminazione diversa.

3.° La disposizione degli oggetti di prova, schierati al dinanzi dell' occhio, sia tale che l' oggetto di dimensione minore occupi il primo posto in vicinanza all' occhio; ad una distanza però, che (in grazia della dimensione dell' oggetto) entri in gioco il meno possibile l' accomodamento, e che l' oggetto fissato si presenti sotto l' angolo visuale minimo col quale può essere veduto distintamente.

La dimensione di questo primo oggetto quindi, in rapporto colla distanza dell' oggetto dall' occhio, rappresenta il grado massimo di acutezza visiva, ossia il Visus, dell' occhio.

4.° L' intensità luminosa della sorgente venga graduata in modo da bastare appena per la percezione distinta del primo oggetto di prova sovraccennato, posto alla massima distanza alla quale può essere veduto.

Questa intensità luminosa quindi rappresenterà il grado minimo di luce sufficiente compatibile col grado massimo di acutezza visiva rappresentato, questo, dal rapporto fra la dimensione del primo oggetto e la distanza dell' oggetto dall' occhio.

5.° La dimensione degli altri oggetti di prova, di dimensioni maggiori del primo, sia tale (rispetto alla luce) che, rimanendo immutata la intensità luminosa che limita la percezione distinta del primo oggetto veduto sotto il minimo angolo visivo, ciascuno di essi (sempre più discosto dalla sorgente luminosa quanto più esso è maggiore di dimensione) stia a tale

distanza da non poter essere ulteriormente allontanato senza che cessi di essere veduto distintamente.

Tutti questi oggetti quindi, di dimensioni maggiori del primo, trovandosi in luce insufficiente (1) (perchè ciascuno di di essi si trova non meno ma anzi più discosto del primo dalla sorgente luminosa), si presentano e sono veduti sotto un' angolo visuale maggiore dell' angolo minimo, cui potrebbero essere veduti (allontanandoli proporzionatamente alla loro dimensione) se la luce fosse per loro favorevole ossia sufficiente.

---

(1) Questo metodo, del quale mi sono servito, per ottenere i diversi gradi di luce decrescente, ricorda, nella disposizione generale, i metodi del MAYER (*) e del POSCH; (**) peraltro ne differisce essenzialmente nel concetto perchè, secondo esso, il soggetto mantiene costantemente, durante l' esperimento, la stessa posizione rispetto alla sorgente luminosa (trovandosi per così dire immedesimato colla medesima) e non cambia neppur posizione rispetto a ciascun cartello ottometrico (non allontanandosene nè avvicinandosene).

Insisto nel rilevare questa particolarità della posizione fissa del soggetto rispetto alle tavole ottometriche, perchè, indipendentemente dalla intensità luminosa assoluta (o splendore intrinseco) che ciascuna di esse tavole ha, per effetto della sua posizione rispetto alla sorgente luminosa, ciascuna di esse ha pure una intensità luminosa relativa rispetto alla posizione dell' occhio, per effetto della distanza che da questo la separa. E però, ad esempio, se l' intensità luminosa del lume, decresciuta, è tale da permettere appena, ad un occhio normale, una acutezza visiva $= \frac{5}{L}$, ove quest' occhio, *caeteris paribus*, si avvicini al cartello ottometrico, esso potrà godere di una acutezza visiva proporzionatamente maggiore di $\frac{5}{L}$ (ossia maggiore di $\frac{1}{10}$) nel caso che sopra lo stesso cartello sieno impresse lettere ottometriche di dimensione minore del N.° L e che per mezzo di queste lettere (di dimensione minore) si esamini l' acutezza visiva. Il non tener conto di questo fatto può diventare causa di errore, nella valutazione del rapporto fra acutezza visiva ed illuminazione, o per lo meno di maggiore complicazione di calcoli.

Non credo necessario accennare i diversi congegni studiati per graduare la luce nelle esperienze congeneri poichè sono molto noti; mi restringo a ricordare il diaframma ad apertura variabile del GOVI (***) perchè fu, direi il progenitore, di gran parte di essi.

(*) Cfr. Bibliograf. N.° **4.**
(**) Cfr. Bibliograf. N.° **85.**
(***) Cfr. Bibliograf. N.° **45.**

Essendo note la dimensione degli oggetti di prova veduti distintamente non che la loro distanza dall'occhio e dalla sorgente luminosa, si hanno i dati per valutare in qual modo la grandezza dell'angolo visuale compensi la luce decresente.

6.° L'esperimento venga eseguito in modo che, dopo di aver disposto gli oggetti di prova e graduata l'intensità luminosa, secondo le norme sopra indicate, ogni cosa rimanendo in sito, l'occhio (rimanendo il corpo immobile) possa successivamente rapidamente e quasi contemporaneamente fissare ad uno ad uno gli oggetti di prova ed assicurarsi di vederli tutti ugualmente distinti con l'intensità luminosa minima sufficiente per ciascuno.

Così stando le cose ne avviene di conseguenza che, per poco si abbassi l'intensità luminosa della sorgente, oppure, rimanendo fissa l'intensità luminosa della sorgente, per poco l'occhio, col corpo, indietreggi dalla sua posizione, ancorchè (in questo secondo caso) gli oggetti si presentino ancora alla visuale, gli oggetti cesseranno di essere veduti distintamente tutti ad un tempo, perchè nel primo caso difetta l'angolo visivo, nel secondo caso difetta l'intensità luminosa.

Materiale occorrente per le esperienze.

Tavole ottometriche. — Le tavole ottometriche, od oggetti di prova, di cui mi sono servito sono costituite da altrettanti cartelli quanti sono i numeri ovvero sia quante sone le dimensioni delle lettere messe in opera.

I numeri messi in opera sono i seguenti: I, II, III, IV, V, X, XX, XL, LXXX, C, CL, CC, CCC, DCXXX, ciascuno dei quali alla rispettiva distanza di metri 1, 2, 3, ecc. si presenta sotto un angolo di 5'.

Ciascun cartello porta litografato o dipinto, in nero matto su bianco matto, un solo numero della scala ottometrica, colle lettere majuscole B ed E una accanto all'altra.

Ciascuna di queste lettere è quadrata, secondo il tipo del Parangon Egiziaco, ha lo spessore del nero uniforme ed uguale

ad un quinto dell' altezza della lettera ed ha la nota dimensione: di m. 0,001454 di lato, pel N.° I.; di m. 0,00727 pel N.° V (MASSELON, *Examen fonctionnel de l'œil,* Paris 1882, p. 4); di m. 0,01454, pel N.° X e così di seguito per gli altri numeri in proporzione della loro grandezza secondo le norme degli *Optotypi ad visum determinandum* dello SNELLEN (Utrecht, Tip. P. W. Van de Weijer 1862).

Le lettere sono disposte sopra una sola linea e distano una dall'altra di uno spazio che equivale a $^2/_5$ della dimensione di ciascuna lettera del cartello.

Ambedue le lettere sono ripetute compatibilmente colla dimensione del cartello sopra cui stanno. Le lettere dei cartelli dal N.° I al N.° LXXX sono litografate; quelle degli altri cartelli sono dipinte a ad acquerello.

La dimensione dei cartelli litografati è uniforme ed è di di metri 0,20 × 0,30.

Gli altri cartelli, dipinti, sono di dimensione proporzionata a quella del N.° LXXX e portano, come questo, le due sole lettere E e B.

Ad eccezione dell' ultimo cartello ossia del N.° DCXXX, del quale disponevo di un solo esemplare, avevo a disposizione parecchi esemplari di ciascun numero degli altri cartelli. I cartelli dal N.° I al N.° LXXX sono montati sopra cartoncino rigido. I cartelli dal N.° C al CCC sono montati in un intelajatura rigida e leggera.

Ogni cartello dal N.° I. al CCC è perforato alla parte superiore da due occhielli, sopra una stessa linea orizzontale, i quali si agganciano a due beccucci a vite infissi in un asticciuola orizzontale, la quale sormonta una colonnetta verticale di legno munita di treppiede e facilmente trasportabile con una mano sola.

L' asticciuola orizzontale può innalzarsi abbassarsi e fissarsi lungo la colonnetta; e però il cartello può mantenersi all' altezza voluta dal suolo. Questa altezza, nelle esperienze fatte, era tale che la metà del cartello corrispondeva alla metà della distanza

in linea verticale fra l' occhio e la sorgente luminosa ed era circa di m. 1,75.

Un occhiello a vite in basso, che attraversa il cartello, permette di fissare solidamente il cartello alla colonetta in modo da impedire qualsiasi oscillazione del cartello quando la colonnetta viene trasportata.

La lunghezza dei beccucci dell' asticciuola orizzontale è tale da permettere che vi si possano agganciare e sovrapporre diversi cartelli sopra la stessa asticciuola oppure cambiare facilmente i cartelli sulla medesima secondo richiede l' esperienza.

Disponendo, come ho detto, di parecchi esemplari di ciascun cartello e di parecchie colonnette si può a volontà appendere più di un numero ad una stessa colonnetta, oppure disporre, sopra una stessa colonnetta, parecchi numeri uno sopra l' altro, oppure disporre sopra una stessa linea due o più numeri diversi montati sopra colonnette diverse.

Il cartello N.° DCXXX, essendo di dimensioni considerevoli, è poco maneggevole, e però, montato esso pure sopra un telajo, è applicato e fisso verticalmente contro la parete di un carretto a quattro ruote; la metà del cartello può essere innalzata fino all' altezza di circa 3 metri dal suolo.

Il carretto può facilmente venire spinto e tirato a mano in direzione normale al piano del cartello e adattarsi quindi alla posizione richiesta dallo sperimento.

Ecatometro. — Pur disponendo di canne metriche della lunghezza di due e di tre metri ciascuna e suddivise in decimetri e centimetri, per agevolare la rapida misura delle distanze, feci costruire un ecatometro.

Questo consiste in una robusta e sottile cinghia di tela cerata della larghezza di 15 centimetri e della lunghezza di 100 metri divisa in decimetri e colla segnatura in cifre dei metri. Questa cinghia rotolata sopra se stessa attorno ad un perno metallico con manovella si presenta come un cilindro di quindici centimetri di altezza e di 50 centimetri di diametro. Il rotolo è chiuso in una cassetta quadrata verticale. Al da-

vanti della cassetta sporge il capo libero della cinghia munita di maniglia e da un lato sporge la manovella. Il tutto presenta presso poco l'aspetto di un metro rotolato da tasca in proporzioni ingrandite. La cassetta è inchiodata sopra un asse che ne costituisce la base e che permette alla cinghia di venire rotolata e svolta senza che ne venga rovesciata la cassetta. Due maniglie laterali nella cassetta, ne permettono la facile presa ed il trasporto da un sito all'altro.

Potendo questo rotolo metrico facilmente stendersi sul piano raccogliersi e trasportarsi è dato pure di scegliere dove che sia il campo delle esperienze maggiormente adatto e di segnarvi sopra rapidamente le distanze volute.

Nelle esperienze eseguite, lo zero dell' ecatometro corrisponde verticalmente alla posizione del lume e dell' occhio, e sopra l'ecatometro si leggono le distanze, dei cartelli ottometrici, dall'occhio e dal lume.

Sorgente luminosa. — Il lume del quale mi sono servito è una lampada a gaz, tipo Argand, a tripla corrente con becco Bengel a doppia corona concentrica di fori. Le due corone portano in tutto 74 fori. Il tubo cilindrico di vetro, che circonda la fiamma, ha la lunghezza di 26 centimetri ed il diametro di 72 millimetri.

Alla base della galleria ho applicato una piattaforma metallica foggiata ad anello orizzontale la quale sostiene un cilindro di lamina sottile ed opaca del diametro di 14 centimetri che avvolge il vetro della lampada come un manicotto e funziona quindi da schermo circolare. Questo schermo, oltrepassata di poco l'altezza del vetro della lampada, sostiene, alquanto sollevata, una cappa leggermente conica, dello stesso metallo, dalla quale viene riparata la luce che si dirigerebbe in alto.

Alla parte inferiore, e precisamente all'altezza della fiamma, è praticata nello schermo un'apertura quadrata di 10 centimetri di lato che comprende nella sua porzione centrale la fiamma incorniciandola e distandone circa un centimetro tutto all'intorno.

Lo schermo cilindrico può girare sulla piattaforma, attorno al suo asse in modo da volgere il chiarore della fiamma verso la parte voluta.

L' intensità massima (1) che può dare la fiamma, munita dello schermo, col gaz alla pressione di circa 33 millimetri ed alla densità di 0,52 misurata col fotometro di Dumas e Regnault è di circa 6 Carcel che corrisponde a circa 36 candele steariche francesi, del tipo *étoile.*

Questo lume riposa sopra una mensolina orizzontale che può innalzarsi, abbassarsi e fissarsi lungo una colonnina verticale metallica, munita di treppiede, rigida, piuttosto massiccia ma suscettibile di essere facilmente trasportata. Il lume può quindi disporsi ed adattarsi in modo che la mensolina corrisponda al disopra del capo dell' osservatore, sormontandolo, e possa trovarsi coll' asse verticale della fiamma in continuazione coll' asse verticale del capo. In linea verticale l' occhio dista dalla fiamma di circa 35 centimetri.

Lungo la colonnetta metallica sopraccennata, sorreggitrice della mensolina e del lume, all' altezza di circa un metro dal piede, è applicato, lungo il tubo conduttore del gaz, il robinetto regolatore dell' entrata del gaz nel becco Bengel e però regolatore dell' intensità della fiamma a seconda della maggiore o minore apertura del medesimo.

Questa disposizione permette all' osservatore di tenere durante l' esperienza una mano al robinetto e quindi di regolare a seconda delle norme stabilite l' intensità della fiamma.

Nelle esperienze eseguite la variazione della intensità luminosa della fiamma oscillava fra un massimo di 6 Carcel ed un minimo di 2 a seconda delle modalità della esperienza.

---

(1) La misura della intensità venne praticata coll' apparecchio descritto e secondo le istruzioni per l' uso del medesimo indicate nella pubblicazione: *Étalon légal ou mesure type du pouvoir éclairant du gaz d' après les travaux de* MM. Dumas et Regnault, *deuxième édition.* Paris, Emile Durand, 1869, pp. 35 in 16°.

Schede. — Per segnare le distanze dei cartelli dall' occhio e dalla sorgente luminosa, mi sono servito di schede mobili di cartoncino rigido della dimensione m. 0,08 × 0,12 portanti ciascuno un numero progressivo dall' 1 al 100 stampato nel mezzo ed in alto.

Occorrendo ripetere più volte l' esperimento in una medesima seduta, ove si avesse a notare volta per volta la distanza dei cartelli dall'osservatore, ne verrebbe distratta l' attenzione, sarebbero necessarii più aiuti per eseguirle e non si potrebbe procedere con la celerità voluta. In vece posando le schede sull' ecatometro, nei siti che devono essere annotati, queste schede si possono con comodo raccogliere ad esperienze finite.

Avendo cura di posare le schede secondo il loro numero progressivo e, nel raccoglierle, di segnare sopra ciascuna il numero dell' ecatometro corrispondente al sito su cui essa giace riesce facile, trascrivendo sopra apposite tabelle i numeri segnati sulle schede, mettere in evidenza le esperienze eseguite.

Locale scelto per le esperienze.

Le esperienze vennero eseguite nel piano superiore dell' ala nord-ovest del Foro Boario di Modena gentilmente messo a mia disposizione dall' Onorevole Municipio.

Il Foro Boario è un elegante edificio di stile classico costituito da un corpo centrale ad arcate sostenute da poderosi pilastri e da due ale che simmetricamente si estendono ai lati del corpo centrale.

L' edificio misura esternamente circa 250 metri di lunghezza e circa 20 di larghezza. Il piano superiore di ciascuna ala è diviso lungo l' asse ed in tutta la sua lunghezza, da due serie di archi, in tre corsie di circa 6 metri di larghezza ciascuna.

La corsia centrale, fiancheggiata dagli archi, è la più alta e raggiunge al livello del sommo degli archi una altezza di 7 metri dal pavimento.

Lungo la corsia centrale, lateralmente contro i pilastri degli archi, in tutta la sua lunghezza da ambo le parti, è tesa a guisa di velario, una tela di color grigio scuro senza riflessi di circa 4 metri di altezza, a partire dal pavimento. La corsia quindi ha quasi l'aspetto di un tunnel.

Sull'asse di questa corsia centrale è disteso sul pavimento l'ecatometro sopra descritto. All'estremità sud-est della corsia sta, sopra il sostegno, il lume che corrisponde verticalmente allo zero dell'ecatometro.

La figura 1.ª della Tavola (in fine della presente memoria) è uno schizzo che dà una idea del modo in cui sono situati il lume ed i varii cartelli per fare l'esperienza alla quale si riferisce la Tabella XVIII (1).

---

(1) Prima di intraprendere queste esperienze di compensazione, ho voluto eseguirne alcune preliminari, tanto a luce artificiale quanto a luce naturale, intorno al minimo angolo visuale in relazione colla intensità luminosa minima che lo limita. In dette esperienze preliminari, delle quali ne trascrivo una colla relativa tabella verso il fine della presente nota, verificai i seguenti fatti:

1.° In un occhio normale, durante un medesimo momento sperimentale, l'intensità luminosa che limita il massimo di acutezza visiva, quando l'occhio fissa sotto il minimo angolo visuale una lettera delle tavole ottometriche di Snellen, è diversa a seconda della grandezza della lettera fissata.

Cosichè l'intensità luminosa minima la quale permette ad un occhio di godere il massimo di acutezza visiva, fissando, per es., il N.° X delle tavole ottometriche di Snellen alla distanza di 10 metri, diventa deficiente se l'occhio fissa il N.° L delle dette tavole alla distanza di 50 metri, ed è invece eccedente se l'occhio fissa il N.° V di dette tavole alla distanza di 5 metri.

E per conseguenza trattandosi di determinare una acutezza visiva qualsiasi, col mezzo di tavole ottometriche costituite da caratteri di grandezza diversa impressi sopra un medesimo piano, sarebbe necessario che la determinazione venisse fatta con intensità luminose diverse a seconda, cioè, della grandezza del carattere che serve di prova.

2.° Quando l'intensità luminosa generale dell'ambiente è uniforme, e limita il massimo di acutezza visiva di un occhio normale il quale fissi e veda un dato carattere delle tavole di Snellen: se quest'occhio, nello stesso momento sperimentale, volge lo sguardo a caratteri di dimensione minore del primo carattere fissato, ma situati a tale distanza da presentarsi sotto lo stesso angolo minimo, questi caratteri saranno pure veduti distintamente, ma illuminati soverchiamente; che se

Descrizione del tipo delle esperienze eseguite.

Mettendo in pratica, per quanto sperimentalmente mi fu possibile, le norme per le esperienze su esposte e valendomi del materiale sopra descritto, eseguii sopra alcuni soggetti una serie

---

quest' occhio, nello stesso momento sperimentale, volge lo sguardo a caratteri di dimensione maggiore del primo carattere fissato, ma situato a distanza tale da presentarsi sotto lo stesso angolo minimo, questi caratteri non saranno più veduti distintamente perchè insufficientemente illuminati.

Cosichè se un' occhio, a piena luce diffusa del giorno in campo aperto, si trova di fronte ad una serie di caratteri ottometrici di SNELLEN isolati di grandezza progressivamente crescente, disposti verticalmente e sensibilmente sopra una stessa linea orizzontale in modo che ognuno di essi si presenti all' occhio sotto uno stesso angolo visuale minimo e possa essere fissato in un solo colpo d' occhio (mediante una breve oscillazione dell' occhio nel campo di sguardo centrale): se l' illuminazione generale è tale che essa limiti il massimo di acutezza visiva per il carattere N.° X situato alla distanza di 10 metri dall' occhio, quest' occhio naturalmente avrà $V = \frac{10}{X}$ con luce minima sufficiente ossia con luce limite. Per conseguenza, ove l' occhio fissi il carattere N.° V, situato a 5 metri di distanza, questo carattere sarà veduto distintamente e l' occhio naturalmente avrà $V = \frac{5}{V}$ con luce soverchia. Ove l' occhio fissi il carattere N.° L, situato a 50 metri di distanza, questo carattere non potrà essere veduto distintamente e però l' occhio non potrà avere $V = \frac{50}{L}$, perchè il carattere N.° L trovasi per la distanza in luce affievolita rispetto all' occhio.

Affinchè l' occhio possa vedere distintamente il carattere N.° L, questo carattere dovrà essere avvicinato all' occhio ed allora crescerà l' angolo visuale sotto cui il carattere si presenta ed entrerà per conseguenza in campo la compensazione dell' ingrandimento dell' angolo visuale rispetto alla luce insufficiente.

Questi fatti sono indubbiamente in relazione colla legge di propagazione del moto luminoso in virtù della quale ciascun cartello ottometrico, considerato come oggetto luminoso a se, con qualsivoglia grado di intensità luminosa esso sia rischiarato, perde di intensità luminosa a seconda della distanza alla quale esso viene osservato.

Nella determinazione quindi tanto del grado massimo di acutezza visiva quanto dei gradi inferiori dipendenti dal decrescimento della illuminazione, a fine di poter valutare i gradi di luce corrispondenti rispettivamente ai diversi gradi di acutezza visiva, occorre tenere calcolo capitale della influenza che, sul grado di illuminazione, esercita la distanza del cartello ottometrico dall' occhio. In altri termini ad

di parecchie esperienze delle quali passo a descrivere particolareggiatamente il tipo, ossia ad indicare il modo tenuto nell' eseguirle.

Queste esperienze ebbero luogo in massima parte nei mesi di ottobre, novembre, dicembre 1893 e gennaio, febbraio, marzo 1894. L' ora scelta fu per lo più dalle ore 20 alle 21.

---

un dato grado di illuminazione corrisponde una data dimensione dei caratteri ottometrici per determinare il massimo di acutezza visiva di un occhio.

Esperienza eseguita il 27 luglio 1893 nel Tiro a segno provinciale di Modena (fuori di Porta S. Agostino) dalle ore 10 alle ore 11 antim. (*)

Il soggetto N.° I rivolto verso il ferma-palle, al davanti delle bocche dei diaframmi sta in piedi di fronte al cartello N.° I il quale è posto alla massima distanza alla quale egli può percepire distintamente le lettere *B* ed *E* del cartello; questa distanza è di metri 1,50.

Gli altri cartelli seguono il primo sempre allontanandosi dall' occhio, lungo le bocche dei diaframmi, sensibilmente sulla linea mediana, fino a che ciascuno di essi si presenti sotto il minimo angolo visuale col quale è veduto distintamente dal soggetto il quale rimane sempre in piedi fisso alla distanza di metri 1,50 dal cartello N.° I.

Tutti i cartelli, ad eccezione dell' ultimo (N.° CCC), che è più elevato degli altri di un metro, trovandosi contro l' arginello che precede il fosso dei segnatori attiguo al ferma-palle, sono all' altezza di metri 1,50 dal suolo. Tutti sono schierati verticalmente dinanzi al soggetto in modo che questi non è obbligato a spostarsi per fissarli ad uno ad uno.

Lo spazio di cielo che si scopre mettendosi al posto di ciascun cartello di fronte al soggetto, è serenamente azzurro. Il sole è splendido e batte in pieno sui cartelli. Il suolo è erboso e verdeggiante e non dà riflessi nè effetti di miraggio; la visuale quindi non è turbata nè deviata.

Le pupille del soggetto sono costantemente ristrette durante l'esperienza la quale viene eseguita da prima con amendue gli occhi liberi poi con ciascun occhio separatamente libero rimanendo l' altro coperto con schermaglio opaco ed in ultimo col solo occhio destro diaframmato, rimanendo il sinistro riparato dallo schermaglio opaco.

Queste diverse condizioni degli occhi non influiscono sensibilmente sulla posizione che prendono nei diversi momenti della esperienza i singoli cartelli esposti in piena luce quasi abbagliante. E però nella segnatura delle distanze (Colonna (**b**) della Tabella che segue) ho tenuto conto soltanto della posizione media.

Ho pure constatato che la posizione presa da ciascun cartello della serie, nei diversi momenti della esperienza, si mantiene invariata, anche immediatamente dopo

(*) Le indicazioni riguardanti il soggetto ed il materiale occorrente per le esperienze, tanto per questa come per quelle di compensazione, sono le medesime, e si trovano notate nel testo prima delle tabelle.

Il soggetto da esaminarsi, (del quale si determinò durante il giorno, nelle condizioni più favorevoli di luce, il massimo di acutezza visiva, separatamente per ciascun occhio, col mezzo

---

di aver verificato che cinque cartelli del N.° V e cinque del N.° XX, (messi ciascuno al posto dei cartelli N.° X, XX, XL, LXXX e CCC), richiedono che il soggetto loro si avvicini rispettivamente fino alla distanza di metri 7,60 e di metri 30,10 da ciascuno, affinchè essi possano essere veduti successivamente ad uno ad uno col minimo angolo visuale.

TABELLA
riguardante l'esp. del 27 luglio 1893

Soggetto N.° I.

Occhio esperimentato e sue condizioni: **OO, OD, OS liberi ed OD diaframmato.**

Differenza fra l'angolo visivo del 1.° termine e quello de 9.° termine = 0°, 1', 14''.

Termini dell'esperienza	Numero del Cartello ottometrico	Distanza in metri del Cartello dal Soggetto	Acutezza visiva — Genuina espressa in: frazione ordinaria	Acutezza visiva — Genuina espressa in: decimali	Acutezza visiva — in funzione del 1.° termine espressa in: decimali	Acutezza visiva — in funzione del 1.° termine espressa in: frazione ordinaria	Grandezza dell'Angolo Visuale in funzione del 1.° termine	Valore dell'Angolo Visuale
	(a)	(b)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(l)
9.°	CCC	331,00	$\frac{331}{300}$	1,10	0,73	$\frac{1}{1,37}$	**1,37**	0° 4' 34''
8.°	LXXX	90,00	$\frac{90}{80}$	1,12	0,75	$\frac{1}{1,33}$	**1,33**	0° 4' 26''
7.°	XL	54,50	$\frac{54,50}{40}$	1,36	0,90	$\frac{1}{1,11}$	**1,11**	0° 3' 42''
6.°	XX	30,10	$\frac{30,10}{20}$	1,50	1	$\frac{1}{1}$	**1**	0° 3' 20''
5.°	X	15,05	$\frac{15,05}{10}$	1,50	1	$\frac{1}{1}$	**1**	0° 3' 20''
4.°	V	7,60	$\frac{7,60}{5}$	1,50	1	$\frac{1}{1}$	**1**	0° 3' 20''
3.°	IV	6,10	$\frac{6,10}{4}$	1,50	1	$\frac{1}{1}$	**1**	0° 3' 20''
2.°	II	3,05	$\frac{3,05}{2}$	1,50	1	$\frac{1}{1}$	**1**	0° 3' 20''
1.°	I	1,50	$\frac{1,50}{1}$	1,50	1	$\frac{1}{1}$	**1**	0° 3' 20''

Osservando la soprastante tabella si nota anzitutto nelle colonne (d) (e) (f) (g) (l) che l'acutezza visiva, determinata coi cartelli ottometrici I, II, IV, V, X e XX

dei primi numeri della scala ottometrica), dopo essere stato circa 20 minuti allo scuro, viene condotto e fermato al di sotto della lampada la quale manda un debole chiarore.

---

si mantiene costante, effettuandosi col medesimo angolo visuale minimo, mentrechè, determinata coi cartelli XL, LXXX e CCC l'acutezza visiva decresce, effettuandosi con angoli visuali maggiori del minimo.

Indubbiamente una parte di questo decrescimento è dovuto all'affievolirsi della irradiazione luminosa dei cartelli per effetto della loro distanza dal soggetto; ma non devonsi però trascurare, quali cause pure della diminuzione di luminosità dei cartelli rispetto al soggetto, altre condizioni dell'ambiente relative all'atmosfera, ai riflessi ecc. Il decrescimento inoltre non procede in misura proporzionale specialmente per quanto riguarda l'ultimo intervallo; e questo può essere dovuto alle relativamente migliori condizioni di luce in cui si trova il N.° CCC che è più sollevato dal terreno contro lo sfondo del ferma-palle.

Osservando poi che la stessa illuminazione dei cartelli XL, LXX e CCC, la quale, per le distanze di metri 54, 90 e 331 dà luogo ad un graduato decrescimento dell'acutezza visiva, è invece bastevole per permettere, come ho accennato più sopra, un'acutezza visiva massima, misurata coi cartelli V e XX messi al posto dei cartelli XL, LXX e CCC, se ne può dedurre che le condizioni di luce dell'ambiente sono tali da ritenere l'illuminazione soverchia per i numeri ottometrici dall'I al XL, sufficiente pel N.° XL e deficiente pei numeri successivi.

Lasciati sul sito i cartelli ottometrici, nella loro posizione risultata dall'esperimento fatto e ripetuto dalle ore 10 alle ore 11 del mattino in piena luce, sono ritornato nel pomeriggio col soggetto N.° I e ho rifatto rapidamente, dalle ore 19 alle ore 19,20 le stesse esperienze del mattino a ciel sereno ma con la luce tranquilla e diffusa crepuscolare.

Come era a prevedersi, l'illuminazione del cartello N.° V, osservato successivamente nel sito dei diversi cartelli, la quale permette ancora di godere il visus massimo, ossia $V = \frac{7,60}{V}$ non basta più per godere lo stesso grado massimo (ossia $V = \frac{30,10}{20}$) col N.° XX messo allo stesso posto; l'illuminazione, mano mano decrescendo si riduce al punto che, nel ripetere l'esperienza alle ore 19,30, essa è appena bastevole perchè il soggetto possa fruire del massimo di acutezza visiva col solo N.° V considerato come il carattere ottometrico maggiore.

Considerando la presente nota aggiungo che trattandosi di indicare con un dato fisiologico il grado di illuminazione di un ambiente, si può ricorrere alla designazione della maggiore grandezza della lettera ottometrica che vale ancora a determinare il massimo di acutezza visiva in un occhio normale in quell'ambiente.

Cosichè, per esempio, torna possibile farsi un idea della illuminazione di un ambiente, indicando che l'illuminazione è tale da permettere ad un occhio normale

Si invita il soggetto a dirigere lo sguardo lungo la direzione dell' ecatometro ed a fissare uno dei numeri della scala ottometrica che aveva servito, antecedentemente durante il giorno, a determinare il massimo di acutezza visiva dell' occhio che viene esperimentato.

Il cartello corrispondente a questo numero (appeso alla colonnetta ad un altezza intermedia fra quella dell' occhio e quella della sorgente luminosa dal pavimento) è previamente posto nella direzione dell' ecatometro ma un po' a destra, a quella distanza che lungo il giorno fu trovata la massima distanza compatibile colla visione distinta misurata con quel numero delle tavole ottometriche che costituisce il primo della serie nelle esperienze.

Il soggetto quindi con la mano al robinetto regolatore del gaz e dell' intensità della fiamma, innalza gradatamente e lentamente l' intensità della fiamma, regolando, con prove e riprove la luce in modo che questa sia la minima sufficiente affinchè l' occhio percepisca distintamente il primo cartello sopra accennato e messo a posto.

Ciò fatto, l' intensità di luce considerata alla distanza alla quale si trova il sovracennato primo numero delle tavole rappresenta l' unità di luce relativa al massimo di acutezza visiva; e questa acutezza visiva, data dal rapporto fra la grandezza del numero ottometrico, di cui ci serviamo, e la sua distanza dall' occhio, si può alla sua volta considerare come rappresentante l' unità di Visus.

---

di godere ancora del massimo di acutezza visiva allorchè egli fissa le lettere ottometriche del N.° V o del N.° X, delle quali è nota la dimensione, oppure (ove occorra nelle esperienze riferirsi ad un occhio determinato) allorchè quest' occhio fissa lettere ottometriche cinque o dieci volte maggiori di quelle che gli sono appena sufficienti per la misura del suo massimo di acutezza visiva alla distanza di un metro.

E queste considerazioni io faccio avendo riguardo specialmente alla applicazione che ne può derivare nello stabilire delle norme per la determinazione del rischiaramento per le scuole e per le sale di studio.

Rimanendo immutata questa intensità luminosa, rimanendo immobile il soggetto e rimanendo in posto il primo cartello accennato, si procede alla collocazione degli altri cartelli.

Il secondo cartello, corrispondente ad un numero di Optotypi di dimensioni maggiori del primo, ove fosse illuminato sufficientemente sarebbe veduto distintamente dall' osservatore ad una distanza massima, proporzionale alla sua maggior dimensione e quindi sotto lo stesso angolo minimo sotto il quale è veduto il primo cartello; ma siccome al di là della posizione del primo cartello la luce incomincia ad essere insufficiente per l' aumentare della distanza dalla sorgente luminosa, così questo secondo cartello per essere veduto distintamente deve essere posto ad una distanza minore di quella richiesta dalla sua dimensione, ma pur sempre maggiore di quella a cui si trova il 1.° cartello messo a posto.

Un ajuto quindi con la colonnetta portante il secondo cartello, previamente posto a tale distanza da poter essere mirato ma non veduto distintamente, si avvicina all' osservatore fino a che questi possa vedere distintamente le lettere del 2.° cartello colla stessa distinzione colla quale egli vede quelle del 1.° cartello, passando colla visuale successivamente e rapidamente dall' uno all' altro; quando le sensazioni, ossia la visione dell' uno e dell' altro cartello si corrispondono, l' osservatore fa un cenno e l' ajuto depone la colonnetta, portante il cartello, sul pavimento dove rimane ferma.

Nella stessa guisa si opera per il collocamento degli altri cartelli.

Il numero dei termini dell' esperienza, ossia il numero totale dei cartelli posati per ciascuna delle esperienze fatte, non eccedette l' 11 e non fu inferiore al 5.

L' esperienza si considera finita quando i cartelli, o numeri della scala ottometrica, sono stati messi a posto nel modo ora indicato, e quando l' occhio, passando rapidamente dall' uno all' altro cartello, con una breve escursione della linea visiva nel campo di sguardo centrale, vede tutti i cartelli con uguale distinzione, ovvero sia quando l' occhio in questa breve escursione

della linea visiva ha, sopra ciascun cartello, la stessa sensazione del non confondere la lettera *E*, colla lettera *B*.

Ad esperienza finita, la disposizione delle colonnette coi cartelli lungo la corsia segna una debole curva, (che interseca la direzione dell'ecatometro), dovuta all'evitare che l'ombra di un cartello cada su quello che gli vien dopo e che ne copra quindi le lettere; a questo scopo anzi si adatta a conveniente altezza il cartello sulla colonnetta.

Quando si è allenati ad esperimentare, ogni singola esperienza, dal principio al fine, ossia dalla collocazione del 1.° cartello alla collocazione dell'ultimo, non richiede più di due o tre minuti primi perchè venga effettuata.

Occorre però in una stessa seduta praticare parecchie esperienze successivamente per ricavare in seguito la media delle distanze corrispondenti alla posizione di ciascun cartello rispetto al lume ed al soggetto, e stabilire una esperienza complessiva rappresentante la media delle esperienze eseguite in uguali condizioni. Finita la prima esperienza quindi, si depone sul pavimento, a' piedi di ciascuna colonnetta, portante il numero della scala ottometrica, una delle cento sehede numerate accennate antecedentemente nella descrizione del materiale per le esperienze, posando cioè il N.° 1 della scheda ai piedi della 1.ª colonnetta, e così di seguito posando la scheda N.° 11 a' piedi dell'ultima colonnetta se i cartelli adoperati nella esperienza sono in questo numero.

Dopo di che si spostano le colonnette, portanti i numeri della scala ottometrica, lasciando intatte sul pavimento le schede depositate; si riadatta la luce pel primo cartello e si ripete un'altra esperienza nel modo sopra indicato.

Ed una nuova serie di schede viene deposta sul pavimento nel sito occupato da ciascuna colonnetta in questa seconda esperienza; ponendo cioè, la scheda N.° 12 ai piedi della 1.ª colonnetta, la scheda N.° 13 ai piedi della seconda colonnetta e così di seguito.

Procedendo in questa guisa si possono eseguire dalle 10 alle 15 esperienze in meno di un'ora.

Si comprende facilmente come dalla disposizione della colonnette viene resa evidente l'esperienza, e dalla disposizione dei gruppi si ha una idea della media delle esperienze.

Le schede possono essere raccolte quando che sia, o immediatamente dopo le esperienze o, più tardi, in altro giorno. Nel raccoglierle si scrive sopra ciascuna di esse la distanza che la separa dal lume e dal soggetto calcolando questa distanza sull'ecatometro.

Conoscendo l'ordine secondo il quale furono deposte le schede, si legge sopra ciascuna di esse il numero corrispondente al termine della esperienza alla quale la posa della scheda si riferisce.

Sopra questi numeri infine vengono eseguiti i calcoli per la costruzione delle tabelle e dei diagrammi dimostrativi delle esperienze.

Soggetti coi quali si eseguirono le esperienze.

Esperimentai con quattro soggetti dei quali i primi tre adulti ed il quarto adolescente.

Soggetto **N.° I.** — G. M. Dottore in medicina, leggermente ipermetropico, di una ipermetropia di circa mezza diottria, vinta sempre dall'accomodamento, con acutezza visiva $= \frac{7,5}{V}$. Le esperienze con questo soggetto vennero eseguite senza la correzione della ipermetropia.

Soggetto **N.° II.** — L. M. Studente in medicina, miope di 3 diottrie. Corretta la miopia, l'acutezza visiva è di $\frac{5}{V}$. Le esperienze vennero eseguite colla correzione della miopia.

Soggetto **N.° III.** — E. A. A. Signora emmetropica con acutezza visiva $= \frac{7,5}{V}$.

Soggetto **N.° IV.** — G. P. Giovane di campagna, emeralopico per retinite pigmentosa, miope di 6 diottrie con acutezza visiva, corretta la miopia, $= \frac{2}{V}$. Le esperienze si fecero colla correzione della miopia.

Variazioni o modalità nel tipo delle esperienze.

Mantenendo sempre lo stesso tipo di esperimentale sopradescritto, ho variato in diverse guise le condizioni oculari dell' osservatore, durante l' esperienza, variando pure la dimensione del numero ottometrico scelto per la determinazione dell' acutezza visiva iniziale ossia variando il numero del primo cartello messo a posto e che corrisponde a V = 1.

Le variazioni introdotte nelle condizioni oculari sono le seguenti:

1.° Esperienze fatte con ambedue gli occhi *liberi,* ossia senza alcun schermo.

2.° Esperienze fatte con un occhio solo *libero* essendo l' altro coperto da uno schermo opaco. In questo caso l' osservatore porta sul naso una leggera montatura di occhiali a tempiali, nella quale un vano è occupato da sottilissima lastra metallica annerita e leggermente bombè al di fuori.

3.° Esperienze fatte con un occhio coperto dallo schermo opaco e con l' altr' occhio *diaframmato* ossia coperto da un sottile diaframma opaco perforato al centro da un forellino di un millimetro di diametro, vicinissimo all' occhio e corrispondente alla pupilla. La visione si effettua a traverso questo forellino. Come lo schermo opaco, il diaframma perforato è incastrato nel vano di una montatura di occhiali applicata al naso ed alle tempia dell' osservatore.

4.° Esperienze fatte con un occhio solo *atropinizzato* (avente quindi paralisi completa dell' accomodamento) e *diaframmato,* essendo l' altro riparato dallo schermo opaco.

5.° Esperienze fatte con un occhio riposato e previamente all' oscuro (come nelle condizioni ordinarie della prima esperienza di ciascuna seduta) e ripetute, immediatamente, dopo aver *affaticato* l' occhio alla lettura con fortissima e molesta luce.

Le variazioni o modalità sopradescritte riguardanti ciascuna esperienza o ciascun gruppo di esperienze vengono indicate,

unitamente ad altri dati relativi, nelle tabelle che le rappresentano, e nelle osservazioni che seguono le tabelle.

Ho avuto intenzione, con queste variazioni o modalità, di cercare di rendermi conto della eventuale influenza che avrebbero potuto avere sull' andamento delle esperienze lo stato del diametro della pupilla, la paralisi dell' accomodamento e la stanchezza dell' occhio.

Eseguii pure alcune esperienze sostituendo l' instillazione di eserina allo schermo diaframmato, tanto nell' occhio atropinizzato quanto nell' occhio non atropinizzato, ossia ottenendo una miosi medicamentosa invece di una miosi fisica, quale è quella ottenuta collo schermo diaframmato; ma i risultati dell' andamento della esperienza non si scostano molto fra di loro all' infuori di una maggior quantità di luce necessaria pel visus iniziale, nel caso dell' eserina (indubbiamente per la maggiore miosi) e di una maggior molestia per il soggetto esaminato: in conseguenza di che mi tenni alle esperienze, per così dire, equivalenti ovvero sia a quelle ottenute collo schermo diaframmato.

Anzichè dare nudamente il risultato delle esperienze ho dedotto da queste le tabelle seguenti che possono dare un idea delle esperienze genuine, le quali esperienze, per mezzo delle tabelle, possono essere facilmente ricostruite. Lascio così libero campo alla interpretazione delle esperienze.

I calcoli per la determinazione dell' acutezza visiva alle diverse distanze, per la valutazione degli angoli visuali, e per la riduzione in tabelle dei valori relativi all' acutezza visiva, alle distanze ed agli angoli visuali, vennero eseguiti con limiti, rispetto all' errore, ossia con una cura tale nell' approssimazione, da rendere possibile nelle singole esperienze l' apprezzamento delle essenziali differenze che fra di esse potrebbero aver luogo.

Queste esperienze infine costituiscono un dato di fatto; ed io le presento con tutte quelle imperfezioni ed incertezze inerenti al metodo ed alla esecuzione, le quali, purtroppo, non si riesce sempre di evitare, almeno in parte, nella ricerca del vero in tutte le sensazioni in genere e sopratutto in quelle dell' occhio.

Le seguenti tabelle si riferiscono, alcune, ad esperienze isolate ed altre a gruppi di esperienze, eseguite in tempi diversi ma con lo stesso metodo, delle quali la tabella rappresenta il risultato del valore medio.

Nelle tabelle, le colonne (**a**) (**b**) (**c**) (**d**) (**e**) (**f**) (**g**) (**h**) (**k**) rappresentano rispettivamente:

(**a**) Numeri della scala ottometrica schierati dinanzi all'occhio e veduti con una breve oscillazione nel campo di sguardo centrale.

(**b**) Distanza in metri di ciascun numero della scala ottometrica dall'occhio e dalla sorgente luminosa, riguardante una sola esperienza oppure il valore medio di parecchie esperienze, a seconda che viene indicato nella tabella.

(**c**) Differenza fra la distanza massima e la minima nei termini dai quali si dedusse il valore medio, quando la tabella si riferisce a parecchie esperienze.

(**d**) Acutezza visiva genuina rappresentata cioè dal rapporto fra il numero della scala ottometrica osservato e la distanza, dall'occhio, alla quale il numero si trova.

(**e**) La stessa acutezza visiva (**d**) espressa in decimali.

(**f**) Acutezza visiva misurata col 1.° termine dell'esperienza (considerato come *uno*) ed espressa in decimali.

(**g**) Gli stessi numeri della colonna (**f**) espressi, con approssimazione, in forma di frazioni ordinarie, ridotte ai loro minimi termini.

(**h**) Grandezza dell'angolo visuale misurata col primo termine dell'esperienza, preso come *uno*, e dedotta col prendere i valori inversi dei corrispondenti termini della colonna (**g**).

(**k**) Distanza di ciascun cartello ottometrico dalla sorgente luminosa quando il primo termine dell'esperienza si prende come unità di misura. (*)

(*) Sono grato ai chiarissimi Dottori Gaetano Mariani e Nicomede Lorenzi ed all'egregio studente in Medicina signor Luigi Monesi, assistenti della mia clinica, i quali mi prestarono la loro opera in queste esperienze.

TABELLA I. **Soggetto N.° I.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1,5 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 40,41 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 23′, 20″

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 25,0.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1,5	0	$\frac{1,5}{1}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	6.ª del 7 novemb. 1893 3.ª id. 8 id. id. 6.ª id. 8 id. id. 3.ª id. 10 id. id. 6.ª id. 10 id. id. 3.ª id. 21 id. id. 6.ª id. 21 id. id. 1.ª id. 22 id. id. 1.ª id. 23 id. id.
2.°	V	4,237	0,9	$\frac{4.237}{5}$	0.8474	0,5659	$\frac{1}{1,754}$	1,8	2,8	
3.°	X	6,325	0,9	$\frac{6.325}{10}$	0,6325	0,4216	$\frac{1}{2,380}$	2,4	4,2	
4.°	XX	9,137	2,3	$\frac{9,137}{20}$	0,4568	0,3045	$\frac{1}{3,333}$	3,3	6,1	
5.°	XL	12,125	3,3	$\frac{12.125}{40}$	0,3031	0,202	$\frac{1}{5}$	5,0	8,1	
6.°	LXXX	15,944	3,8	$\frac{15,944}{80}$	0,1993	0,1328	$\frac{1}{7,692}$	7,7	10,6	
7.°	CL	22,087	4,7	$\frac{22,087}{150}$	0,1472	0,0981	$\frac{1}{10}$	10,0	14,7	
8.°	CCC	27,675	5,0	$\frac{27,675}{300}$	0,09225	0,0615	$\frac{1}{16,666}$	16,7	18,5	
9.°	DCXXX	40,411	7,3	$\frac{40,411}{630}$	0,064	0,0426	$\frac{1}{25}$	2,50	26,9	

TABELLA II. **Soggetto N.° I.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 43,2 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6′, 40″

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20,0.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	1.ª del 25 ottobre 1893 3.ª id. 25 id. id. 1.ª id. 26 id. id. 3.ª id. 26 id. id. 1.ª id. 27 id. id. 3.ª id. 27 id. id.
2.°	V	3,8	0,5	$\frac{3.8}{5}$	0,76	0,5066..	$\frac{1}{2}$	2,0	1,3	
3.°	X	6,5	0,9	$\frac{6,5}{10}$	0,65	0,433	$\frac{1}{2,325}$	2,3	2,2	
4.°	XX	9,7	2,0	$\frac{9,7}{20}$	0,485	0,3233	$\frac{1}{3,125}$	3,1	3,2	
5.°	XL	12,9	2,2	$\frac{12,9}{40}$	0,3225	0,215	$\frac{1}{4,761}$	4,8	4,3	
6.°	LXXX	17	1,8	$\frac{17}{80}$	0,2125	0,14166..	$\frac{1}{7,142}$	7,1	5,7	
7.°	C	20,9	3,3	$\frac{20,9}{100}$	0,209	0,13933	$\frac{1}{7,142}$	7,1	7,0	
8.°	CL	25,1	4,1	$\frac{25.1}{150}$	0,16733..	0,1115533..	$\frac{1}{9,090}$	9,1	8,4	
9.°	CC	27,4	4,8	$\frac{27,4}{200}$	0,137	0,09133.	$\frac{1}{11,111}$	11,1	9,1	
10.°	CCC	30,7	6,1	$\frac{30,7}{300}$	0,10233..	0,06822..	$\frac{1}{14.285}$	14,8	10,2	
11.°	DCXXX	43,2	4,7	$\frac{43,2}{630}$	0,068 .	0,046	$\frac{1}{20}$	20,0	14,4	

TABELLA III. **Soggetto N.° I.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′ 20″
finale minima = 44,91 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6′, 40″

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	1.ª del 6 novemb. 1893 1.ª id. 7 id. id. 5.ª id. 7 id. id. 1.ª id. 8 id. id. 5.ª id. 8 id. id. 1.ª id. 10 id. id. 5.ª id. 10 id. id. 1.ª id. 21 id. id. 5.ª id. 21 id. id. 3.ª id. 22 id. id. 3.ª id. 23 id. id.
2.°	V	5,03	1,0	$\frac{5,03}{5}$	1,006	0,670	$\frac{1}{1,492}$	**1,5**	**1,7**	
3.°	X	7,56	1,6	$\frac{7,56}{10}$	0,756	0,504	$\frac{1}{2}$	**2,0**	**2,5**	
4.°	XX	10,60	1,7	$\frac{10,60}{20}$	0,530	0,353	$\frac{1}{2,850}$	**2,9**	**3,5**	
5.°	XL	14,09	3,6	$\frac{14,09}{40}$	0,3522	0,2348	$\frac{1}{4,347}$	**4,3**	**4,7**	
6.°	LXXX	18,745	4,9	$\frac{18,745}{80}$	0,2343	0,1562	$\frac{1}{6,25}$	**6,3**	**6,2**	
7.°	CL	25,31	6,4	$\frac{25,31}{150}$	0,168	0,112	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**8,4**	
8.°	CCC	32,08	8,7	$\frac{32,08}{300}$	0,1067	0,07113	$\frac{1}{14,285}$	**14,3**	**10,7**	
9.°	DCXXX	44,909	10,5	$\frac{44,909}{630}$	0,0712	0,474	$\frac{1}{20}$	**20,0**	**14,7**	

TABELLA IV. **Soggetto N.° I.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed 00 liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1,5 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 47,97 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6′, 40″

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali ai riferisce questa tabella
1.°	I	1,5	0	$\frac{1,5}{1}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	7.ª del 7 novemb. 1893 4.ª id. 8 id. id. 4.ª id. 10 id. id. 4.ª id. 21 id. id. 2.ª id. 22 id. id. 2.ª id. 23 id. id.
2.°	V	5,72	0,8	$\frac{5,72}{5}$	1,144	0,762	$\frac{1}{1,315}$	**1,3**	**3,8**	
3.°	X	8,7	1,9	$\frac{8,7}{10}$	0,87	0,58	$\frac{1}{1,724}$	**1,7**	**5,8**	
4.°	XX	12,04	2,5	$\frac{12.04}{20}$	0,602	0,4013	$\frac{1}{2,5}$	**2,5**	**8,0**	
5.°	XL	16,08	2,6	$\frac{16,08}{40}$	0,402	0,268	$\frac{1}{3,703}$	**3,7**	**10,7**	
6.°	LXXX	20,816	3,1	$\frac{20,816}{80}$	0,2602	0,1734	$\frac{1}{5,882}$	**5,9**	**13,9**	
7.°	CL	28,06	3,8	$\frac{28,06}{150}$	0,187	0,1246	$\frac{1}{8,333}$	**8,3**	**18,7**	
8.°	CCC	34,0	5,0	$\frac{34}{300}$	0,1133	0,0755	$\frac{1}{12,5}$	**12,5**	**22,7**	
9.°	DCXXX	47,966	6,2	$\frac{47,966}{630}$	0,076	0,0506	$\frac{1}{20}$	**20,0**	**32,0**	

TABELLA V. **Soggetto N.° I.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro libero.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 58,2 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 55′, 40″

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 16,7.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	2.ª del 25 ottobre 1893
2.°	V	4,9	1,2	$\frac{4,9}{5}$	0,98	0,65	$\frac{1}{1,538}$	1,5	1,6	2.ª id. 26 id. id.
3.°	X	8,3	1,5	$\frac{8,3}{10}$	0,83	0,5533 .	$\frac{1}{1,818}$	1,8	2,8	2.ª id. 27 id. id.
4.°	XX	12,3	1,6	$\frac{12,3}{20}$	0,615	0,433	$\frac{1}{2,325}$	2,3	4,1	
5.°	XL	17,4	1,9	$\frac{17,4}{40}$	0,435	0,29..	$\frac{1}{3,448}$	3,4	5,8	
6.°	LXXX	24,0	2,6	$\frac{24}{80}$	0,3	0,2	$\frac{1}{5}$	5,0	8,0	
7.°	C	29,6	4,2	$\frac{29,6}{100}$	0,296	0,1973..	$\frac{1}{5}$	5,0	9,9	
8.°	CL	36,3	7,9	$\frac{36,3}{150}$	0,242	0,16133..	$\frac{1}{6,25}$	6,3	12,0	
9.°	CC	40,8	8,9	$\frac{40,8}{200}$	0,204	0,136	$\frac{1}{7,142}$	7,1	13,6	
10.°	CCC	46,1	11,8	$\frac{46,1}{300}$	0,15366	0,10244	$\frac{1}{10}$	10,0	15,4	
11.°	DCXXX	58,2	11,2	$\frac{58,2}{630}$	0,086..	0,05733..	$\frac{1}{16,666}$	16,7	19,0	

TABELLA VI. **Soggetto N.° I.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 54,04 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 55′, 40″

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 16,7.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	2.ª del 6 novemb. 1893
2.°	V	6,328	1,0	$\frac{6.328}{5}$	1,265	0,8425	$\frac{1}{1,190}$	1,2	2,1	2.ª id. 7 id. id.
3.°	X	9,842	0,7	$\frac{9,842}{10}$	0,9842	0,6556	$\frac{1}{1,515}$	1,5	3,3	2.ª id. 8 id. id.
4.°	XX	14,157	2,3	$\frac{14,157}{20}$	0,7072	0,47	$\frac{1}{2,127}$	2,1	4,7	2.ª id. 10 id. id.
5.°	XL	18,257	3,0	$\frac{18,257}{40}$	0,4563	0,304	$\frac{1}{3,333}$	3,3	6,1	2.ª id. 21 id. id.
6.°	LXXX	24,128	7,5	$\frac{24,128}{80}$	0,3013	0,206	$\frac{1}{5}$	5,0	8,0	4.ª id. 22 id. id.
7.°	CL	32,014	10,3	$\frac{32,014}{150}$	0,2133	0,142	$\frac{1}{7,142}$	7,1	10,7	4.ª id. 23 id. id.
8.°	CCC	40,0	8,8	$\frac{40}{300}$	0,133	0,0886..	$\frac{1}{11,111}$	11,1	13,3	
9.°	DCXXX	54,042	6,4	$\frac{54,042}{630}$	0,0858	0,0572	$\frac{1}{16,666}$	16,7	18,0	

TABELLA VII. **Soggetto N.° I.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 4,5 : 3; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 62,8 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 47′, 40″ }
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 14,3.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	III	4,5	0	$\frac{4,5}{3}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	3.ª del 6 novemb. 1893 3.ª id. 7 id. id.
2.°	V	7,2	0,4	$\frac{7,2}{5}$	1,44	0,96	$\frac{1}{1,041}$	**1,0**	**1,6**	
3.°	X	11,65	2,3	$\frac{11,65}{10}$	1,165	0,7765	$\frac{1}{1,281}$	**1,3**	**2,6**	
4.°	XX	17,15	2,5	$\frac{17,15}{20}$	0,8575	0,5716	$\frac{1}{1,754}$	**1,8**	**3,8**	
5.°	XL	21,95	3,9	$\frac{21,95}{40}$	0,54875	0,36583	$\frac{1}{2,702}$	**2,7**	**4,9**	
6.°	LXXX	28,0	2.0	$\frac{28,0}{80}$	0,35	0,2333	$\frac{1}{4,347}$	**4,3**	**6,2**	
7.°	CL	38,3	4,0	$\frac{38,3}{150}$	0,2553	0,1702	$\frac{1}{5,882}$	**5,9**	**8,5**	
8.°	CCC	46,45	3,3	$\frac{46,45}{300}$	0,1548	0,1032	$\frac{1}{10}$	**10,0**	**10,3**	
9.°	DLXXX	62,8	0	$\frac{62,8}{630}$	0,09907	0,06604	$\frac{1}{14,285..}$	**14,3**	**14,0**	

TABELLA VIII. **Soggetto N.° I.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 6 : 4; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 66,8 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 47′, 40″ }
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 14,3.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	IV	6	0	$\frac{6}{4}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	4.ª del 6 novemb. 1893 4.ª id. 7 id. id.
2.°	V	7,8	0,4	$\frac{7,8}{5}$	1,56	1,04	$\frac{1}{0,961}$	**1,0**	**1,8**	
3.°	X	12,45	1,9	$\frac{12,45}{10}$	1,245	0,83	$\frac{1}{1,204}$	**1,2**	**2,1**	
4.°	XX	19,1	2,6	$\frac{19,1}{20}$	0,955	0,636	$\frac{1}{1,562}$	**1,6**	**3,2**	
5.°	XL	24,05	3,3	$\frac{24,05}{40}$	0,60125	0,4007	$\frac{1}{2,5}$	**2,5**	**4,0**	
6.°	LXXX	30,3	3,0	$\frac{30,3}{80}$	0,37875	0,2525	$\frac{1}{4}$	**4,0**	**5,1**	
7.°	CL	40,75	4,1	$\frac{40,75}{150}$	0,27166	0,18114	$\frac{1}{5,555}$	**5,6**	**6,8**	
8.°	CCC	50,85	2,7	$\frac{50,85}{300}$	0,1695	0,113	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**8,5**	
9.°	DCXXX	66,8	3,4	$\frac{66.8}{630}$	0,106	0,07066	$\frac{1}{14,285}$	**14,3**	**11,1**	

TABELLA IX. **Soggetto N.° II.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 5', 0"
finale minima = 30,41 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 40' 0"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1	0	$\frac{1}{1}$	1,0	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	1.ª del 11 novemb. 1893 3.ª id. 11 id. id. 1.ª id. 15 id. id. 3.ª id. 15 id. id. 1.ª id. 16 id. id. 3.ª id. 16 id. id. 1.ª id. 17 id. id. 3.ª id. 17 id. id. 1.ª id. 18 id. id. 3.ª id. 18 id. id.
2.°	V	1,98	0,6	$\frac{1,98}{5}$	0,396	0,396	$\frac{1}{2,5}$	**2,5**	**2,0**	
3.°	X	3,60	1,2	$\frac{3,60}{10}$	0,36	0,36	$\frac{1}{2,761}$	**2,8**	**3,6**	
4.°	XX	5,68	1,6	$\frac{5,68}{20}$	0,284	0,284	$\frac{1}{3,657}$	**3,7**	**5,7**	
5.°	XL	8,77	2,3	$\frac{8,77}{40}$	0,21924	0,21924	$\frac{1}{4,545}$	**4,5**	**8,8**	
6.°	LXXX	11,88	3,0	$\frac{11,88}{80}$	0,1485	0,1485	$\frac{1}{6,666}$	**6,7**	**11,9**	
7.°	CL	16,62	5,1	$\frac{16,62}{150}$	0,1108	0,1108	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**16,6**	
8.°	CCC	22,06	6,5	$\frac{22,06}{300}$	0,0735	0,0735	$\frac{1}{14,285}$	**14,3**	**22,1**	
9.°	DCXXX	30,41	10,0	$\frac{30,41}{630}$	0,04825	0,04825	$\frac{1}{20}$	**20,0**	**30,4**	

TABELLA X. **Soggetto N.° II.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°. 5' 0"
finale minima = 19,8 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 11', 30"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 14,3.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1		$\frac{1}{1}$	1,0	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	4.ª del 20 marzo 1894
2.°	V	2,5		$\frac{2,5}{5}$	0,5	0,5	$\frac{1}{2}$	**2**	**2,5**	
3.°	X	4,2		$\frac{4,2}{10}$	0,42	0,42	$\frac{1}{2,380}$	**2,4**	**4,2**	
4.°	XX	6,1		$\frac{6,1}{20}$	0,305	0,305	$\frac{1}{3,258}$	**3,3**	**6,1**	
5.°	XL	8,6		$\frac{8,6}{40}$	0,215	0,215	$\frac{1}{4,545}$	**4,5**	**8,6**	
6.°	LXXX	10		$\frac{10}{80}$	0,125	0,125	$\frac{1}{7,692}$	**7,7**	**10,0**	
7.°	CL	14,4		$\frac{14,4}{150}$	0,096	0,096	$\frac{1}{10}$	**10,0**	**14,4**	
8.°	CCC	19,8		$\frac{19,8}{300}$	0,066..	0,066..	$\frac{1}{14,285}$	**14,3**	**19,8**	

TABELLA XI. **Soggetto N.° II.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 5′, 0″
finale minima = 40,7 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 23′ 30″
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 16,7.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1	0	$\frac{1}{1}$	1,0	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	2.ª del 11 novemb. 1893 4.ª id. 11 id. id. 2.ª id. 15 id. id. 4.ª id. 15 id. id. 2.ª id. 16 id. id. 4.ª id. 16 id. id. 2.ª id. 17 id. id. 4.ª id. 17 id. id. 2.ª id. 18 id. id. 4.ª id. 18 id. id.
2.°	V	2,4	1,2	$\frac{2,4}{5}$	0,48	0,48	$\frac{1}{2,083}$	**2,1**	**2,4**	
3.°	X	4,3	1,4	$\frac{4,3}{10}$	0,43	0,43	$\frac{1}{2,325}$	**2,3**	**4,3**	
4.°	XX	6,9	2,0	$\frac{6,9}{20}$	0,345	0,345	$\frac{1}{2,857}$	**2,9**	**6,9**	
5.°	XL	11,0	2,3	$\frac{11,0}{40}$	0,275	0,275	$\frac{1}{3,571}$	**3,6**	**11,0**	
6.°	LXXX	15,90	3,4	$\frac{15,90}{80}$	0,198	0,198	$\frac{1}{5}$	**5,0**	**15,9**	
7.°	CL	23,4	6,6	$\frac{23,4}{150}$	0,156	0,156	$\frac{1}{6,25}$	**6,3**	**23,4**	
8.°	CCC	31,2	10,8	$\frac{31,2}{300}$	0,104	0,104	$\frac{1}{10}$	**10,0**	**31,2**	
9.°	DCXXX	40,7	12,5	$\frac{40,7}{630}$	0,064	0.064	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**40,7**	

TABELLA XII. **Soggetto N.° II.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro libero.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 5′, 0″
finale minima = 31 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 50′, 0″
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 10.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1		$\frac{1}{1}$	1,0	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	3.ª del 20 marzo 1894
2.°	V	3		$\frac{3}{5}$	0,6	0,6	$\frac{1}{1,666}$	**1,7**	**3**	
3.°	X	5,3		$\frac{5,3}{10}$	0,53	0,53	$\frac{1}{1,886}$	**1,9**	**5,3**	
4.°	XX	8,1		$\frac{8,1}{20}$	0,405	0,405	$\frac{1}{2,439}$	**2,4**	**8,1**	
5.°	XL	11,2		$\frac{11,2}{40}$	0,28	0,28	$\frac{1}{3,571}$	**3,6**	**11,2**	
6.°	LXXX	17,3		$\frac{17,3}{80}$	0,216	0,216	$\frac{1}{4,545}$	**4,5**	**17,3**	
7.°	CL	25,9		$\frac{25,9}{150}$	0,172	0,172	$\frac{1}{5,882}$	**5,9**	**25,9**	
8.°	CCC	31		$\frac{31}{300}$	0,103	0,103	$\frac{1}{10}$	**10,0**	**31,0**	

TABELLA XIII. **Soggetto N.° II.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 2 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 5', 0"
finale minima = 33,8 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 45', 30"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 9,1.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	2	0	$\frac{2}{2}$	1,0	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	1.ª del 26 aprile 1894
2.°	V	3,4	0,3	$\frac{3,4}{5}$	0 68	0,68	$\frac{1}{1,470}$	**1,5**	**1,7**	1.ª id. 27 id. id.
3.°	X	5,9	1,0	$\frac{5,9}{10}$	0,59	0,59	$\frac{1}{1,694}$	**1,7**	**3,0**	1.ª id. 28 id. id.
4.°	XL	11,7	2,2	$\frac{11,7}{40}$	0,2925	0,2925	$\frac{1}{3,448}$	**3,4**	**5,9**	
5.°	LXXX	17,3	3,8	$\frac{17,3}{80}$	0,216	0,216	$\frac{1}{4,545}$	**4,5**	**8,7**	
6.°	CL	**25,8**	7,2	$\frac{25,8}{150}$	0,172	0,172	$\frac{1}{5,882}$	**5,9**	**12,9**	
7.°	CCC	**33,8**	6,9	$\frac{33,8}{300}$	0,112	0,112	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**16,9**	

TABELLA XIV. **Soggetto N.° II.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 2 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 32 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 30', 20"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 9,1.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	2	0	$\frac{2}{2}$	1,0	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	1.ª del 15 maggio 1894
2.°	V	3,7	0,2	$\frac{3,7}{5}$	0,74	0,74	$\frac{1}{1,351}$	**1,4**	**1,9**	1.ª id. 16 id. id.
3.°	X	6,1	0,3	$\frac{6,1}{10}$	0,61	0,61	$\frac{1}{1,639}$	**1,6**	**3,0**	
4.°	XL	12,2	0,4	$\frac{12,2}{40}$	0,305	0,305	$\frac{1}{3,258}$	**3,3**	**6,1**	
5.°	LXXX	17,1	1,7	$\frac{17,1}{80}$	0,21375	0,21375	$\frac{1}{4,761}$	**4,8**	**8,6**	
6.°	CL	26	4,4	$\frac{26}{150}$	0,1733..	0,1733	$\frac{1}{5,882}$	**5,9**	**13,0**	
7.°	CCC	32	0,1	$\frac{32}{300}$	0,1066	0,1066	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**16,0**	

Tabella XV. **Soggetto N.° II.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 2 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 5′ 0″
finale minima = 29,7 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 50′, 0″
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 10,0.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1°	II	2	0	$\frac{2}{2}$	1,0	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	1.ª del 29 maggio 1894
2.°	V	3,5	0,2	$\frac{3,5}{5}$	0,7	0,7	$\frac{1}{1,428}$	**1,4**	**1,8**	1.ª id. 30 id. id.
3.°	X	5,9	0,4	$\frac{5,9}{10}$	0,59	0,59	$\frac{1}{1,694}$	**1,7**	**3,0**	
4.°	XL	11,8	0,8	$\frac{11,8}{40}$	0,295	0,295	$\frac{1}{3,333}$	**1,3**	**5,9**	
5.°	LXXX	16,3	0,5	$\frac{16.3}{80}$	0,203	0,203	$\frac{1}{5}$	**5,0**	**8,2**	
6.°	CL	23,7	0,4	$\frac{23,7}{150}$	0,158	0,158	$\frac{1}{6,25}$	**6,3**	**11,9**	
7.°	CCC	29,7	1,6	$\frac{29,7}{300}$	0,099	0,099	$\frac{1}{10}$	**10,0**	**14,9**	

Tabella XVI. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1,5 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 37,38 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 23′, 20″
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 25.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1,5	0	$\frac{1,5}{1}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	1.ª del 15 gennaio 1894
2.°	V	3,32	0,9	$\frac{3,32}{5}$	0,664	0,4426	$\frac{1}{2,272}$	**2,3**	**2,2**	1.ª id. 18 id. id.
3.°	X	5,04	1,5	$\frac{5,04}{10}$	0,504	0,336	$\frac{1}{2,941}$	**2,9**	**3,4**	1.ª id. 19 id. id.
4.°	XX	7,76	1,8	$\frac{7,76}{20}$	0,388	0,2587	$\frac{1}{3,846}$	**3,8**	**5,2**	1.ª id. 20 id. id.
5.°	XL	10,46	1,7	$\frac{10.46}{40}$	0,2615	0,1743	$\frac{1}{5,882}$	**5,9**	**7,0**	1.ª id. 22 id. id.
6.°	LXXX	13,76	2,5	$\frac{13,76}{80}$	0,172	0,1146	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**9,2**	
7.°	CL	19,76	3,2	$\frac{19,76}{150}$	0,1317	0,0878	$\frac{1}{11,111}$	**11,1**	**13,2**	
8.°	CCC	27,3	3,1	$\frac{27,3}{300}$	0,091	0,0606	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**18,2**	
9.°	DCXXX	37,38	4,3	$\frac{37,38}{630}$	0,0593	0,03954	$\frac{1}{25}$	**25,0**	**24,9**	

TABELLA XVII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1,5 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 38,56 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 23', 20" }
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 25,0.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1,5	0	$\frac{1,5}{1}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	1.ª del 23 gennaio 1894
2.°	V	3,48	0,8	$\frac{3,48}{5}$	0,696	0,464	$\frac{1}{2,173}$	2,2	2,3	1.ª id. 24 id. id.
3.°	X	5,52	0,9	$\frac{5,52}{10}$	0,552	0,368	$\frac{1}{2,702}$	2,7	3,7	1.ª id. 25 id. id.
4.°	XX	7,76	0,8	$\frac{7,76}{20}$	0,388	0,2586	$\frac{1}{3,846}$	3,8	5,2	1.ª id. 26 id. id.
5.°	XL	10,26	1,4	$\frac{10,26}{40}$	0,2565	0,171	$\frac{1}{5,882}$	5,9	6,8	1.ª id. 27 id. id.
6.°	LXXX	14,14	3,4	$\frac{14,14}{80}$	0,1767	0,1178	$\frac{1}{8,333}$	8,3	9,4	
7.°	CL	19,84	4,5	$\frac{19,84}{150}$	0,1322	0,0881	$\frac{1}{11,111}$	11,1	13,2	
8.°	CCC	26,76	7,2	$\frac{26,76}{300}$	0,0892	0,0594	$\frac{1}{16,666}$	16,7	17,8	
9.°	DCXXX	38,56	6,1	$\frac{38,56}{630}$	0,0612	0,0408	$\frac{1}{25}$	25,0	25,7	

TABELLA XVIII **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 40,72 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 23', 20" }
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 25.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	3.ª del 15 gennaio 1894
2.°	V	4,68	1,1	$\frac{4.68}{5}$	0,936	0,624	$\frac{1}{1,612}$	1,6	1,6	3.ª id. 18 id. id.
3.°	X	7,1	1,5	$\frac{7,1}{10}$	0,71	0,473..	$\frac{1}{2,127}$	2,1	2,4	3.ª id. 19 id. id.
4.°	XX	9,34	0,8	$\frac{9,34}{20}$	0,467	0,3113..	$\frac{1}{3,225}$	3,2	3,1	3.ª id. 20 id. id.
5.°	XL	12,5	1,6	$\frac{12,5}{40}$	0,3125	0,2083..	$\frac{1}{4,761}$	4,7	4,2	3.ª id. 22 id. id.
6.°	LXXX	16,26	1,7	$\frac{16,26}{80}$	0,203	0,1353..	$\frac{1}{7,142}$	7,1	5,4	
7.°	CL	22,74	5,2	$\frac{22,74}{150}$	0,1516	0,101	$\frac{1}{10}$	10,0	7,6	
8.°	CCC	29,46	8,2	$\frac{29,46}{300}$	0,0982	0,06546	$\frac{1}{14,285}$	14,3	9,8	
9.°	DCXXX	40,72	5,8	$\frac{40,72}{630}$	0,0646	0,04306	$\frac{1}{25}$	25,0	13,6	

TABELLA XIX. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 44,4 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 23', 20"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 25,0.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	3.ª del 23 gennaio 1894
2.°	V	4,62	0,8	$\frac{4,62}{5}$	0,924	0,616	$\frac{1}{1,612}$	**1,6**	**1,5**	3.ª id. 24 id. id.
3.°	X	6,98	1,1	$\frac{6,98}{10}$	0,698	0,4655	$\frac{1}{2,127}$	**2,1**	**2,3**	3.ª id. 25 id. id.
4.°	XX	9,74	0,9	$\frac{9,74}{20}$	0,487	0.32466	$\frac{1}{3,125}$	**3,1**	**3,2**	3.ª id. 26 id. id.
5.°	XL	13,06	1,3	$\frac{13,06}{40}$	0,3265	0,21766	$\frac{1}{4,545}$	**4,5**	**4,4**	3.ª id. 27 id. id.
6.°	LXXX	17,74	1,4	$\frac{17,74}{80}$	0,22175	0,147833..	$\frac{1}{6,666}$	**6,7**	**5,9**	
7.°	CL	24,62	3,5	$\frac{24,62}{150}$	0,164133..	0,109422..	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**8,2**	
8.°	CCC	32,6	3,8	$\frac{32,6}{300}$	0,10866..	0,07244..	$\frac{1}{14,285}$	**14,3**	**10,9**	
9.°	DCXXX	44,4	3,9	$\frac{44,4}{630}$	0,070476	0,04698	$\frac{1}{25}$	**25,0**	**14,8**	

TABELLA XX. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 30,2 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 47', 40"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 14,3.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3		$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	2.ª del 20 marzo 1894
2.°	V	4,6		$\frac{4,6}{5}$	0,92	0,6133..	$\frac{1}{1,639}$	**1,6**	**1,5**	
3.°	X	7,9		$\frac{7,9}{10}$	0,79	0,5266..	$\frac{1}{1,886}$	**1,9**	**2,6**	
4.°	XX	11,2		$\frac{11,2}{20}$	0,56	0,3733..	$\frac{1}{2,702}$	**2,7**	**3,7**	
5.°	XL	13,6		$\frac{13,6}{40}$	0,34	0,2266..	$\frac{1}{4,347}$	**4,3**	**4,5**	
6.°	LXXX	17,7		$\frac{17,7}{80}$	0,22125	0,1475	$\frac{1}{6,666}$	**6,7**	**5,9**	
7.°	CL	26		$\frac{26}{150}$	0,1733..	0,115533 .	$\frac{1}{8,333}$	**8,3**	**8,7**	
8.°	CCC	30,2		$\frac{30,2}{300}$	0,100666..	0,06711066..	$\frac{1}{14,285}$	**14,3**	**10,0**	

TABELLA XXI. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 32,6 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 47′, 40″
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 14,3.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	4.ª del 26 aprile 1894 4.ª id. 27 id. id. 4.ª id. 28 id. id.
2.°	V	4,2	0,8	$\frac{4.2}{5}$	0,84	0,56	$\frac{1}{1,754}$	1,8	1,4	
3.°	X	6,8	0,9	$\frac{6,8}{10}$	0,68	0,453 .	$\frac{1}{2,222}$	2,2	2,3	
4.°	XL	11,9	1,7	$\frac{11,9}{40}$	0,297	0,198	$\frac{1}{5}$	5,0	4,0	
5.°	LXXX	16,9	1,9	$\frac{16,9}{80}$	0,211	0,140	$\frac{1}{7,142}$	7,1	5,6	
6.°	CL	25,2	4,5	$\frac{25,2}{150}$	0,168	0,112	$\frac{1}{9,090}$	9,1	8,4	
7.°	CCC	32,6	3,8	$\frac{32,6}{300}$	0,108	0.072	$\frac{1}{14,285}$	14,3	10,9	

TABELLA XXII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 33,4 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 47′, 40″
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 14,3.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	4.ª del 15 maggio 1894 4.ª id. 16 id. id.
2.°	V	4,6	0,4	$\frac{4,6}{5}$	0,92	0,6133..	$\frac{1}{1,639}$	1,6	1,5	
3.°	X	7,4	0,1	$\frac{7,4}{10}$	0,74	0,4933..	$\frac{1}{2,040}$	2,0	2,5	
4.°	XL	12,6	0,3	$\frac{12,6}{40}$	0,315	0,210	$\frac{1}{4,761}$	4,7	4,2	
5.°	LXXX	17,5	0.7	$\frac{17,5}{80}$	0,21875	0,145833..	$\frac{1}{6,666}$	6,7	5,8	
6.°	CL	24,3	0,3	$\frac{24,3}{150}$	0,162	0,108	$\frac{1}{9,090}$	9,1	8,1	
7 °	CCC	33,4	1,4	$\frac{33,4}{300}$	0,11133..	0,074	$\frac{1}{14,285}$	14,3	11,1	

TABELLA XXIII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 27 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 55′, 40″ }
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 16,7.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	4.ª del 29 maggio 1894 4.ª id. 30 id. id.
2.°	V	4,4	0,2	$\frac{4,4}{5}$	0,88	0,586..	$\frac{1}{1,694}$	**1,7**	**1,5**	
3.°	X	7,1	0,7	$\frac{7,1}{10}$	0,71	0,473	$\frac{1}{2,127}$	**2,1**	**2,4**	
4.°	XL	12,2	1,6	$\frac{12,2}{40}$	0,305	0,203	$\frac{1}{5}$	**5,0**	**4,0**	
5.°	LXXX	15,7	2,6	$\frac{15,7}{80}$	0,196	0,130	$\frac{1}{7,692}$	**7,7**	**5,2**	
6.°	CL	22,3	3,7	$\frac{22,3}{150}$	0,148	0,098	$\frac{1}{10}$	**10,0**	**7,4**	
7.°	CCC	27	2,0	$\frac{27}{300}$	0,09	0,06	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**9,0**	

TABELLA XXIV. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro atropinizzato e diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1,5 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 47,02 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6′, 40″ }
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	**1,5**	**0**	$\frac{1,5}{1}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	1.ª del 14 febbraio 1894 5.ª id. 14 id. id. 1.ª id. 15 id. id. 3.ª id. 15 id. id. 5.ª id. 15 id. id.
2.°	V	4,66	0,7	$\frac{4,66}{5}$	0,932	0,6213	$\frac{1}{1,612}$	**1,6**	**3,1**	
3.°	XX	9,62	2,0	$\frac{9,62}{20}$	0,481	0,32066..	$\frac{1}{3,125}$	**3,1**	**6,4**	
4.°	LXXX	16,56	3,9	$\frac{16,56}{80}$	0,207	0,138	$\frac{1}{7,142}$	**7,1**	**11,0**	
5.°	CCC	31,52	5,1	$\frac{31,52}{300}$	0,10506..	0,07004	$\frac{1}{14,285}$	**14,8**	**21,0**	
6.°	DCXXX	47,02	5,2	$\frac{47,02}{630}$	0,0746	0,0497333..	$\frac{1}{20}$	**20,0**	**31,3**	

TABELLA XXV. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro atropinizzato e diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 50,62 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6' 40"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	2.ª del 14 febbraio 1894
2.°	V	5,3	0,6	$\frac{5,3}{5}$	1,06	0,7066	$\frac{1}{1,428}$	1,4	1,8	6.ª id. 14 id. id.
3.°	XX	10,68	1,7	$\frac{10,68}{20}$	0,534	0,356	$\frac{1}{2,777}$	2,8	3,6	2.ª id. 15 id. id.
4.°	LXXX	17,92	2,3	$\frac{17,92}{80}$	0,224	0,14933..	$\frac{1}{6,666}$	6,7	6,0	4.ª id. 15 id. id.
5.°	CCC	34,46	5,3	$\frac{34,46}{300}$	0,114866..	0,076573..	$\frac{1}{12,5}$	12,5	11,5	6.ª id. 15 id. id.
6.°	DCXXX	50,62	6,2	$\frac{50,62}{630}$	0,0803	0,0532266..	$\frac{1}{20}$	20	16,9	

TABELLA XXVI. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato** (dopo lettura con OO).

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°. 3' 20"
finale minima = 33,8 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 41', 40"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 12,5.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	5.ª del 15 maggio 1894
2.°	V	5,3	0,1	$\frac{5,3}{5}$	1,06	0,7066	$\frac{1}{1,408}$	1,4	1,8	5.ª id. 16 id. id.
3.°	X	8	0,2	$\frac{8}{10}$	0,8	0,533.	$\frac{1}{1,886}$	1,9	2,7	
4.°	XL	12,8	0,2	$\frac{12,8}{40}$	0,32	0,2133	$\frac{1}{4,761}$	4,7	4,8	
5.°	LXXX	18,3	1,4	$\frac{18,3}{80}$	0,22875	0,1525	$\frac{1}{6,666}$	6,7	6,1	
6.°	CL	25,7	1,3	$\frac{25,7}{150}$	0,17133..	0,11422	$\frac{1}{9,090}$	9,1	8,6	
7.°	CCC	33,8	0,6	$\frac{33,8}{300}$	0,11266..	0,0751066..	$\frac{1}{12,5}$	12,5	11,8	

TABELLA XXVII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro diaframmato** (dopo lettura con OO).

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 27 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 55', 40"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 16,7.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	5.ª del 29 maggio 1894
2.°	V	4,4	0,2	$\frac{4,4}{5}$	0,88	0,5866..	$\frac{1}{1,694}$	**1,7**	**1,5**	5.ª id. 30 id. id.
3.°	X	6,8	0,2	$\frac{6,8}{10}$	0,68	0,4533..	$\frac{1}{2,222}$	**2,2**	**2,8**	
4.°	XL	11,9	1,0	$\frac{11,9}{40}$	0,2975	0,19833..	$\frac{1}{5}$	**5,0**	**4,0**	
5.°	LXXX	15,8	2,7	$\frac{15,8}{80}$	0,1975	0,13166..	$\frac{1}{7,692}$	**7,7**	**5,3**	
6.°	CL	21,9	2,9	$\frac{21,9}{150}$	0,146	0,09733	$\frac{1}{10}$	**10,0**	**7,8**	
7.°	CCC	27	2,0	$\frac{27}{300}$	0,09	0,06	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**9,0**	

TABELLA XXVIII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro libero.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1,5 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 36,26 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 23', 20"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 25.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1,5	0	$\frac{1,5}{1}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	2.ª del 15 gennaio 1894
2.°	V	3,64	1,3	$\frac{3,64}{5}$	0,728	0.485	$\frac{1}{2,040}$	**2,0**	**2,4**	2.ª id. 18 id. id. 2.ª id. 19 id. id.
3.°	X	5,62	1,2	$\frac{5,62}{10}$	0,562	0,374	$\frac{1}{2,702}$	**2,7**	**3,7**	2.ª id. 20 id. id. 2.ª id. 22 id. id.
4.°	XX	8,26	1,2	$\frac{8,26}{20}$	0,413	0,275	$\frac{1}{3,571}$	**3,6**	**5,5**	
5.°	XL	10,82	2,6	$\frac{10.82}{40}$	0,2705	0,1803	$\frac{1}{5,555}$	**5,6**	**7,2**	
6.°	LXXX	14,02	3,0	$\frac{14,02}{80}$	0,1752	0,1166	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**9,8**	
7.°	CL	20,52	3,4	$\frac{20,52}{150}$	0,1368	0,0912	$\frac{1}{11,111}$	**11,1**	**18,7**	
8.°	CCC	26,84	5,1	$\frac{26.84}{300}$	0,0894	0,0596	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**17,9**	
9.°	DCXXX	36,26	10,0	$\frac{36,26}{630}$	0,0575	0,0383	$\frac{1}{25}$	**25,00**	**24,1**	

TABELLA XXIX. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro libero.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 44,16 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6', 40"
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	4.ª del 15 gennaio 1894
2.°	V	4,9	1,1	$\frac{4,9}{5}$	0,98	0,653	$\frac{1}{1,538}$	1,5	1,6	4.ª id. 18 id. id.
3.°	X	7,76	1,2	$\frac{7,76}{10}$	0,776	0,517	$\frac{1}{1,923}$	1,9	2,6	4.ª id. 19 id. id.
4.°	XX	10,82	1,4	$\frac{10,82}{20}$	0,541	0,3606	$\frac{1}{2,777}$	2,8	3,6	4.ª id. 20 id. id.
5.°	XL	14,58	3,8	$\frac{14,58}{40}$	0,3645	0,243	$\frac{1}{4,166}$	4,1	4,9	4.ª id. 22 id. id.
6.°	LXXX	19,2	3,2	$\frac{19,2}{80}$	0,24	0,160	$\frac{1}{6,25}$	6,3	6,4	
7.°	CL	25,4	4,6	$\frac{25,4}{150}$	0,169	0,1126	$\frac{1}{9,090}$	9,1	8,5	
8.°	CCC	34,16	7,2	$\frac{34,16}{300}$	0,1138	0,0758	$\frac{1}{12,5}$	12,5	11,4	
9.°	DCXXX	44,16	9,1	$\frac{44,16}{630}$	0,07009	0,0467	$\frac{1}{20}$	20,0	14,7	

TABELLA XXX. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro libero.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 34,2 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 41', 40"
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 12,5.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3		$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	1.ª del 20 marzo 1894
2.°	V	5		$\frac{5}{5}$	1	0,6666..	$\frac{1}{1,492}$	1,5	1,7	
3.°	X	8,6		$\frac{8,6}{10}$	0,86	0,5733..	$\frac{1}{1,754}$	1,8	2,9	
4.°	XX	11,7		$\frac{11,7}{20}$	0,585	0,39	$\frac{1}{2,564}$	2,6	3,9	
5.°	XL	14,4		$\frac{14,4}{40}$	0,36	0,24	$\frac{1}{4,166}$	4,2	4,8	
6.°	LXXX	18,7		$\frac{18,7}{80}$	0,23375	0,155833..	$\frac{1}{6,25}$	6,25	6,2	
7.°	CL	28,3		$\frac{28,3}{150}$	0,18866..	0,125936..	$\frac{1}{7,692}$	7,7	9,4	
8.°	CCC	34,2		$\frac{34,2}{300}$	0,114	0,076	$\frac{1}{12,5}$	12,5	11,4	

Tabella XXXI. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 37,9 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 41', 40"
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 12,5.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	3.ª del 26 aprile 1894
2.°	V	4,8	0,6	$\frac{4,8}{5}$	0.96	0,64	$\frac{1}{1,562}$	1,6	1,6	3.ª id. 27 id. id.
3.°	X	7,8	1,7	$\frac{7,8}{10}$	0,78	0,52	$\frac{1}{1,923}$	1,9	2,6	3.ª id. 28 id. id.
4.°	XL	14,2	3,0	$\frac{14,2}{40}$	0,355	0,236	$\frac{1}{4,166}$	4,2	4,7	
5.°	LXXX	19,8	4,0	$\frac{19,8}{80}$	0,247	0,164	$\frac{1}{6,25}$	6,3	6,6	
6.°	CL	28,7	5,4	$\frac{28,7}{150}$	0,191	0,127	$\frac{1}{7,692}$	7,7	9,6	
7.°	CCC	37,9	7,2	$\frac{37,9}{300}$	0,126	0,084	$\frac{1}{12,5}$	12,5	12,6	

Tabella XXXII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 37,2 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 41', 40"
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 12,5.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	1	1	3.ª del 15 maggio 1894
2.°	V	4,4	0,3	$\frac{4,4}{5}$	0,88	0,5866..	$\frac{1}{1,694}$	1,7	1,5	3.ª id. 16 id. id.
3.°	X	7,6	0,7	$\frac{7,6}{10}$	0,76	0,5066..	$\frac{1}{1,960}$	2,0	2,5	
4.°	XL	13,4	0,6	$\frac{13,4}{40}$	0,335	0,22333..	$\frac{1}{4,545}$	4,5	4,5	
5.°	LXXX	20,5	2,5	$\frac{20,5}{80}$	0,25625	0,170833..	$\frac{1}{5,882}$	5,9	6,8	
6.°	CL	28,7	2,5	$\frac{28,7}{150}$	0,19133..	0,127533..	$\frac{1}{7,692}$	7,7	9,6	
7.°	CCC	37,2	1,7	$\frac{37,2}{300}$	0,124	0,08266..	$\frac{1}{12,5}$	12,5	12,4	

TABELLA XXXIII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 27,8 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 55', 40"
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 16,7.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	3.ª del 29 maggio 1894 3.ª id. 30 id. id.
2.°	V	4,8	0,2	$\frac{4,8}{5}$	0,96	0,64	$\frac{1}{1,562}$	**1,6**	**1,6**	
3.°	X	7.8	0,1	$\frac{7.8}{10}$	0,78	0,52	$\frac{1}{1,923}$	**1,9**	**2,6**	
4.°	XL	12,6	0,8	$\frac{12,6}{40}$	0,315	0,21	$\frac{1}{4,761}$	**4,8**	**4,2**	
5.°	LXXX	17,1	0,9	$\frac{17,1}{80}$	0,218	0,142	$\frac{1}{7,142}$	**7,1**	**5,7**	
6.°	CL	24,2	1,5	$\frac{24,2}{150}$	0,161	0,107	$\frac{1}{9,090}$	**9,1**	**8,1**	
7.°	CCC	27,8	2,4	$\frac{27,8}{300}$	0,0926	0,0617	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**9,3**	

TABELLA XXXIV. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi** (dopo lettura con OO).

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 37 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 41', 40"
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 12,5.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	6.ª del 15 maggio 1894 6.ª id. 16 id. id.
2.°	V	5,7	0,6	$\frac{5,7}{5}$	1,14	0,76	$\frac{1}{1,315}$	**1,8**	**1,9**	
3.°	X	9,2	0,4	$\frac{9,2}{10}$	0,92	0,6133..	$\frac{1}{1,639}$	**1,6**	**3,1**	
4.°	XL	15	1,1	$\frac{15}{40}$	0,375	0,25	$\frac{1}{4}$	**4,0**	**5,0**	
5.°	LXXX	21,3	0,7	$\frac{21,3}{80}$	0,26625	0,1775	$\frac{1}{5,555}$	**5,6**	**7,1**	
6.°	CL	29	1,5	$\frac{29}{150}$	0,1933..	0,128866..	$\frac{1}{7,692}$	**7,7**	**9,7**	
7.°	CCC	37	2,5	$\frac{37}{300}$	0,1233..	0,0822	$\frac{1}{12,5}$	**12,5**	**12,3**	

TABELLA XXXV. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Destro ed OO liberi** (dopo lettura con OO).

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 27,5 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 55', 40"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 16,7.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	6.ª del 29 maggio 1894
2.°	V	4,6	0,6	$\frac{4,6}{5}$	0,92	0,6153..	$\frac{1}{1,612}$	**1,6**	**1,5**	6.ª id. 30 id. id.
3.°	X	7,1	0,7	$\frac{7,1}{10}$	0,71	0,4733..	$\frac{1}{2,127}$	**2,1**	**2,4**	
4.°	XL	12,2	1,5	$\frac{12,2}{40}$	0,305	0,2033	$\frac{1}{5}$	**5,0**	**4,0**	
5.°	LXXX	16,2	3,6	$\frac{16,2}{80}$	0,2025	0,135	$\frac{1}{7,142}$	**7,1**	**5,4**	
6.°	CL	22,2	3.6	$\frac{22.2}{150}$	0,148	0,09866..	$\frac{1}{10}$	**10,1**	**7,4**	
7.°	CCC	27,5	3,0	$\frac{27.5}{300}$	0,09166..	0,061106.	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**9,2**	

TABELLA XXXVI. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Sinistro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1,5 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 40.5 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 23', 20"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 25,0.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1,5	0	$\frac{1,5}{1}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	3.ª del 10 febbraio 1894
2.°	V	4,4	0,1	$\frac{4,4}{5}$	0,88	0,5866..	$\frac{1}{1,694}$	**1,7**	**2,9**	3.ª id. 14 id. id.
3.°	XX	8,5	0,5	$\frac{8,5}{20}$	0,425	0,2833..	$\frac{1}{3,571}$	**3,6**	**5,7**	
4.°	LXXX	15,1	1,3	$\frac{15,1}{80}$	0,18875	0,125833 .	$\frac{1}{7,692}$	**7,7**	**10,0**	
5.°	CCC	26,8	4,3	$\frac{26.8}{300}$	0,08933..	0,0595533..	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**17,9**	
6.°	DCXXX	40,5	5,0	$\frac{40,5}{630}$	0,06428	0,042853..	$\frac{1}{25}$	**25,0**	**27,0**	

TABELLA XXXVII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Sinistro diaframmato.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 48,6 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6′, 40″

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20,0.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3	0	$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	7.ª del 10 febbraio 1894 4.ª id. 14 id. id.
2.°	V	5	0,4	$\frac{5}{5}$	1	0,666..	$\frac{1}{1,492}$	**1,5**	**1,7**	
3.°	XX	9,9	0,5	$\frac{9,9}{20}$	0,495	0,33	$\frac{1}{3,303}$	**3,8**	**3,0**	
4.°	LXXX	19,0	1,3	$\frac{19,0}{80}$	0,2375	0,1583..	$\frac{1}{6,25}$	**6,3**	**6,3**	
5.°	CCC	32,8	0,2	$\frac{32,8}{300}$	0,1093	0,0728	$\frac{1}{14,285}$	**14,3**	**10,9**	
6.°	DCXXX	48,6	1,5	$\frac{48\ 6}{630}$	0,077142	0,0514	$\frac{1}{20}$	**20,0**	**16,2**	

TABELLA XXXVIII. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Sinistro libero.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 1,5 : 1; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3′, 20″
finale minima = 45,4 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6′, 40″

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 20,0.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	I	1,5		$\frac{1,5}{1}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	1.ª del 10 febbraio 1894
2.°	V	4,4		$\frac{4,4}{5}$	0,88	0,5866..	$\frac{1}{1,694}$	**1,7**	**2,9**	
3.°	XX	8,5		$\frac{8,5}{20}$	0,425	0,3833..	$\frac{1}{2,631}$	**2,6**	**5,7**	
4.°	LXXX	15,2		$\frac{15,2}{80}$	0,19	0,1266..	$\frac{1}{7,692}$	**7,7**	**10,1**	
5.°	CCC	28,2		$\frac{28,2}{300}$	0,094	0,06266..	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**18,8**	
6.°	DCXXX	45,4		$\frac{45,4}{630}$	0,07206	0,04804	$\frac{1}{20}$	**20,0**	**30,3**	

TABELLA XXXIX. **Soggetto N.° III.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **Sinistro libero.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 3 : 2; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 3', 20"
finale minima = 53,1 : 630; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 55', 40" }
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 16,7.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	II	3		$\frac{3}{2}$	1,5	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	5.ª del 10 febbraio 1894
2.°	V	5,8		$\frac{5,8}{5}$	1,16	0,7733..	$\frac{1}{1,299}$	**1,3**	**1,9**	
3.°	XX	12,4		$\frac{12,4}{20}$	0,62	0,4133..	$\frac{1}{2,439}$	**2,4**	**4,1**	
4.°	LXXX	20,5		$\frac{20,5}{80}$	0,25625	0,170833..	$\frac{1}{5,882}$	**5,9**	**6,8**	
5.°	CCC	38,2		$\frac{38,2}{300}$	0,12733..	0,0848866..	$\frac{1}{12,5}$	**12,5**	**12,7**	
6.°	DCXXX	53,1		$\frac{53,1}{630}$	0,08428	0,0561866..	$\frac{1}{16,666}$	**16,7**	**17,7**	

TABELLA XL. **Soggetto N.° IV.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 2 : 5; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 12', 30"
finale minima = 19,8 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 13', 45" }
Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 5,9.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	V	2	0	$\frac{2}{5}$	0,4	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	2.ª del 27 aprile 1894 2.ª id. 28 id. id.
2.°	X	3,6	0,2	$\frac{3,6}{10}$	0,36	0,9	$\frac{1}{1,111}$	**1,1**	**1,8**	
3.°	XL	6,5	1,2	$\frac{6,5}{40}$	0,162	0,405	$\frac{1}{2,439}$	**2,4**	**3,3**	
4.°	LXXX	10,0	1,6	$\frac{10,0}{80}$	0,125	0,3125	$\frac{1}{3,258}$	**3,3**	**5,0**	
5.°	CL	15,6	6,5	$\frac{15,6}{150}$	0,104	0,26	$\frac{1}{3,846}$	**3,8**	**7,0**	
6.°	CCC	19,8	6,3	$\frac{19,8}{300}$	0,066	0,165	$\frac{1}{5,882}$	**5,9**	**9,9**	

TABELLA XLI. **Soggetto N.° IV.**

Occhio esperimentato e sue condizioni: **OO liberi.**

Acutezza visiva { iniziale massima = 2,5; corrispondente ad Angolo Visuale: 0°, 12', 30"
finale minima = 23,3 : 300; corrispondente ad Angolo Visuale: 1°, 6', 15"

Rapporto fra il valore dei due Angoli Visuali = 5,3.

Termini dell'esperienza	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(k)	ESPERIENZE alle quali si riferisce questa tabella
1.°	V	2	0	$\frac{2}{5}$	0,4	1,0	$\frac{1}{1}$	**1**	**1**	2.ª del 29 maggio 1894
2.°	X	2,8	0,5	$\frac{2,8}{10}$	0,28	0,7	$\frac{1}{1,428}$	**1,4**	**1,4**	2.ª id. 30 id. id.
3.°	XL	7,3	1,8	$\frac{7,3}{40}$	0,182	0,455	$\frac{1}{2,173}$	**2,2**	**3,7**	
4.°	LXXX	10,9	0,4	$\frac{10,9}{80}$	0,136	0,34	$\frac{1}{2,941}$	**2,9**	**5,5**	
5.°	CL	17,8	1,1	$\frac{17,8}{150}$	0,118	0,295	$\frac{1}{3,333}$	**3,3**	**8,9**	
6.°	CCC	23,3	2,8	$\frac{23,3}{300}$	0,077	0,192	$\frac{1}{5,263}$	**5,3**	**11,7**	

N. B. Le due ultime tabelle presento soltanto come saggio dell'applicazione in casi anormali di questo modo di esperimentare. Esse si riferiscono ad un soggetto emeralopico, come ho già accennato, per retinite pigmentosa tipica congenita, ricoverato nella mia clinica.

Il grado massimo di acutezza visiva, misurato col cartello ottometrico N.° V, era ottenuto, nel soggetto, da ambo gli occhi, con lente = — 6D e con occhio atropinizzato; la midriasi era larghissima e l'accomodamento completamente rilasciato.

I parenti raccontano che il ragazzo, per riguardo al non vederci di sera e nella penombra, fu pressappoco nelle stesse condizioni fin da bambino, ma che da qualche mese il difetto cresceva e per osservazione loro propria e per dichiarazione del ragazzo stesso, il quale, abbastanza intelligente, aveva appreso nella scuola pubblica del villaggio, a leggere e scrivere. Tenuto alcuni giorni nella clinica in osservazione, si constatarono spiccati i fenomeni emeralopici e si fecero le esperienze alle quali si riferisce la tabella XL.

L'ammalato venne in seguito sottoposto, per un mese consecutivo, ad una iniezione sottocutanea temporale quotidiana di un centimetro cubico di soluzione di stricnina (solfato di stricnina centigrammi 5, acqua distillata grammi dieci), e ad un regime dietetico ricostituente.

Le condizioni generali di salute dell'ammalato indubbiamente migliorarono ed anche le condizioni dell'emeralopia migliorarono in questo senso che la penombra dell'androne dell'infermeria, rischiarato dalla solita lucernuzza della notte, non era più, agli occhi dell'ammalato, buio pesto come nei primi giorni della sua entrata nella clinica. L'acutezza visiva si presentava immutata. In queste condizioni vennero eseguite le esperienze alle quali si riferisce la Tabella XLI.

Tanto nelle prime come nelle ultime sovraccennate esperienze sul soggetto emeralopico, l'intensità luminosa della fiamma, corrispondente al termine iniziale, era uguale a quella corrispondente al termine iniziale delle esperienze fatte immediatamente prima, in una stessa seduta, sul soggetto **N.° II** immune da emeralopia, ed indicate nelle tabelle XIII e XV.

Osservazioni riguardanti le esperienze.

Come osservazioni generali riguardanti l' illuminazione rilevai:

1.° Che il grado di intensità luminosa della fiamma (ottenuto colla maggior apertura del robinetto del gaz e quindi coll' innalzamento della fiamma) adattato pel primo termine di ciascuna esperienza, ossia pel momento iniziale, nei soggetti **I** e **III** (e però nell' occhio normale) aumenta gradatamente ogni qualvolta nello stesso soggetto, nella stessa seduta e con lo stesso numero ottometrico adoperato pel Visus iniziale, si passa successivamente e senza interruzione ad esperimentare prima con amendue gli occhi liberi, poi con un occhio solo libero, ed infine con un occhio solo diaframmato.

Il massimo quindi di intensità luminosa ha luogo nelle esperienze fatte con un occhio solo diaframmato, escludendo, come ho già accennato, le esperienze fatte coll' occhio miotico da eserina, nelle quali devesi pure tener calcolo delle condizioni ottico-oculari non identiche; ed il minimo ha luogo nelle esperienze fatte con ambedue gli occhi liberi.

2.° Che in tutti i soggetti esperimentati (e si può dire, in tesi generale) il grado di intensità luminosa corrispondente al Visus iniziale nello stesso soggetto e nella stessa seduta, cresce col crescere della dimensione del numero ottometrico scelto pel Visus iniziale del 1.° termine di ciascuna esperienza.

3.° Che se ad esperienza eseguita con amendue gli occhi liberi si fa seguire immediatamente una seconda esperienza eseguita con un occhio solo libero, l'aumento dell'intensità luminosa che ha luogo in questa seconda esperienza per il primo termine della esperienza ossia per il Visus iniziale (rappresentante l'acutezza visiva massima) ha pure luogo nella stessa misura proporzionale per tutti gli altri termini corrispondenti ai Visus decrescenti della esperienza.

E però nelle due esperienze eseguite successivamente, ora accennate, la posizione dei cartelli ottometrici, rispetto al soggetto ed al lume, rimane immutata, per quanto varii il grado di intensità luminosa relativa di ciascun cartello. In altri termini, il rapporto di compensazione fra la grandezza dell'angolo visuale e la diminuzione della intensità luminosa si effettua in ugual misura sia che l'esperienza venga eseguita con un occhio solo libero oppure con amendue gli occhi liberi.

Per quanto riguarda le esperienze si può rilevare: che l'andamento dell'esperienza viene naturalmente modificato dall'effetto del diaframma perforato anteposto all'occhio, dall'azione dell'atropina e dalla grandezza del numero ottometrico scelto per il termine iniziale; che l'irregolarità dell'andamento dell'esperienza è meno accentuata nel soggetto emmetropico ed invece spiccatissima nel soggetto miope con correzione; e che, in tutti i casi, l'irregolarità è minore quanto maggiore è la dimensione del numero ottometrico iniziale.

In una esperienza-tipo converrebbe quindi servirsi di soggetti privi di difetti di refrazione, escludere possibilmente la variabilità del diametro pupillare non che la funzione dell'accomodamento, scegliere di preferenza numeri ottometrici iniziali di grande dimensione e, trattandosi di esperienze comparative, occorrerebbe tenersi ad un numero ottometrico di dimensione invariata pel termine iniziale di tutte quelle esperienze che devono essere assieme comparate.

Le maggiori incertezze nella posa dei cartelli si riscontrano specialmente rispetto agli ultimi termini corrispondenti agli angoli visuali di maggiore grandezza; poichè le lettere (quando il cartello nell'avvicinarsi all'occhio, prima di essere posato, si trova ancora in luce insufficiente) guardate fisamente, si presentano con contorni incerti, sfumati; e sembrano ondeggianti e ora emergenti ora evanescenti come spettri.

In questo periodo dell'esperienza non si è sempre sicuri di afferrare il momento in cui la forma della lettera apparisce net-

tamente contornata. Colla intensità della osservazione si resta facilmente suggestionati credendo di vedere ciò che in realtà non si vede.

E però anzichè delle esperienze fatte sopra di me mi fidai delle esperienze fatte sopra altri soggetti non aventi preconcetti.

Ommetto altri particolari intorno ai risultati delle esperienze perchè facilmente possono dedursi dalle precedenti tabelle (1).

---

(1) Per dare una idea sommaria del vario grado di intensità luminosa che potè essere richiesto in qualcuno dei momenti iniziali delle esperienze sopra indicate di compensazione, citerò i risultati riguardanti il valore medio di parecchie esperienze eseguite espressamente, nel modo che io sono per descrivere, sopra il soggetto **N.° III** (contemporaneamente alle esperienze di compensazione) nell'anno 1893-94, e ripetute nel febbraio, in corso, del 1895.

Il soggetto, tenuto previamente al buio per 20 minuti, è seduto nella camera oscura, alla estremità di un tavolo annerito, della lunghezza di 5 metri e della larghezza di un metro. Sopra il tavolo, montanti sopra sostegni verticali, fissi ciascuno ad un carretto a quattro rotelle mobili su due rotaie parallele alla lunghezza del tavolo, possono scorrere ad uno ad uno i cartelli ottometrici N.° II e N.° III che servirono per le esperienze di compenso, e due genuine candele normali inglesi, montate, queste, sopra un solo carretto, sopra una stessa linea trasversale, distanti fra di loro di 25 centimetri ed equidistanti dal centro dei cartelli ottometrici. L'intensità luminosa della candela normale inglese, *candle*, equivale, come si sa, ad $\frac{1}{7,4}$ della lampada-tipo Carcel (Mergier, *Traité pratique de manipulations de Phisyque — Optique —*, Paris, 1888; p. 24) (*).

Durante l'esperienza, le lettere del cartello ottometrico, disposto verticalmente, le fiamme delle candele e la linea base del soggetto sono sensibilmente sopra uno stesso piano orizzontale.

Uno schermo di lamina metallica sottile annerito, della larghezza di 33 centimetri, circonda, a guisa di lanterna aperta, ciascuna candela da tutti i lati, eccetto che dal lato rivolto verso i cartelli, distando 5 centimetri dalla candela e sorpassandone di 10 centimetri l'altezza. Questo schermo ripara gli occhi dell'osservatore dai raggi della fiamma. Il cartello ottometrico è simmetricamente ed uniformemente illuminato dalle due candele che si allontanano e si avvicinano in ugual misura. L'osservatore vede il cartello di fronte lungo la linea mediana a traverso lo spazio di circa 15 centimetri di larghezza interposto fra i due diaframmi.

I risultati sono i seguenti:

(*) Le candele normali inglesi adoperate in queste esperienze mi vennero gentilmente donate, dieci anni sono, dal mio egregio collega ed amico Dottore Stefano Pagliani che ora è professore di Fisica nella Scuola di applicazione per gli Ingegneri a Palermo.

Diagrammi e considerazioni relative.

Per ogni tabella, rappresentante una o più esperienze, ho costruito un diagramma (riferendomi come generalmente si costuma ad un sistema di assi cartesiani rettangolari) colle colonne (**h**) e (**k**), portando come ascisse i valori della colonna (**k**) e come ordinate i corrispondenti valori della colonna (**h**). Nel fare ciò, sia per le ascisse che per le ordinate, venne scelta la stessa unità di misura, il centimetro.

Guardando nel suo insieme la configurazione del diagramma salta, con evidenza, all'occhio l'esperimento il quale si può,

---

Esperimentando col cartello N.° II, e però con acutezza visiva $= \frac{3}{II}$, il valore medio della distanza delle fiamme delle candele dalle lettere del cartello risulta:

per amendue gli occhi liberi, uguale a metri 0,83
per il solo occhio destro libero, id. id. 0,74
per l'occhio destro diaframmato, id. id. 0,64

Esperimentando col cartello N.° III, e però con acutezza visiva $= \frac{4,50}{III}$, il suddetto valore medio risulta:

per amendue gli occhi liberi, uguale a metri 0,75
per il solo occhio destro libero, id. id. 0,66
per l'occhio destro diaframmato, id. id. 0,48.

In ogni esperienza il sostegno scorrevole delle candele, posto da prima ad una distanza eccessiva, veniva mano mano avvicinato al cartello, fisso successivamente alle rispettive distanze di metri 3 e di metri 4,5 dall'occhio, fino alla distanza che permetteva all'occhio di godere il massimo di acutezza visiva compatibile col minimo di illuminazione del cartello ottometrico; e di quest'ultima distanza era tenuto conto. Questa distanza veniva misurata sull'asse del piano superiore del tavolo ed equivaleva alla distanza fra il piano del cartello ed il piano delle candele, amendue questi due ultimi piani, paralleli fra di loro e perpendicolari sul tavolo.

Il diametro del forellino del diaframma adoperato per le esperienze ad occhio diaframmato, tanto per queste come per quelle alle quali si riferiscono le tabelle, era di un millimetro più nove decimi di millimetro e non di un millimetro come erroneamente venne stampato a pagina 372 in questa memoria.

Anche in queste esperienze, che feci in numero di 180 per ricavare i valori medii ora citati, si rilevano spiccate le differenze, fra il valore massimo ed il valore

direi quasi, mentalmente ricostruire. Infatti si può considerare il diagramma come una riduzione in scala dell' esperimento, essendo che sulla linea orizzontale inferiore sono segnate le proporzionali distanze dei cartelli dal lume e le linee verticali rappresentano (proporzionatamente esagerate) le altezze dei caratteri dei cartelli relative a quelle distanze.

Confrontando fra di loro parecchi diagrammi, l' occhio subito vede i diagrammi che non sono uguali e facilmente scorge ove diferiscono fra loro.

Per agevolare questo confronto ho pure costruito delle figure comparative sovrapponendo, in uno stesso foglio, due o più diagrammi diversi, con linee variamente segnate ed in modo

---

minimo delle distanze relative alla percezione di uno stesso numero ottometrico nelle stesse condizioni dell'occhio. Tali differenze non sono tanto dovute alla difficoltà di precisare il momento in cui deve arrestarsi la corsa delle candele ed all'eventuale cambiamento di intensità luminosa colle fiamme, quanto all'abitudine contratta dal soggetto per le esperienze, alla ripetizione delle medesime, alla soverchia attenzione od alla distrazione del soggetto, allo stato del suo stomaco, se digiuno o satollo, alle condizioni dell'accomodamento, se in riposo od in azione, ed al grado di adattamento retinico; tutte cause queste che influiscono sullo spostamento del grado minimo di intensità luminosa necessario per ottenere il massimo di acutezza visiva. Noto però che detto spostamento, fissando uno stesso numero ottometrico, si verifica in misura sensibilmente proporzionale per l'occhio nelle diverse sue condizioni, ovvero sia, tanto per l'occhio destro diaframmato come per l'occhio destro libero e per amendue gli occhi liberi; di guisa che in tutte le esperienze eseguite, per esempio, col cartello ottometrico N.° II, i diversi gruppi di esperienze riguardanti le tre esperienze (fatte sempre immediatamente una dopo l'altra) nelle tre accennate condizioni dell'occhio, presentavano, ciascuno, sensibilmente la stessa proporzione nei loro termini; e considerando come 1 la distanza corrispondente all'occhio diaframmato, quella corrispondente al solo occhio destro libero equivaleva a circa 1,15 e quella corrispondente ad amendue gli occhi liberi era di circa 1,29.

Se nella vita abituale ci passano per lo più inavvertite queste differenze, propriamente dette fotoptiche (*), se ne può attribuire la cagione al fatto (già da me accennato in altra pubblicazione) che nelle condizioni ordinarie del vedere, difficilmente ci serviamo del massimo di acutezza visiva in unione col minimo di illuminazione.

(*) Mi servo della parola « fotoptiche » nel senso indicato dal NICATI nel suo interessantissimo lavoro: *Théorie de la couleur*, (Paris, 1895).

che tutti i diagrammi coincidano collo zero sulla stessa linea orizzontale.

La figura 2.ª della tavola (in fine della presente memoria) è il diagramma costruito colla Tabella XVIII (ridotto alla proporzione di $^1/_2$, ossia scegliendo per unità di misura il mezzo centimetro). La figura 3.ª è il diagramma costruito colla Tabella XXIX (ridotto pure alla proporzione di $^1/_2$), sopra del quale, con tratto di linea punteggiata, venne disegnato il diagramma della figura 2.ª, facendo coincidere, nel modo suindicato, la linea orizzontale di amendue, a partire dallo zero. Ne risulta in questa guisa una tavola comparativa dei diagrammi riguardanti le suddette due Tabelle (1).

Dallo studio poi dei sovraccennati diagrammi, appositamente costruiti colle colonne (**h**) e (**k**) delle tabelle, si può rilevare che non è possibile congiungere i diversi punti rappresentanti i diversi termini dell'esperienza con una curva rappresentabile da una unica equazione (nè algebrica, nè formata da trascendenti ordinarî) fra le ascisse e le ordinate dei detti punti. Soltanto in qualcuno dei diagrammi ed in qualche piccolo tratto della curva corrispondente vi è un accenno incerto all'aspetto parabolico.

Nel resto l'andamento della curva in tutti i diagrammi è così vario che non è nemmeno possibile affermare con sicurezza che la suddetta curva (pur non essendo rappresentabile con una unica equazione) sia rappresentabile con equazioni diverse, ciascuna appropriata ad un determinato tratto della curva medesima.

E siccome i diagrammi rispecchiano i risultati dell'espe-

---

(1) Nella seduta dell'Accademia delli 20 febbraio 1895, contemporaneamente alla lettura di questa memoria, vennero presentati 41 diagrammi, riguardanti ciascuna delle tabelle del testo, più 12 tavole comparative contenenti complessivamente 33 diagrammi. Mi limito a pubblicarne soltanto due poichè ritengo sieno più che sufficienti a dare al lettore una idea dell'effetto che producono i diagarmmi e del modo con cui i diagrammi vengono costruiti.

rienza, così le cifre, che questa ci ha fornite, non ci mettono in grado di formulare una legge a cui questi risultati obbediscono.

Ciononondimeno, considerando che diagrammi corrispondenti ad esperienze eseguite sullo stesso soggetto in eguali condizioni dell' occhio e del termine iniziale, ancorchè fatte alla distanza di mesi le une dalle altre, non differiscono sostanzialmente fra di loro; e che invece, diagrammi corrispondenti ad esperienze eseguite sullo stesso soggetto, ma in differenti condizioni dell' occhio e del termine iniziale, tanto fatte nello stesso tempo come fatte alla distanza di mesi le une dalle altre, differiscono notevolmente fra di loro, mi pare che questo sistema di sperimentare da me seguito e questo modo di rappresentare in diagrammi le esperienze, pur non prestandosi a formulare una legge valgano a rendere evidenti i mutamenti che nel modo di comportarsi per la luce decrescente presenta l' occhio e possano servire a far spiccare ed a descrivere le variazioni funzionali che si riscontrano nell' emeralopia nel torpore retinico ed in quelle affezioni in genere nelle quali è lesa la sensibilità luminosa dell' occhio.

Dal concetto fondamentale della posizione dell' occhio, della sorgente luminosa e dei cartelli nelle esperienze, parrebbe emergere che, (intendendosi per splendore intrinseco di un luminare l' intensità luminosa che il luminare produce colpendo con raggi normali una superficie posta all' unità di distanza da esso), la quantità totale di luce che arriva all' occhio è in ragione diretta dello splendore intrinseco del luminare ed in ragione inversa del quadrato della distanza dell' occhio del luminare; ma lo splendore intrinseco di ciascuno dei cartelli è già egli alla sua volta in ragione inversa del quadrato della distanza della sorgente luminosa che li genera, e però la quantità totale di luce che arriva all' occhio dai luminari, è in ragione composta dell' inverso quadrato della distanza dei luminari dall' occhio e dell' inverso quadrato delle distanze degli stessi luminari dalla unica sorgente luminosa, cioè dell' inverso della quarta potenza della distanza dell' occhio dai cartelli.

Quest' ultima legge non trova però il suo perfetto riscontro nelle esperienze per la natura della sorgente luminosa, per la natura della superficie dei cartelli, per la diversa grandezza delle immagini retiniche cui essi danno luogo e sopratutto per gli effetti di contrasto.

Infine fatta astrazione da queste considerazioni teoriche, sono intimamente persuaso che occorrendo rifare le sovradescritte esperienze, che potrebbonsi anche chiamare di ottica oculare, avrebbero a rifarsi meglio e più completamente incominciando dal valutare sperimentalmente la intensità luminosa corrispondente a ciascun momento della osservazione ossia dal determinare il valore fotometrico di ciascun cartello nella posizione in cui si trova, rispetto alla sorgente luminosa.

Ed in questo caso sarebbe facile accennare le cautele occorrenti per la natura dei metodi fotometrici; i quali metodi hanno in massima per base l'apprezzamento soggettivo delle differenze di chiarezza.

Ho per altro la convinzione che il lavoro, con tutte le sue imperfezioni, possa almeno tornare opportuno a rendere più facile l'evitare qualche scoglio nell'esame funzionale dell'occhio. Nè crederò di aver sostenuta inutile fatica se questo mio lavoro varrà almeno a tener viva maggiormente l'attenzione sopra un argomento il cui interesse non può essere certamente discutibile.

BIBLIOGRAFIA

AVVERTENZA. — Le indicazioni bibliografiche contrassegnate da asterisco (*) (*) sono di pubblicazioni da me vedute. Le altre, fino al 1876, furono ricavate da: « DE WECKER et LANDOLT, *Traité complet d' Ophthalmologie*, Tom. I, pp. 536-538, (Paris, 1880) », e le successive furono, nella maggior parte, tratte da uno spoglio metodico dell'opera: « NAGEL u. MICHEL, *Jahresbericht ueber die Leistungen und Fortschritte im Gebiete der Ophthalmologie*, Jahrg. VII-XXIV, (Tubingen, 1878-1894). »

1. NEWTON. — *Optice. Quaestio*, XVI. 1704.

*__2.__ BOUGUER. — *Essai d' optique sur la gradation de la lumière.* Paris, Claude Jombert. MDCCXXIX, pp. 164, in 12°.

3. SEGNER. — *De raritate luminis.* Gottingae, 1740.

*__4.__ MAYER (Tobia). — *Experimenta circa visus aciem.* In: *Comm. Soc. Reg. Scient. Gotting.*, Tom. IIII, ad Ann. MDCCLIIII, pp. 120-135, (Gotting., El. Luzac).

NOTA. — Di questa classica memoria trovansi: traduzione incompleta in: * *Cours Complet d'Optique, traduit de l'anglois de* ROBERT SMITH... Tom. second, pp. 409-416 (*addition du Traducteur* I) (Avignon, Veuve Girard et Fr. Seguin, MDCCLXVII); ed una rivista in: * *Antologia Romana*, Tomo quarto, pp. 364-367. (Roma, Gregorio Settari, MDCCLXXVIII).

*__5.__ BOUGUER. — *Traité d' optique sur la gradation de la lumière: Ouvrage posthume... publié par* DE LA CAILLE... Paris, Guerin et L. F. Delatour, M. DCC. LX, pp. XVIII e 368 in 4°.

6. LAMBERT. — *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*, Augustae Vindelicorum, 1760.

7. CAVALLO. — *Hist. naturelle* III. 1765.

*__8.__ D' ARCY. — *Mémoire sur la durée de la sensation de la vue.* In: *Mém. de l'Académ. des scienc.* Ann. MDCCLXV, pp. 439-451, (Paris, 1768).

9. BREWSTER. — *Edinburgh Transactions*, 1815.

10. PARROT. — *Entretiens sur la physique*, III, p. 235. (Dorpat, 1819-24).

11. PURKINIE. — *Beobachtungen und Versuche* etc., Bd. II, S. 109-110, (1825).

12. MÜLLER (J.) — *Zur vergleichenden Physiologie des Gesichtsinnes*, p. 400, (1826).

13. PARIS. — *Thaumatrop.* In: * POGGENDORFF'*s Ann.*, Bd. X, nota a p. 480, (Leipzig, 1827), ed in: *Edim. Journ. of. sc.*, VII, 87, (1829).

14. HERSCHEL. — *On light*, p. 29, (1829).

15. PLATEAU. — *Dissert. sur quelques propriétés des impressions produites par la lumière sur l' organe de la vue.* Liege, 1829.

16. QUETELET. — *Positions de Physique*, T. III, p. 81, (1829).

* 17. Plateau (J.) — *Ueber einigen Eigenschaften der vom Lichte auf das Gesichtsorgan hervorgebrachten Eindrücke.* In: Poggendorf's *Ann.* Bd. XX, pp. 304-333, (Leipzig, 1830); et *Mém. de l'Acad. de Bruxelles*, XI. (1830).

18. Potter. — *Edinb. Journ. of. science*, new. ser. III, p. 284, (1830).

19. Quetelet. — *Bibl. Univ. de Genève*, T. LII, p. 212 et Pogg. *Ann.* T. XXIX, p. 187-189. (1830).

20. Ritchie. — *Annals of. philosophy*, ser. III, T. I, p. 174. (1830).

21. Rumford. — *Philosoph. transact.*, T. LXXXIV, p. 67. (1830).

22. De Maistre. — *Bibl. Univ. de Genève*, T. LI, p. 323; et * *Photometer* in: Poggendorff's *Ann.* Bd. XXIX, pp. 186-192, (Leipzig, 1833).

* 23. Duwe. — Poggendorff's *Ann.*, Bd. XXIX, nota a pag. 190, (Leipzig, 1833).

24. Talbot. — *Philos. Magaz*, nov. 1834, p. 327. (1834).

25. Brewster. — *Manuel d'optique*, II, p. 81. (1835).

26. Plateau. — *Annales de Chimie et de Physique*, T. 58, p. 337. (1835).

27. Steinheil. — *Photometer.* In: * Poggendorff's *Ann.*, Bd. XXXIV, pp. 644-650, (Leipzig. 1835); et: *Denkschriften der Münchener Akademie*, Mat. Phys. Klasse II, (1836). Methode analogue de Jonhson, *Cosmos* III, 301. (1834).

* 28. Plateau. — *Betrachtungen über ein von Hrn* Talbot *vorgeschlagenes photometriches Princip.* In: Poggendorff's *Ann.*, Bd. XXXV, pp. 457-468, (Leipzig, 1835).

29. Steinheil. — In: *Abhandl. der Math. phys. Klasse der Bayr. Academie*, p. 14. (1837).

30. Masson. — In: *Annales de Chimie et de Physique*, XIV, p. 150. (1845).

31. Pernot. — *Moniteur industriel*, n. 1509. (1850).

* 32. Dowe. — *Ueber den Einfluss der Helligkeit einer weissen Beleuchtung auf die relative Intensität verschiedener Farben.* In: Poggendorff's *Ann.*, Bd. LXXXV, pp. 397-408, (Leipzig. 1852).

33. Pouillet. — *Comptes rendus*, 35, p. 373. — * *Ueber eine photometrische Eigenschaft der* Daguerre, *schen Platten.* In: Poggendorff's *Ann.*, Bd. LXXXVII, pp. 490-498, (Leipzig, 1852). — *Instr.*, (1852), p. 301, — *Cosmos* I, p. 546, (1852).

34. Bernard. — *Annales de Chimie*, III, 35, p. 385-438; *Cosmos* II, 496-497, 636-639. — * *Comp. rend. hebd. d. l'Academ d. scienc.*, T. XXXVI, p. 728-731, (Paris, 1830).

* 35. Grailich (Joseph). — *Beitrag zur Theorie der gemischten Farben.* In: *Sitzungsber. d. Kaiserlich. Akademie d. Wissensch. Mathem.-naturw. Classe*, Band XII, pp. 783-847, (Wien, 1354).

36. Oppel. (J. J.) *Ueber den Einfluss der Beleuchtung auf die relative Lichtstaerke verschiedener Farben.* In: *Jahresber. des Frankfurter Vereins*, 1853-54, p. 44, 49, (1854).

37. Smee (Alfred). — *The eye in health and desease*, London, 1854.

38. De Limencey et Secrétant. — *Cosmos*, VIII, 174. — *Polyt. Contratblatt*, 1856, p. 570, (1856).

39. Maxwell. — *Edinb. Journal*, IV, p. 337, (1856).

*40. Förster (D.r R.). — *Über Hemeralopie und die Anwendung eines Photometers in Gebiete der Ophthalmologie.* Breslau L. F. Maske, 1857, pp. 48 in 8°.

*41. Zöllner (Friederich). — *Photometrische Untersuchungen.* In: Poggendorff's *Ann.*, Bd. C., pp. 381-394, 474-475, e 651-653, (Leipzig, 1857).

42. Arago. — *Oeuvres complètes,* X, 255, (1858).

43. Fechner. — *Ueber ein wichtiges psychophysisches Gesetz.* Leipzig. — *Abh. der saecks. Gesellsch. der Wissensch.* Math. phys. Klasse IV, p. 457-462, et *Berichte der Saechs. Gesellsch.*, 1858, p. 58, (1859).

44. Aubert. — *Beiträge zur Physiologie der Netzhaut.* In: *Abhandl. der schlesischen Gesellsch.* Abth. f. Naturw. und Medicin. T. I, p. 61, (1859).

*45. Govi (Gilberto). — *Diaphragme à ouverture variable pour les instruments d' optique.* In: *L'Anneé Scientifique et industrielle... pour* L. Figuier. III Ann. Tom. I, p. 95, (Paris, Hachette 1859).

46. Moleschott. — *Untersuchungen,* 1859.

47. Volkmann. — *Ueber den Einflus eines Lichtreizes auf dessen Erkennbarkeit.* In: *Goettinger Nachrichten,* 1861, p. 170-176, (1859).

48. Wild (H.) — *Ueber ein neues Photometer und Polarimeter nebst einigen damit angestellten Beobachtuagen.* In: * Poggendorff's *Ann.* Bd. XCIX, pp. 235-274, (Leipzig, 1856); et *Mittheil. der Bernischen naturf. Gesellsch.*, 1859, n. 427, 429, (1859).

49. Zoellner. — *Grundzüge einer allgemeinen Photometrie des Himmels,* (Berlin, 1859).

50. — *Photometrische Untersuchungen.* Thèse de Bâle, (1859).

*51. Aubert. — *Ueber subjective Licht-Erscheinungen.* In: Poggendorff's *Ann.*, Bd. CVII, pp. 638-641, (Leipzig, 1862).

52. Volkmann. — *Physiologische Untersuchungen im Gebiete der Optik,* Heft. 1, (Leipzig, 1863).

*53. Aubert (Hermann). — *Physiologie der Netzhaut.* Breslau, E. Morgen Stern. 1864-1865, pp. XII e 394 in 8°. [Cfr. Erst. Absch.: Der Lichtsinn, pp. 23-105].

54. Bunsen. — In: *Physique de* Müller *et* Pouillet. I, 3, 4. 499, (1864).

55. Fechner. — *Ueber die Frage der psychophysischen Grundgesetze mit Rücksicht auf* Aubert's *Versuche,* (Leipziger Ber., 1864).

56. Moleschott. — *Physiologie der Netzhaut* I, n. II Häfte, (Breslau, 1864).

57. Zoellner. — *Photometrische Untersuchungen,* Leipzig, 1864.

58. Müller (C. F.) — *Verlauf der Netzhautermüdung.* Thèse, (Zurich, 1866).

*59. Czerny (Vincenz). — *Über Blendung der Netzhaut durch Sonnenlicht.* In: *Sitzungsber. d. Kaiserlich. Akad. d. Wissensch., Mathem.-naturwiss. Classe,* Band LVI, Zweit. Abth., pp. 409-428, (Wien, 1867).

*60. Helmholtz (H.) — *Optique Pkysiologique... traduite par Emile* Javal et N. Th. Klein. Paris, V. Masson et F. MDCCCLXVII, pp. XI e 1057 in 8°. [Cfr. p. 294 e segg.].

*61. Exner (Carl). — *Über die Curven des Anklingens und des Abklingens der Lichtempfindungen.* In: *Sitzungber. der Kaiserl. Akad. d. Wiss., Matem-naturwiss.* Class. LXII Bd., Zweit. Abth., pp. 197-201, (Wien, 1870).

* 62. Sichel (fils). — *De l'anesthésie rétinienne.* In: *Ann. d'Oculistiq.* T. LXIII, pp. 201-205, (Bruxelles, 1870).

* 63. Reymond (Carlo). — *Interpretazione dell' Emeralopia.* In: *Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino,* Maggio 1871. (Torino, Vercellino 1871), pp. 52 in 8°.

* 64. — *Una modificazione al Fotometro di* Förster. In: *L' Osservatore Gazzetta delle Cliniche,* Vol. VII, n. 42 pp. 657-663. (Torino, 1871).

* 65. Weber (Adolf). — *Apparat für photometrischen Messungen und Farbenmessungen.* In: *Klin Monastbl. für Augenheilk.,* IX Jahrg., pp. 349-350, (Erlangen, 1871), |Discussion in Sitzungsberict der Ophthalmologischen Gesellschaft im Jahre 1871|.

* 66. Hering (E.) — *Zur Lehre vom Lichtsinne. Ueber die sogenannte Intensität der Lichtempfindung und über die Empfindung des Schwarzen. Grundzüge einer Theorie des Lichtsinnes,* etc. In: *Sitzungsber. d. Kaiserlich. Akad. d. Wissensch., Mathem.-naturwiss. Class.,* * Band LXVI, Dritt. Abth, pp. 5-24, (Wien, 1872); Vol. 49, III; Vol. 68, III; Vol. 69, II, (1872).

67. Hippel. — *Description d' un photomètre.* In: *Berlin klin. Wochenschr.,* p. 424; * *Ann. d' Oculistiq.,* T. LXVII, pp. 100-101, (Bruxelles, 1872); et *Klin. Monatsbl.* 1871, p. 337, (1871).

* 68. Reymond (Carlo). — *Annotazione sul torpore della retina.* In: *Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino,* Luglio 1872, (Torino, Vercellino) pp. 38 in 8°.

69. — *Stato torpido e stati emeralopici della retina,* etc., (Torino. 1872).

70. Delboeuf (J.) — *Recherches théoriques et expérimentales sur la mesure des sensations et spécialement des sensations de lumière et de fatigue.* * Rapport de M. Plateau in: *Bullet. de l'Acad. Roy. des sciences* etc. *de Belgique,* T. XXXIV, pp, 250-262, (Bruxelles, 1872) e * rivista in: *Revue Scientifique,* T. XII, pp. 66-68, (Paris, 1873).

71. Dewar and Mc Kendrick. — *The physiological action of Light.* In: *Journ. of anat. and physi,* n. XII, p. 275-282, (1873).

* 72. Klein (D. N. Th.). — *De l' influence de l' éclairage sur l' acuité visuelle.* Paris, G. Masson, MDCCCLXXIII, pp. 108 in 8°.

73. Talma. — *Over licht-en kleurperceptie.* (14 *de Verslag, Nederl. Gasthuis voor ooglijders,* p. 129-176, et Thèse d' Utrecht), 1873.

74. Yvon. — *Photomètre fondé sur la sensation du relief.* In: *Comptes rendus de l'Acad. des sciences,* T. LXXV, n. 19, p. 1102 et * *Ann. d' Oculistiq.* T. LXIX, pp. 70-71, (Bruxelles, 1873).

75. Roustan. — *Traitement par la lumière des maladies des yeux et en particulier de l' héméralopie,* (Paris 1874).

* 76. Snellen und Landolt. — *Photoptometrie und Chromatoptometrie.* In: *Handbuch der gesammten Augenheilkunde... von* A. Graefe *u.* Th. Saemisch. Bd. III, Erst. Th. pp. 22-52, (Leipzig, W. Engelmann 1874).

* 77. Dewar (James.) — *L' action physiologique de la lumière.* In: *Revue scientifique,* T. IX, pp. 516-520, (Paris, 1875).

* **78.** GUAITA (L.) — *Un caso d' emeralopia con limitazione periferica del campo visivo guarito con le iniezioni ipodermiche di stricnina.* In: *Annali di Oftalm.*, Vol. IV, pp. 135-139, (Pavia, 1875).

* **79.** REYMOND (Carlo). — *Stato torpido e stati emeralopici della retina. Studii clinici sui rapporti della acuità visiva col rischiaramento.* In: *Annali di oftalmologia* dir. dal Pr. QUAGLINO. (Milano, Vallardi 1875, pp. 72 in 8°).

* **80.** CARP (Emil.) — *Ueber die Abnahme der Sehschärfe bei abnehmender Beleuchtung... Inaug. Dissert...* 3 Iuli 1876. (Marburg, L. Pfeil), pp. 28 in 8°.

81. CLASSEN. — *Physiologie d. Gesichtssinnes begründet auf* KANT's *Theorie d. Erfahrung*, Braunschweing, 1776.

82. — *Physiologie d. Gesichtssinnes.* In: *Samml. physiol. Abhandlungen.* Preyer. I, 4, (1876).

83. DOERINCKEL (W.) — *Ueber die Abnahme der Sehschärfe bei abnehmender Beleuchtung. Inaug. Diss.*, Marburg, 1876.

* **84.** AUBERT. — *Physiologische Optik.* In: *Handbuch der gesammten Augenheilkunde... von* A. GRAEFE *und* Th. SAEMISCH, II Bd. Zweit. Th., pp. 479-517, (Leipzig, W. Engelmann, 1876).

* **85.** POSCH (Anton). — *Ueber Sehschärfe und Beleutung.* In: *Archiv. für Augen-und Ohrenheilkunde her von* H. KNAPP, S. MOOS, L. MAUTHNER, V Bd. Erst. Abt., pp. 14-49. (Wiesbaden, 1876).

86. SCHMIDT-RIMPLER. — *Apparat zur Bestimmung des Lichtsinns.* Tagebl. der 49. Versamml. deutscher Naturf. u. Aerste. Hamburg, p. 119, (1876).

87. JAVAL. — *Mésure de l' acuité visuelle en tenant compte de l' éclairage.* In: *Soc. de Biol. Gaz. med. de Paris*, S. 337; *Gaz. hebd.*, S. 398; *Gaz. des Hôpit*, 569. (1877).

* **88.** RICCÒ (A.) — *Relazione fra il minimo angolo visuale e l' intensità luminosa.* In: *Atti della R. Acc. di Sc. Lett. ed Arti in Modena*, Tom. XVII, (Modena, Società Tipografica 1877, pp. 116 in 4°).

* **89.** ALBERTOTTI (Giuseppe). — *Sul rapporto tra V ed L.* Estratto da: *Annali di Oftalmologia* dir. dal Prof. QUAGLINO, Anno VII, Fasc. 1. (Milano, Vallardi 1873), pp. 12 in 8°.

90. EDGERTON. — *Photometer mit Normallampenlicht.* In: DINGLER's. *Journ.* CCXXIX, S. 48, (1878).

91. SOUS. — *Influence de l' éclairage sur l' acuité de la vision.* In: *Le Bordeau méd.* n. 28, (1878).

* **92.** CHARPENTIER (Aug.) — *Sur la quantité de lumière perdue pour la mise en activité de l' appareil visuel, et ses variations dans différentes conditions.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc,.* T. LXXXVIII, pp. 189-191, (Paris, 1879).

* **93.** JAVAL. — *Essai sur la Physiologie de la lecture. Chap. V; Influence de l' éclairage sur l' acuité visuelle.* In: *Ann. d' oculistiq.* T. LXXXI, pp. 61-73. (Bruxelles, 1879).

* **94.** RICHET (Ch.) et BREGUET (Ant,) — *De l' influence de la durée et de l' intensité sur la perception lumineuse.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. LXXXVIII, pp. 239-240, (Paris, 1879).

* **95.** Charpentier (Aug.) — *Sur la sensibilité de l' oeil aux différences de lumière.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.* T. XCI, pp. 49, (Paris, 1880).

* **96.** — *Sur la sensibilité différentielle des l' oeil pour des petites surfaces lumineuses.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.* T. XCI, pp. 240-241, (Paris, 1880).

* **97.** De Wecker et Landolt. — *Traité complet d' ophtalmologie...* T. I, (Paris, A. Delahaye 1880). [Cfr. Bibliografia pp. 536-538].

* **98.** Manolescu. — *Recherches relatives a l' étude de l' acuité visuelle — Conditions de la visibilité des points et des lignes.* In: *Ann. d' Oculistiq.*, T. LXXXIII. pp. 55-62. (Bruxelles, 1880).

* **99.** Bull (Ole B.) — *Studien über Lichtsinn und Farbensinn.* In: Graefe's *Arch. f. Ophtalm.*, XXVII, Abth. I, pp. 54-154 (Berlin, 1881).

***100.** Parinaud. — *Détermination numérique de l' acuité visuelle pour les couleurs et la lumière. Chromoptomètre.* In: *Ann. d' Oculistiq.*, T. LXXXV, pp. 113-134, (Bruxelles, 1881).

***101.** Albertotti (Giuseppe). — *Telemetria.* Estratto da: *Annali di Ottalmologia*, Ann. XI, Fasc. 5, (Pavia, 1882), pp. 28 in 8°. [Cfr. pag. 4].

***102.** Charpentier (Aug.) *Description d' un Photomètre differentiel.* In: *Arch. d' Opht.* T. II, pp. 418-428, (Paris, 1882).

***103.** — *Note complémentaire relative à l' influence de la surface sur la sensibilité lumineuse.* In: *Arch. d' Opht.*, T. II, pp. 487-494, (Paris, 1882).

***104.** — *Nouvelles recherches sur la sensibitité de la rétine.* In: *Archiv. d' Opht.*, T. II, pp. 234-259, (Paris, 1882).

***105.** — *Recherches sur la distinction des points lumineus.* In: *Archiv. d' Opht.*, T. II, pp. 308-321, (Paris, 1882).

***106.** Hass (J. H. De). — *Umsetzung von Licht im Erregung zum Sehen.* In: *Klin. Monatsbl. f. Augenheilk.*, XX Jahrg., pp. 219-230, (Stuttgart, 1882).

107. Aubert (Hermann). — *Die Helligkeit des Schwarz und Weiss.* In: *Arch. f. d. ge. Physiolog.* XXXI, S. 223. (1883).

108. Bjerrum. — *Untersuchungen über den Formen und Lichtsinn. Inaug. Diss.* Kopenhagen. 1883.

109. Charpentier (Aug.) — *Communication sur la photométrie physiologique et sur une nouvelle méthode photométrique.* In: *Rev. méd. de l' Est. Nancy*, T. XV, n. 22, S. 694, (*Sociéte de Sciences de Nancy*, 3 Juillet 1883).

***110.** — *Expériences relatives à l' influence de l' éclairage sur l' acuité visuelle.* In: *Arch. d' Ophth.*, T. III, pp. 37, (Paris, 1883).

***111.** — *Influence de la couleur sur la perception des différences de clarté.* In: *Comp. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. XCVII, pp. 1431-1433. (Paris, 1883).

***112.** — *Nouvelles recherches sur la perception des difference de clarté.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. XCVII, pp. 1373-1375. (Paris. 1883).

***113.** Bjerrum (Jannik). — *Untersuchungen über den Lichtsinn und den Raumsinn bei verschidenen Augenkrankheiten.* In: Graefe's *Arch. f. Ophthalm.*, XXX, Abth. II, pp. 201-260, (Berlin, 1884).

114. — *Ueber den Helligkeitssin.* In: *Congrès intern. des scienc. méd. Compt. rend. de la Sect. d' Oph. Copenhagen.* 1885, p. 11, (1884).

* **115.** Charpentier (Aug.) — *Recherches sur la perception des differences de clarté.* In: *Arch. d' Ophtalm.*, T. IV, pp. 400-419. (Paris, 1884).

* **116.** — *Recherches sur la distribution des points noirs sur fond blanc.* In: *Arch. d' Ophth.*, T. IV, pp. 193-210, (Paris, 1884).

* **117.** — *La perception des différences successives de l' éclairage.* In: *Compt. rend., hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. XCIX pp. 87-88, (Paris, 1884).

* **118.** — *Nouveau modèle d' instrument destiné à l' examen clinique de la sensibilité lumineuse et de la perception des couleurs.* In: *Arch. d' Opht.*, T. IV, pp. 210-216, (Paris, 1884).

* **119.** — *Nouvelle Séries d' expériences sur la perception differentielle des couleurs.* In: *Compt. rend. d. l'Academ. d. scienc.*, T. XCVIII, pp. 1290-1292, (Paris, 1894).

* **120.** — *La percéption des difference successives de l' éclairage.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. XCIX, pp. 87 e seg., (Paris, 1884).

* **121.** — *Sur l' inertie des l' appareil rétinien et ses variations suivant la couleur excitatrice.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. XCIX, pp. 1031-1033. (Paris, 1884).

* **122.** Cohn (Hermann). — *Untersuchungen über die Sehschärfe bei abnehmender Beleuchtung.* In: *Arch. f. Augenheilk.* XIII, pp. 223-241, (Wiesbaden, 1884).

123. Kries. — *Bemerkungen zu der Arbeit von* Aubert: *Die Helligkeit des Schwarz und Weiss.* In: Pfluger's *Arch. f. d. ges. Physiol.* XXXIII, S. 249. (1884).

* **124.** Parinaud (H.) — *Sur la sensibilité visuelle.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, XCIX, pp. 241-242, (Paris, 1884).

125. Samelsohn (J.) — *Die Bedeutung der Lichtsinnuntersuchung in der pratischen ophthalmologie.* Ebd., S. 3. (1884).

* **126.** Wolffberg (Louis). — *Ueber Prüfung des centralen und peripheren Lichtsinnes.* In: *Sitzungsberichten der physikalischmedicinischen Societät zu Erlangen.* Sitz. vom, 12 Mai 1884. (pp. 5 in 8°).

* **127.** Charpentier (Aug.) — *La perception différentielle dans le cas des éclairages ordinaires.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. C., pp. 361-362, (Paris, 1885).

128. — *Rélation entre la sensibililé lumineuse et l' éclairage ambiant.* In: *Compt. rend. Soc. de biol.* 8, S. II, p. 475, (1885).

129. — *La perception lumineuse est elle la même sur tout l' étendue de la rétine (critique experimentale).* In: *Compt. rend. soc. de biol.* 8, S. II, p. 333, (1885).

* **130.** — *Recherches sur la perception différentielle successive.* In: *Arch. d' Ophth.*, T. V., pp. 1-9. (Paris 1885).

131. König. — *Ueber die Beziehung zwischen der Sehshärfe un der Beleutungsintensität. Verhandl. d. Physikal. Gesell. in Berlin*, n. 16, Sitz. vom. 4 Dec. 1885.

* **132.** Parinaud (H.) — *Sur l' existence de deux espèces de sensibilité à la lumière.* In: *Compt. rend. hebd. d. l' Academ. d. scienc.*, T. CI, pp. 821-823, (Paris, 1885).

* **133.** — *Photoptomètre.* In: *Arch. d' Ophth.*, T. V, p. 182, (Paris, 1885).

134. Roy (L.) — *Examen du sens de la lumière d'après une méthode basée sur la dépendence du sens de couleurs vis-a-vis le sens de la lumière.* In: *Rev. clin. d' Ocul.*, V, p. 113, (1885).

* **135.** Treitel. — *Eine neue Méthode der numerischen Bestimmung des Lichtsinnes.* Sep. Abd. aus dem. « *Centrallblatt f. prakt. Augenheilk. red. v. Prof.* Hirschberg. (Januanrheft.) Leipzig, 1885, pp. 6 in 8°.

* **136.** — *Ueber Hemeralopie und Untersuchung des Lichtsinnes.* In: Graefe's *Arch. f. Ophth.*, Bd XXXI, 1 Abth. pp. 139-176. (Berlin, 1885).

* **137.** Wolffberg (Louis) — *Ueber die Prüfung des Lichtsinnes. Eine Physiologis-klinische Studie* — (Sep. Abd. aus von Graefe's *Arch. f. Ophth.* Bd. XXXI, 1). Berlin 1885, pp. 78 in 8°.

* **138.** — 1) *Ueber den differentialdiagnotischen Werth der Farbensinn prüfungen.* 2) *Demonstration eines Apparates zur centralen und perimetrischen Lichtsinnprüfung* (Sep. Abd. aus dem *Bericht der Ophthalm. Gesells. zu Heidelberg*, 1885) pp. 7 in 8°.

* **139.** Charpentier (Aug.) — *Sur le contraste simultané.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. CII, pp. 864-865, (Paris, 1886).

140. — *Propagation de la sensation lumineuse aux zones retiniennes non excitées.* In: *Compt. rend.*, T. CII, p. 983, (1886).

* **141.** — *Sur une condiction physiologique influeçant les mesures photométrique.* In: *Compt. rend.*, *hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. CIII, pp. 130-131, (Paris, 1886).

* **142.** — *Sur une illusion visuelle,* In: *Compt. rend., hebd. d. l'Academ. d. scienc.*, T. CII, pp. 1155-1157, (Paris, 1886).

* **143.** Chibret. — *Chromatoptomètre et Phothomètre de* Colardeau, Izarn et D.r Chibret. Anzin (Nord) Imp. V.e Dugour 1886, pp. 4, in 8°.

* **144.** Cohn. — *Acuité visuelle suivant l' intensité lumineuse déterminée au photomètre.* In: *Revue générale d' Ophth.*, T. V, pp. 389-393 (Paris, 1886).

* **145.** De Wecker (L.) et Masselon (J.) — *Échelle métrique pour mesurer l' acuité visuelle le sens chromatique et le sens lumineux. Deuxième édition.* Paris, O. Doin 1886, pp. 64 in 8.°.

Nota. — Le tavole fotometriche che, mancanti alla prima (1877), furono aggiunte nella seconda edizione di questa opera, sono fondate sul principio delle scale fotometriche da me descritte nell'anno 1878 a pp. 9 e segg. della pubblicazione: *Rapporto tra V ed L.* (N. 89 della presente Bibliografia).

146. Rosenthal. — *Ueber Beleuchtung und den Zusammenhang derselben mit der Sehschärfe.* Tagebb. d. 59, Vers. deutscl. Naturf. und. Aerzt in Berlin, S. 416. (1886).

147. Uhthoff. — *Ueber das Abhängigkeitsverhältniss des Sehschärfe von der Beleuchtungsintensität.* In: Graefe's *Archiv. fur. Ophth.* Bd. XXXII, 1 Abth., pp. 171-204. (Berlin, 1886).

* **148.** Charpentier (Aug.) — *L'intensité des sensations lumineuses.* In: *Arch. d' Ophth.*, T. VI, pp. 27-40, (Paris, 1887).

* **149.** — *Faits complementaires relatifs à l' intensité des sensations lumineuses.* In: *Arch. d' Ophth.*, T. VI, pp. 289-294, (Paris, 1887).

* **150.** — *Experiences sur la marche de l' adaptation rétinienne.* In: *Arch. d' Ophth.*, T. VI, pp. 294-301, (Paris, 1887).

* **151.** — *La sensibilité lumineuse et l'adaptation rétinienne.* In: *Arch. d' Ophth.*, T. VI, pp. 196-203, (Paris, 1887).

* **152.** Charpentier (Aug.) — *Nouveaux faits sur la sensibilité lumineuse.* In: *Archiv. d' Ophth.*, T. VII, pp. 13-20, (Paris, 1887).

153. Denisenko. — *Ueber die Bedeutung der unter dem Einfluss von Licht im Auge auftretenden anatomischen Veränderung.* In: *Wertnick Ophth.*, IV, 4, n. 6, p. 341, n. 483, (1887).

154. Seggel. — *Sehprobentafeln zur Prüfung des Lichtsinnes.* Ebd., S. 202, (1887).

* **155.** Treitel. — *Ueber das Wesen der Lichtsinnstörung.* In; *v.* Graefe*'s Arch. f. Ophth.* Bd. XXXIII, 1 Abth., pp. 31-36, (Berlin, 1887).

156. Bjerrum. — *Bemerkungen über Verminderung der Sehschärfe nebst Klinische Beobachtungen über das Verhältnis zu Sehschärfe, Lichtsinn und Farbensinn.* (*Nod. oftalm. Tidsskrift.* I, p. 95). (1888).

* **157.** Charpentier (Aug.) — *La lumière et les couleurs au point de vue physiologique.* Paris, J. B. Baillière et F. 1888, pp. XVI e 352 in 8°. [Cfr. pp. 304-852].

* **158.** Seggel (G.) — *Ueber die Prüfung des Licht-und quantitativen Farbensinnes und ihre Verwertung für die Untersuchung des Sehvermögens der Rekruten, nebst Bemerkungen uber die nachteilige Einwirkung des myopischen Processes auf des Sehvermögen.*: In *Arch. f. Augenheilk.*, XVIII, pp. 303-328, (Wiesbaden, 1888).

159. — *Sehproben-Talfeln zur Prüfung des Lichtsinns. Litterarisch. artist. Anstalt.* München, 1888.

* **160.** Albertotti (Giuseppe). — *Schermo Fotometrico.* In: *Rassegna delle Scienze Mediche*, Ann. V, p. 37. (Modena, 1890).

161. Wolffberg (L.) — *Relieftafeln zur Prüfung der Sehschärfe, zur Kontrole der Beleuchtungsintensität und zu diagnostichen Zwecken*, Breslau, 1888.

* **162.** Basevi. — *Influenza dell' adattamento sulla sensibilità retinica per la luce e per i colori.* In: *Ann. d' Ottalm.*, Vol. XVIII, pp. 475-481, (Pavia, 1890).

* **163.** Charpentier (Aug.) — *Recherches sur la persistance des impressions rétiniennes et sur les excitations lumineuse de courte durée.* In: *Archiv. d' Ophth.*, T. X, pp. 108-135, 212-230, 340-356, 406-429 e 522-537, (Paris, 1890).

164. Helmholtz. — *Die Störung der Warhnehmung kleinster Helligkeits unterschiede durch das Eingenlicht des Netzhaut.* In: *Zeitschr. f. Psych. und Phys. d. Sinnesorgane*, I, 1, S. 5. (1890).

* **165.** Schirmer (Otto) — *Ueber die Gültigkeit des* Weber*'schen Gesetzes für den Lichtsinn.* In: *v.* Graefe*'s Arch. f. Ophth*, XXXVI, Abth. IV, pp. 121-149, (Leipzig, 1890).

* **166.** Sorel (G.) — *La vision des objets élevés.* In: *Rev. Scient.* T. XLV, pp. 564 e seg. (Paris, 1890).

* **167.** Uhthoff. — *Weitere Untersuchungen über die Abhängigkeit des Sehschärfe von der Intensität sowie von Wellenläng in Spektrum.* In: *v. Graefe's Arch. f. Ophth.* Bd. XXXVI, Abth. 1, pp. 33-61. (Leipzig, 1890).

* **168.** Bjerrum (J.) — *Eine Bemerkung über den Helligkeitsinn, veranlasst durch die Abhandlung* Treitel's *in den letzten Heften dieses Archivs.* In: *v.* Graefe's *Archiv. f. Ophth.*, XXVII, Abth. III, pp. 261-262, (Leipzig. 1891).

* **169.** Bocci (Dante). — *Esperienze intorno alla influenza della fatica sulla visione.* In: *Giorn. d. R. Acc. Med. di Torino*, Ann. LIV, pp. 863-889, (Torino. 1891).

170. Charpentier. — *Reaction oscillatoire de la retine sous l' influence des excitations lumineuses.* In: *Arch. de Phys. norm. et path.* IV, p. 541. (1892).

* **171.** Helmholtz. — *Handbuch des Physiologischen Optik. Zweite umgearbeitete Auflage*, pp. 409 e segg. (Sechste und Siebente Liefer). Hamburg u. Leipzig. Leop. Voss. 1892.

* **172.** Karwetsky (A.) — *Sulla questione del rapporto fra l' intensità dell' Illuminazione e l'Acuitezza visiva.* Dissertazione per la laurea in Med. (Dalla Clinica oculistic. d. Prof. B. I. Dobrowolsky), Pietroburgo Mutchnik, 1892, pp. 40 in 8° [in russo].

* **173.** Nicati (W.) — *Échelle physiologique de l' acuité visuelle. Applications à la photométrie et à la photo-esthésiométrie.* In: *Compt. rend. hebd. d. l'Academ. d. scienc.* T. CXIV, pp. 1107-1109. (Paris, 1892).

174. Cohn (H.) — *Transparente Sehproben. Berlin. klin. Woschenschr. Nr. 47.* (1893).

* **175.** Hering. — *Série de 64 feuilles de papiers gris pour les recherches optiques.* Prag., Rud. Rothe. Univ. Mechan. 1893.

176. Katz (R.) — *Appareil pour l' examen clinique de la sensibilité lumineuse de l' œil.* In: *Wratch* n. 9, 1893, [en Russe].

177. — *Contribution à l' étude de la sensibilité lumineuse de l' œil.* In: *Westnik. Ophtalmologuii*, juin-oct. 1893. [Cit. e rivist. in *Rev. gen. d' Opht.*, XIII, 1, p. 19].

* **178.** Romano Catania (Angelo). — *Sul senso luminoso.* In: *Rendiconto del XIII Congresso della Associazione Oftalmologica Italiana (Riunione di Palermo, 12-14 aprile 1872)*, pp. 178 e seg. (Pavia, 1893).

* **179.** Angelucci (Arnaldo). — *La funzione visiva dei vecchi e i suoi effetti sull' impiego del colore in pittura.* In: *Arch. di Oftalmologia*, Vol. II, Fasc. 1-2, (Palermo, 1894). [Cfr. pp. 13, 17-88].

* **180.** Ervin S. Ferry. — *The use of the rotating sectored disc in Photometry.* In: *The Phisical Review* Vol. I, n. 5, pp. 338-345, (New-York, 1894.)

* **181.** Henry (Charles). — *Pupillometrie et Photométrie.* In: *L' Éclairage électrique dir. par* Ledeboer 1re Ann., pp. 337 e segg. (Paris. 1894).

* **182.** Hess u. Pretori. — *Messende Untersuchungen über die Gesetzmässigkeit des Simultanen Helligkeits-Contrastes.* In: *A.* Graefe's *Arch. f. Opht.* Bd. XL, Abth. IV, pp. 1-24. (Leipzig, 1894).

183. Katz (R.) — *Apparat zur Klinischen Untersuchung der Lictempfindlichkeit des Auges.* Citazione in: *Klinisch Monatsbl. f. Augenheilk*, Avril 1894, pp. 26 e 29 della bibliografia.

* **184.** NICATI (D.r W.) — *Echelles visuelles et leurs applications* — *Oxyopimetrie* — *Photométrie* — *Typométrie.* Paris, Soc. d'éd. Scient. 1894, pp. 16 in 8°.

* **185.** — *Echelles visuelles et leurs applications.* In: *Ann. d'Oculistiq.*, T. CXI, pp. 413-416, (Paris, 1894).

* **186.** — *Esthésiomètrie et Photométrie oxyopiques (Note à propos des echelles visuelles de l'auteur).* In: *Arch. d' Opht.* T. XIV, pp. 297-302, (Paris, 1894).

* **187.** ROMANO CATANIA (Angelo). — *Sull' essenza dell' Emeralopia.* In: *Archivio di Oftalmologia diretto dal Prof.* A. ANGELUCCI, Ann. I, Vol I, Fasc. 8-9, pp. 257-258, (Palermo, 1894).

* **188.** STERN (William). — *Die Wahrnehmung von Helligkeitsveränderungen.* In: *Zeitschrift f. Psyc. und. Physiol. d. Sinnesorg. her. v.* EBBINGHAUS u. A. KÖNIG Bd. VII, Hef. 4, pp. 249-278 (Hamburg u. Leipzig, 1894).

GIUSEPPE ALBERTOTTI.

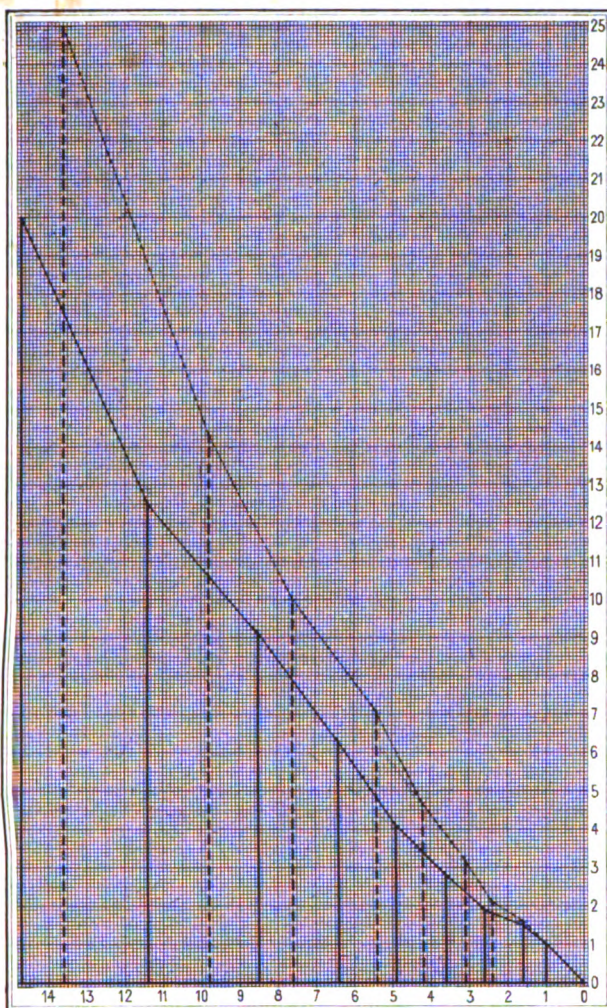



Fig. 3.ª

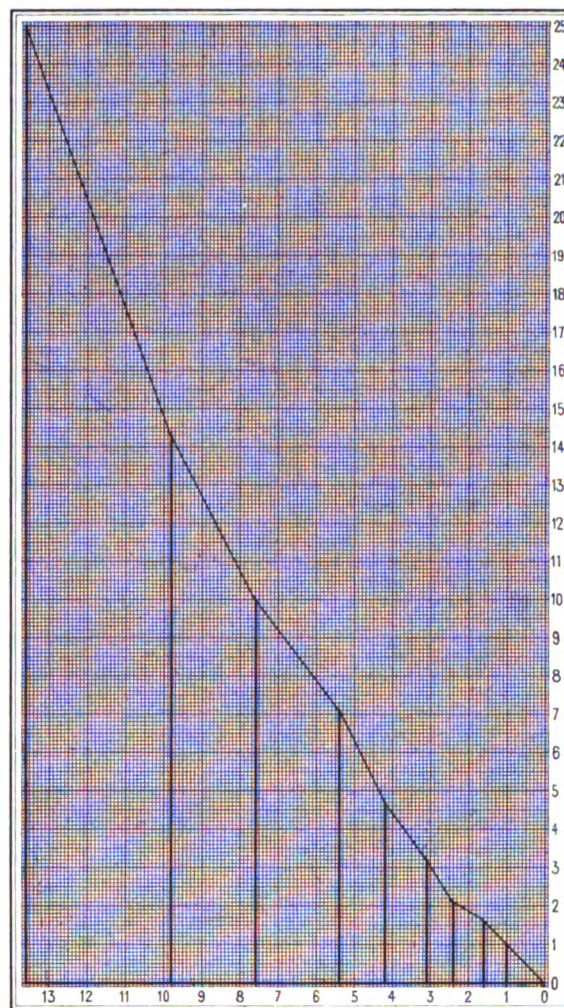
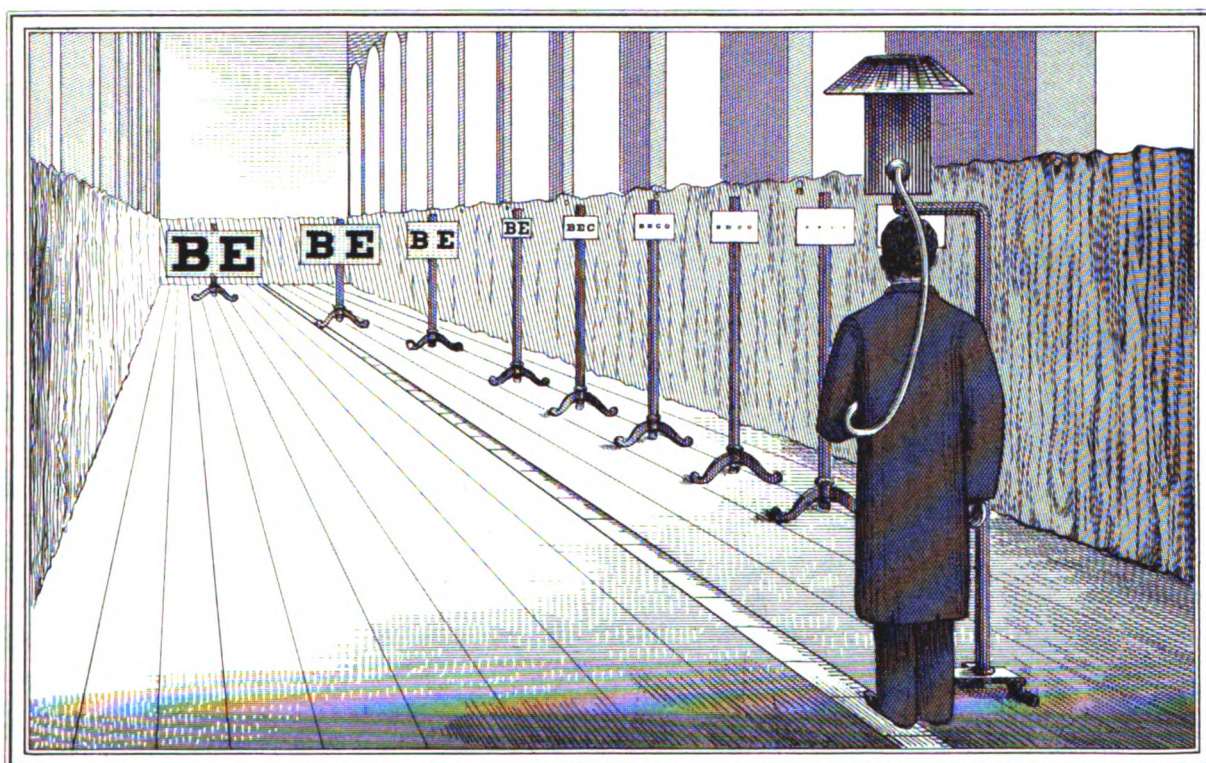



Fig. 2.ª

Fig. 1.ª

SULLE CAUSTICHE PER RIFLESSIONE

E

SUI PUNTI BRILLANTI DELLE SUPERFICIE ALGEBRICHE ILLUMINATE

Questo lavoro è un qualche contributo alla teoria delle caustiche per riflessione, e dei punti brillanti delle superficie algebriche. Esso è in stretta relazione con quanto già sviluppai nell' articolo " *Alcune proprietà geometriche che potrebbero essere utili nella teorica dei sistemi di raggi luminosi* „ (nei Rend. del Circ. Mat. di Palermo, dell' anno 1887), nel quale si trova, fra l' altro, precisamente dato un modo, diverso da quello notissimo dell' *Hachette,* per la determinazione dei suddetti punti.

§ I.

La forma fondamentale delle rette riflettenti e dei raggi riflessi.

1. Quando il centro di luce, ed il punto di vista, sono in una speciale posizione rispetto ad una superficie, p. e. in un piano di simmetria allorchè la superficie ne possiede, la ricerca dei punti brillanti di questa, si riduce ad una ricerca analoga nel piano; vale a dire, a *determinare, data una curva e* 2 *punti* L, O, *quei punti* M *della curva, pei quali l' angolo* LMO *è bisecato dalla tangente in* M; e questo problema coincide, evidentemente, coll' altro di *determinare le tangenti della caustica per riflessione che escono da* O *quando il centro di luce è* L.

a) Trattiamo le cose in una metrica generale, dove l'equazione dell'Assoluto, in coordinate tangenziali, supporremo che sia

$$\Phi = \Sigma a_{ii} u_i^2 + 2\Sigma a_{ik} u_i u_k = 0 \tag{1}$$

$$(i, k = 1, 2, 3;\ i \neq k\ ;\ a_{ik} = a_{ki}).$$

Indichiamo con ξ_i $(i = 1, 2, 3)$ le coordinate del centro di luce L, con

$$u_x = 0 \tag{2}$$

l'equazione di una retta arbitraria (riflettente) r, e con

$$u'_x = 0 \tag{3}$$

quella del raggio riflesso r' di un raggio arbitrario r'' di L. Le tre rette r, r', r'' formeranno fascio; e, dette t, t' le tangenti condotte dal loro punto comune S all'Assoluto, per la legge d'uguaglianza fra angolo d'incidenza ed angolo di riflessione, si dovrà avere

$$tt'rr'' \barwedge tt'r'r \barwedge t'trr'. \tag{4}$$

Ma, se s'indica con R il polo di r, rispetto ad (1), e si pone $RS \equiv s$, si ha

$$tt'rs \barwedge t'trs \tag{5}$$

dunque, nell'involuzione nella quale $tt', r'r''$ sono coppie di raggi coniugati, sono r, s i raggi doppi. Ne segue che è armonico il gruppo

$$rsr'r'',$$

e quindi anche quello dei punti RR_1LL', avendo posto $\overline{RL}(r, r') \equiv R_1, L'$. Questa proprietà ci mette subito in grado di stabilire la dipendenza fra le rette riflettenti ed i raggi riflessi, e di tradurla poi subito in equazione. Intanto, enunciamo il risultato seguente, che risulta subito da quanto si è detto:

Per ogni retta riflettente esiste un fascio di raggi riflessi. Il centro di questo, ed il centro di luce, sono armonici rispetto a quella retta, ed al suo polo rispetto all'assoluto.

b) Sia ora data una retta r'. Si domanda, rispetto a quali rette, quali riflettenti, sarà essa un raggio riflesso. Basterà far girare $\overline{RL}$ attorno ad L, fare che L' percorra r', e cercare il luogo del punto R: la figura polare reciproca di questa, rispetto ad (1), sarà il luogo delle domandate rette. Ora, il luogo di R è pure il luogo di R_1, e questi due punti, sopra ogni retta di L, separano armonicamente sia $\Phi = 0$, che L ed r'; per cui R ed R_1 descrivono una conica $\psi_{r'}$, la quale passa pei punti di contatto T, T' di t, t' con $\Phi = 0$, e pei loro

armonici, rispetto ad L, r'. La figura polare di $\psi_{r'}$, rispetto a $\Phi = 0$, sarà dunque una conica $\Phi_{r'}$, che tocca r, r', e tocca pure le tangenti t, t' condotte a $\Phi = 0$ dal polo R' di r'. Noi, dunque, possiamo enunciare:

Per ogni raggio riflesso, esiste una conica di rette riflettenti: sono umbilichi comuni a questa conica ed all'Assoluto, il centro di luce ed il polo del raggio rispetto all'Assoluto.

c) Le coordinate di R, polo di (2), sono proporzionali a

$$\frac{\partial\Phi}{\partial u_1},\ \frac{\partial\Phi}{\partial u_2},\ \frac{\partial\Phi}{\partial u_3},$$

perciò, sulla retta $\overline{RL}$ ogni punto ha per coordinate espressioni della forma

$$\lambda\xi_1 + \mu\frac{\partial\Phi}{\partial u_1},\quad \lambda\xi_2 + \mu\frac{\partial\Phi}{\partial u_2},\quad \lambda\xi_3 + \mu\frac{\partial\Phi}{\partial u_3}.$$

Ne segue che, per le coordinate dei punti L', R_1, si dovrà rispettivamente avere

$$\lambda u'_{\xi} + \mu\sum_1^3 u'_i\frac{\partial\Phi}{\partial u_i} = 0\ ,\quad \lambda u_{\xi} + 2\mu\varphi = 0. \tag{6}$$

Ma, deve essere, nello stesso tempo,

$$(LL'RR_1) = (0\rho\infty\rho') = -1,$$

dove

$$\rho = -u'_{\xi} : \Sigma u'_i\frac{\partial\Phi}{\partial u_i}\ ,\quad \rho' = -u_{\xi} : 2\Phi$$

sono i valori del rapporto $\frac{\mu}{\lambda}$, cavati dalle (6), dunque si avrà, riducendo a forma intera,

$$u'_{\xi}\Phi - u_{\xi}\Sigma u'_i\frac{\partial\Phi}{\partial u_i} = 0 \tag{7}$$

Questa relazione non contiene che le coordinate delle rette (2), (3), quelle del centro di luce, ed i coefficienti dell'equazione dell'assoluto; dunque essa è quella che traduce analiticamente le relazioni studiate in *a*), *b*) fra le rette riflettenti, ed i raggi riflessi. Noi, vista la sua importanza nella teoria delle caustiche per riflessione, e per brevità, la diremo *la forma fondamentale*.

2. *a*) Le coniche rappresentate dalla (7) formano un sistema lineare. Quali

sono le coniche degenerate di questo sistema? Dovremo rendere zero il discriminante della (7), cioè il determinante delle 3 equazioni

$$u'_\xi \frac{\partial \Phi}{\partial u_1} - \xi_1 \sum_1^3 u'_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} - u_\xi \sum_1^3 a_{i1} u'_i = 0$$

$$u'_\xi \frac{\partial \Phi}{\partial u_2} - \xi_2 \sum_1^3 u'_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} - u_\xi \sum_1^3 a_{i2} u'_i = 0\,,$$

$$u'_\xi \frac{\partial \Phi}{\partial u_3} - \xi_3 \sum_1^3 u'_i \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} - u_\xi \sum_1^3 a_{i3} u'_i = 0,$$

il cui termine generale è, fatta estrazione dal fattore 2,

$$u'_\xi a_{ki} - \xi_k \frac{\partial \Phi}{\partial u'_i} - \xi_i \frac{\partial \Phi}{\partial u'_k}$$

perciò, indicandolo alla maniera di *Kronecker* e di *Smith,* abbiamo

$$\left| u'_\xi a_{ki} - \xi_k \frac{\partial \Phi}{\partial u'_i} - \xi_i \frac{\partial \Phi}{\partial u'_k} \right| \equiv u'_\xi \,.\, \Phi = 0\,,$$

e ne concludiamo: *L'inviluppo dei raggi riflessi cui corrispondono coniche degenerate di rette riflettenti sono il centro di luce* ($u'_\xi = 0$) *e l'Assoluto* ($\Phi = 0$).

b) A questo stesso risultato noi possiamo, del resto, arrivare anche in un'altra maniera, dalla quale ricaviamo contemporaneamente quali siano quelle coniche degenerate. Se, in fatti, nella (7) poniamo al posto delle u'_i le coordinate di una tangente dell'assoluto, del cui punto di contatto siano η'_i le coordinate, la (7) doventa

$$u_\xi \,.\, u_{\eta'} = 0\,; \tag{7$_1$}$$

epperò la conica corrispondente alla suddetta tangente si riduce al proprio punto di contatto, ed al centro di luce. Se, nella (7'), poniamo, in vece, per le u'_i quelle di una retta pel centro di luce, il che dà $u'_\xi = 0$, e diciamo η_i le coordinate del suo polo, rispetto a $\Phi = 0$, torneremo ad avere la (7$_1$), ma col nuovo significato per le η'_i. Osservando che il punto di contatto di una retta con $\Phi = 0$ è il polo di essa retta, possiamo raccogliere in un solo i risultati a cui siamo giunti affermando che *le coniche degenerate di rette riflettenti, relativamente ad un dato raggio riflesso, sono il centro di luce, ed il polo del raggio rispetto all'Assoluto.*

È inutile quasi, dietro questo risultato, avvertire che il centro di luce, e l'Assoluto, figurano anche come luoghi di raggi riflessi tangenti alle proprie corrispondenti coniche di rette riflettenti.

c) Se una tangente all' assoluto si prende come retta riflettente quale sarà il luogo dei raggi riflessi? Il risultato stabilito nel n. 1, *a*) dice subito che se la retta è distinta dalle t, t' il luogo è il punto di contatto di quella retta, e che se coincide con t, o t', si riduce a qualunque punto di t, o t'. Ma questo fatto è dato anche dalla (7), giacchè prendendo per le u_i le coordinate della tangente in questione, la (7) si riduce ad

$$u_\xi \cdot u'_\eta = 0 ,$$

ove le η_i sono le coordinate del punto di contatto. Se quindi è $u_\xi \neq 0$ sarà necessariamente $u'_\eta = 0$; e se è $u_\xi = 0$ per le u'_i si potranno prendere numeri qualunque. Questo stesso ragionamento torna intanto a confermare (lo si osservi) che tutte le coniche (7) sono toccate dalle t, t'.

d) Finalmente, se per retta riflettente si prende un raggio pel centro di luce, pel luogo dei raggi riflessi è da prendersi questo stesso centro di luce.

§ II.

La forma fondamentale in un piano Euclideo.

3. La (7) si può scrivere nella forma

$$\Sigma \, (u'_\xi u_i - 2u_\xi u'_i) \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} = 0 , \tag{7'}$$

perciò, finchè non è possibile potere per valori, non tutti nulli, delle u_i soddisfare alle equazioni

$$\frac{\partial \Phi}{\partial u_1} = 0 \ , \ \frac{\partial \Phi}{\partial u_2} = 0 \ , \ \frac{\partial \Phi}{\partial u_3} = 0 \ , \tag{8}$$

non esisteranno casi in cui, oltre alle tangenti t, t', vi siano altre tangenti comuni alle coniche delle rette riflettenti. Le (8) sono soddisfatte da un sistema di valori comuni delle u_i se il determinante delle (8), cioè il discriminante della (1), $| a_{ik} | = 0$; ma in questo caso la (1) degenera in una coppia di punti, cioè il piano diventa euclideo; dunque abbiamo questi risultati: 1.° *Nel piano euclideo, per ogni punto come centro di raggi riflessi esiste una retta riflettenti, rispetto alla quale questo centro, ed il centro di luce, sono simmetrici;* 2.° *Le coniche delle rette riflettenti sono parabole dotate di fuoco comune nel centro di luce.*

Quest' ultima affermazione è giustificata da che le rette t, t' diventano, nel caso in esame le rette isotrope che escono dal centro di luce.

Se indichiamo con ξ'_i le coordinate del centro dei raggi riflessi corrispondenti ad una data retta u_i, la (7) dà

$$\sigma\xi'_1 = \xi_1\Phi - u_\xi \frac{\partial\Phi}{\partial u_1}\,,\quad \sigma\xi'_2 = \xi_2\Phi - u_\xi \frac{\partial\Phi}{\partial u_2}\,,\quad \sigma\xi'_3 = \xi_3\Phi - u_\xi \frac{\partial\Phi}{\partial u_3} \tag{9}$$

Queste formule rappresentano dunque una reciprocità quadratica doppia nel caso generale, ed una reciprocità quadratica ordinaria nel caso ora in esame (*).

4. Cerchiamo ora la forma delle equazioni (7) e (9) appropriate a questo caso, e scevre da ulteriori condizioni intorno alla forma Φ. Dovremo prendere, riferendoci ad assi coordinati cartesiani ortogonali,

$$\Phi = u^2 + v^2\,; \tag{10}$$

allora prenderemo

$$u'_1 = u'\,,\ u'_2 = v'\,,\ u'_3 = 1\,,\ \xi_1 = \xi'\,,\ \xi_2 = \eta'\,,\ \xi_3 = 1\,;$$

e, con ciò, la (7), dopo facili riduzioni, diventa

$$(v'\eta - u'\xi + 1)\,u^2 + (u'\xi - v'\eta + 1)\,v^2 - 2\,(\eta u' + \xi v')\,uv - 2\,(uu' + vv') = 0 \tag{11}$$

ovvero, supponendo l'origine C delle coordinate nel centro di luce,

$$u^2 + v^2 - 2\,(uu' + vv') = 0 \tag{11'}$$

Le (9), in vece, diventano

$$x' = \frac{\xi\,(v^2 - u^2) - 2u\,(v\eta + 1)}{u^2 + v^2}\,,\quad y' = \frac{-\eta\,(v^2 - u^2) - 2v\,(u\xi + 1)}{u^2 + v^2} \tag{12}$$

ovvero, per $C \equiv L$,

$$x' = \frac{-2u}{u^2 + v^2}\,,\quad y' = \frac{-2v}{u^2 + v^2} \tag{12'}$$

(*) Se nelle (9) mutiamo le u_i nelle x_i, cioè facciamo alla reciprocità (quando da punti si passa a rette) seguire la trasformazione polare rispetto alla conica $\sum_1^3 u_i^2 = 0$, si hanno le formule

$$\sigma\xi'_1 = \xi_1\Phi - x_\xi \frac{\partial\Phi}{\partial x_1}\,,\quad \sigma\xi'_2 = \xi_2\Phi - x_\xi \frac{\partial\Phi}{\partial x_2}\,,\quad \sigma\xi'_3 = \xi_3\Phi - x_\xi \frac{\partial\Phi}{\partial x_3}\,,$$

che rappresentano una trasformazione quadratica doppia ordinaria.

Sia le (11), (11') che le (12), (12') si prestano utilissimamente nelle quistioni inerenti alla teoria dei punti brillanti, quali occorrono nell' ordinaria teoria delle ombre; e sostituiscono, con molta comodità, quegli ellissoidi di rotazione di cui fa uso l' *Hachette*, per la determinazione di detti punti.

5. Sotto quest' ultimo punto di vista, e perchè nel trattare, in geometria descrittiva, della teoria delle ombre, se ne possa trarre profitto non sarà senza interesse arrivare direttamente alla (11), senza passare dapprima per la (7). — Detta

$$ux + vy + 1 = 0 \tag{13}$$

l' equazione di una retta riflettente, ed ξ, η le coordinate del centro di luce L, se indichiamo con ξ', η' quelle del simmetrico L' di L rispetto a (13), il punto

$$\frac{\xi + \xi'}{2}, \frac{\eta + \eta'}{2}$$

dovrà appartenere a (13), epperò dovrà aversi

$$u\xi' + v\eta' + (u\xi + v\eta + 2) = 0 \tag{14}$$

Ma, per essere LL' perpendicolare a (13), si deve pure avere $\frac{u}{v} = \frac{\xi - \xi'}{\eta - \eta'}$, cioè

$$v\xi' - u\eta' + (u\eta - v\xi) = 0, \tag{15}$$

dunque, indicando con u', v' le coordinate del raggio riflesso, rispetto a (13), di un raggio di L, come dovrà essere

$$u'\xi' + v'\eta' + 1 = 0, \tag{16}$$

l' equazione cui soddisfanno le u, v, u', v' si otterrà eliminando ξ', η' dalle equazioni (14), (15), (16). Ciò dà

$$\begin{vmatrix} u & v & u\xi + v\eta + 2 \\ v & -u & u\eta - v\xi \\ u' & v' & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (v'\eta - u'\xi + 1)\,u^2 + (u'\xi - v'\eta + 1)\,v^2 - 2\,(\eta u' + \xi v')\,uv - 2\,(uu' + vv') = 0,$$

che è appunto la (11).

§ III.

La forma aggiunta della forma fondamentale.

6. Si è visto che, per mezzo delle formule (9), viene messa, nel piano, una trasformazione reciproca quadratica, doppia, o semplice, secondochè il piano non è, o è, euclideo; e l' equazione (7) dice immediatamente quale è la conica che,

per mezzo di tale trasformazione, corrisponde alla retta $u'_x = 0$, percorsa dal punto ξ'_i nel piano doppio. Se ora ci domandiamo quale è il luogo dei punti ξ'_i che corrispondono alle rette u_i del piano semplice, descriventi un fascio di centro η_i, dovremo fra le equazioni

$$\sigma\xi'_1 = \xi_1\varphi - u_\xi \frac{\partial\varphi}{\partial u_1}, \quad \sigma\xi'_2 = \xi_2\varphi - u_\xi \frac{\partial\varphi}{\partial u_2}, \quad \sigma\xi'_3 = \xi_3\varphi - u_\xi \frac{\partial\varphi}{\partial u_3} \quad \ldots \quad (9)$$

e la

$$u_\eta = 0 \qquad (17)$$

eliminare le σ, u_i. — Diciamo Φ la forma quadratica aggiunta della φ; cioè, poniamo

$$\Phi_{xx} = \Sigma A_{ik} x_i x_k = 0 \ (i, k = 1, 2, 3)$$

ove

$$A_{ik} = \frac{1}{|a_{ik}|} \frac{\partial |a_{ik}|}{\partial a_{ik}};$$

le coordinate della polare di η_i, rispetto a φ, saranno proporzionali a

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\eta_1}, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\eta_2}, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\eta_3}$$

epperciò pel punto R (n. 1) le cui coordinate sono proporzionali a

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u_1}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial u_2}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial u_3}$$

si dovrà avere

$$\Sigma \frac{\partial\Phi}{\partial\eta_i} \frac{\partial\varphi}{\partial u_i} = 0. \qquad (18)$$

Ma le (9) dànno

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u_1} = \frac{1}{u_\xi}(-\sigma\xi'_1 + \xi_1\varphi), \quad \frac{\partial\varphi}{\partial u_2} = \frac{1}{u_\xi}(-\sigma\xi'_2 + \xi_2\varphi), \quad \frac{\partial\varphi}{\partial u_3} = \frac{1}{u_\xi}(-\sigma\xi'_3 + \xi_3\varphi), \quad (19)$$

dunque, sostituendo in (18), si avrà:

$$\frac{1}{u_\xi} \Sigma \frac{\partial\Phi}{\partial\eta_i} (\sigma\xi'_i - \xi_i\varphi) = 0,$$

ovvero

$$-\sigma\Phi_{\xi'\eta} + \varphi\Phi_{\xi\eta} = 0 \qquad (20)$$

ove $\Phi_{\xi'\eta}$, $\Phi_{\xi\eta}$ sono le forme polari dei punti ξ'_i, ξ_i rispetto a Φ.

La (20) può essere scritta nella forma

$$-\sigma\Phi_{\xi'\eta}+\frac{1}{2}\Sigma u_i\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial u_i}\cdot\Phi_{\xi\eta}=0,$$

per cui se facciamo uso di nuovo delle (19), esso doventa

$$-\sigma\Phi_{\xi'\eta}+\frac{1}{2u_\xi}(-\sigma u_{\xi'}+u_\xi\overline{\Phi})\cdot\Phi_{\xi\eta}=0,$$

ovvero:

$$\sigma\{2u_\xi\Phi_{\xi'\eta}+u_{\xi'}\Phi_{\xi\eta}\}-u_\xi\overline{\Phi}\cdot\Phi_{\xi\eta}=0, \qquad (21),$$

ed aggiungendo questa alla (20) medesima moltiplicata per u_ξ, abbiamo, dopo soppresso il fattore σ,

$$u_\xi\Phi_{\xi'\eta}+u_{\xi'}\Phi_{\xi\eta}=0, \qquad (22)$$

che è soltanto di primo grado nelle u_i.

Questa relazione può essere sostituita alle (9) e (18), per cui a noi non rimane altro che ad eliminare le u_i fra la (17), la $\left(\xi\xi'\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial u}\right)=0$, e la (22). Se, quindi, per brevità, e momentaneamente, poniamo

$$\left.\begin{array}{c}\xi_i\Phi_{\xi'\eta}+\xi'_i\Phi_{\xi\eta}=X_i\\ \Sigma(\xi'\xi)_i u_i=Y_i\end{array}\right\} \qquad (23)$$

avremo l'eliminata nella forma:

$$\begin{vmatrix}X_1 & X_2 & X_3\\ Y_1 & Y_2 & Y_3\\ \eta_1 & \eta_2 & \eta_3\end{vmatrix}=0,$$

che è di 2.° grado nelle ξ'_i, e nelle η_i. Sviluppando potremo scriverla come segue:

$$\Phi_{\xi'\eta}(Y\eta\xi)+\Phi_{\xi\eta}(Y\eta\xi')=0, \qquad (24)$$

ovvero anche, tenendo conto dei valori delle Y_i,

$$\Phi_{\xi'\eta}\Sigma(\xi'\xi)_i\frac{\partial\Phi}{\partial(\eta\xi)_i}+\Phi_{\xi\eta}\Sigma(\xi'\xi)_i\frac{\partial\Phi}{\partial(\eta\xi')_i}=0 \qquad (25)$$

Sotto questa forma riesce evidente che la (24) è soddisfatta per $\xi'_i=\xi_i$, allora tutte le quantità $(\xi'\xi)_i$ sono nulle. Troveremo tosto altri punti notevoli per cui passa la conica rappresentata dalla (24).

La forma (24) ha, nella teoria delle caustiche, la medesima importanza che la forma fondamentale (7). Noi la diremo la forma *aggiunta* alla fondamentale; pel piano euclideo la dedurremo direttamente dalle equazioni (12'), e poi, a suo tempo, vedremo (§ VI) come la sua presenza spiega le costruzioni che *Quetelet* (*) prima, e *Dandelin* (**) poi, diedero per dette caustiche.

7. Dette ora ξ, η le coordinate del punto U, dobbiamo alle (12')

$$x' = \frac{-2u}{u^2+v^2} \quad , \quad y' = \frac{-2v}{u^2+v^2} \tag{12'}$$

aggiungere la

$$u\xi + v\eta + 1 = 0 \tag{26}$$

ed eliminare poscia u, v fra le (12') e la (26). Elevando a quadrato le (12'), e sommando si ha

$$x'^2 + y'^2 = \frac{4}{u^2+v^2} \tag{27}$$

Moltiplicando, in vece, la 1.ª delle (12') per ξ, la 2.ª per η, sommando, e tenendo conto della (26), si ha:

$$x'\xi + y'\eta = \frac{2}{u^2+v^2} \tag{28},$$

per cui, dal confronto della (27) con la (28), si ricava per eliminata

$$x'^2 + y'^2 - 2(\xi x' + \eta y') = 0 \tag{29},$$

che è l'aggiunta alla forma fondamentale nel caso in esame. E si vede che la forma fondamentale, e la sua aggiunta, sono polari rispetto al cerchio immaginario

$$x^2 + y^2 + 1 = 0 \tag{30}$$

Queste proprietà potrebbero essere del resto stabilite anche direttamente, per via geometrica. Nel giornale di *Battaglini*, dell'anno 1894, io ho precisamente proposto, fra l'altro, di arrivare alla (29) geometricamente.

La (29) mostra che il centro del cerchio corrispondente al punto $U(\xi, \eta)$ è lo stesso punto U. Questa proprietà appartiene del resto al caso generale; vale a dire che si ha il teorema: *La conica, che per mezzo della* (24) *corrisponde ad un dato punto* $U(\eta_1, \eta_2, \eta_3)$, *è un cerchio* (*non euclideo*) *di cui è* U *il centro.*

(*) Cfr. Salmon. *Traité des courbes planes*, An. 1884, pag. 142, 143.

(**) Cfr. Idem.

In fatti, ricorriamo alla genesi della conica corrispondente al punto U; e diciamola Φ_u. Sopra una retta arbitraria s, di L, il secondo punto d'intersezione con Φ_u (oltre L) è armonico ad L rispetto al punto $su = R$, ed al punto R_1 in cui s è tagliata dalla polare r di R, rispetto a Φ. Se, dunque, indichiamo con u_1, u_2 le tangenti condotte da U a Φ_u, un punto di questa conica sarà sopra u_1, o u_2, se proiettato da L con una retta s, la polare r di $su = R$ sarà anche armonica di R rispetto all'angolo $(\overline{LU}, u_1)$ o all'angolo $(\overline{LU}, u_2)$. Ora, ciò richiede che questa polare sia precisamente u_1, o u_2; e quindi che R sia il punto di contatto di u_1, o u_2. Ne concludiamo, dunque, che tanto sopra u_1, che sopra u_2, la Φ_u non ha che un sol punto, e che questo è il punto di contatto di u_1, o di u_2, con Φ. *La Φ_u ha quindi un doppio contatto con l'assoluto;* ed il nostro asserto resta da ciò dimostrato.

8. Quest'ultima proprietà, e quella osservata immediatamente dopo posto la (25), ci permettono di dare alla (24) una forma più semplice, sotto la quale noi ora la considereremo. — In fatti, i cerchi di centro $U(\eta_1, \eta_2, \eta_3)$ hanno per equazione (come facilmente si vede)

$$\Phi_{xx} - \lambda \Phi^2_{\eta x} = 0, \tag{31}$$

dove λ è un parametro variabile da un cerchio all'altro. Esprimendo che il cerchio deve passare pel punto L (ξ_1, ξ_2, ξ_3) si ha

$$\Phi_{\xi\xi} - \lambda \Phi^2_{\eta\xi} = 0 \tag{32},$$

per cui, dalla combinazione delle (31) o (32), si ricava

$$\begin{vmatrix} \Phi_{xx} & \Phi^2_{\eta x} \\ \Phi_{\xi\xi} & \Phi^2_{\eta\xi} \end{vmatrix} = \Phi^2_{\eta\xi}\Phi_{xx} - \Phi_{\xi x}\Phi^2_{\eta x} = 0 \tag{33}$$

che, meno qualche fattore comune a tutti i termini, e meno il nome delle variabili, è appunto la (24).

La (33) è pure del 2.° grado nelle η_i; ma si annulla al 2.° grado per le coordinate del punto comune alle rette

$$\Phi_{\eta\xi} = 0 \ , \ \Phi_{x\eta} = 0; \tag{34}$$

essa, dunque, date le x, rappresenta una coppia di rette per questo punto; rette che separatamente sono rappresentate dalle equazioni

$$\Phi_{\eta x}\sqrt{\Phi_{xx}} + \Phi_{x\eta}\sqrt{\Phi_{\xi x}} = 0 \ , \ \Phi_{\eta\xi}\sqrt{\Phi_{xx}} - \Phi_{x\eta}\sqrt{\Phi_{\xi x}} = 0 \tag{35};$$

e che, perciò sono armoniche rispetto alle (34), polari dei punti ξ_i, x_i rispetto all'assoluto, ed hanno per coordinate espressioni, ordinatamente, della forma:

$$\rho u_i = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_i}\sqrt{\Phi_{xx}} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}\sqrt{\Phi_{\eta x}} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{36}$$

$$\tau v_i = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_i}\sqrt{\Phi_{xx}} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}\sqrt{\Phi_{\eta x}} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{37}$$

Queste rette, nota la loro genesi, sono quelle che figurano come ulteriori basi (oltre le t, t') della schiera di coniche di rette riflettenti che corrispondono alle rette del fascio dei raggi riflessi aventi il centro nel punto x_i; cioè sono quelle che, per mezzo delle (9), corrispondono al punto ξ'_i nella trasformazione quadratica doppia individuata da queste formule. Il procedimento ora tenuto si può quindi anche considerare come il processo di risoluzione delle (9), rispetto alle u_i.

9. Se il piano è euclideo le (36) e (37) si confondono, e possono essere allora sostituite dalle seguenti

$$u = -\frac{2x'}{x'^2 + y'^2} \quad , \quad v = -\frac{2y'}{x'^2 + y'^2} \tag{38}$$

le quali si deducono dalle (12') col sostituire al posto di $u^2 + v^2$ l'espressione equivalente $\frac{4}{x^2 + y^2}$ data dalla (27), o direttamente dalla (29) col tenervi come date le x', y', e variabili le ξ, η.

E così si vede che, nel caso in esame, la trasformazione quadratica in questione, quando da punti si passa a rette, può ritenersi equivalente alla trasformazione polare **P**, rispetto al cerchio

$$x^2 + y^2 - 1 = 0,$$

seguita dall'inversione (considerata nel piano rigato), rispetto al cerchio

$$u^2 + v^2 - \sqrt{2} = 0;$$

e, quando da rette si passa a punti, può ritenersi equivalente alla stessa trasformazione **P**, seguita dall'inversione ordinaria rispetto al cerchio

$$x^2 + y^2 - \sqrt{2} = 0;$$

vale a dire, che dette I_r, I_p le due mentovate inversioni, nel caso in esame, si ha:

$$(38) \equiv \mathbf{P}I_r \quad , \quad (12') \equiv \mathbf{P}I_p.$$

§ IV.

Le curve polari congiunte rispetto alla forma fondamentale.

10. Se conveniamo di dire *elemento* (u', u) della forma fondamentale, che d'ora in poi indicheremo con Ω, ogni insieme di 2 rette u', u le cui coordinate u'_i, u_i $(i = 1, 2, 3)$ soddisfanno alla (7), un notevolissimo sistema di invarianti funzionali simultanei della $\Omega = 0$, e di una curva algebrica arbitraria

$$f = 0, \tag{39}$$

molto interessante pel nostro scopo, vien fuori dalla soluzione del seguente problema:

Dato nel piano di $\Omega = 0$, e di $f = 0$, un punto arbitrario η_i si domanda il luogo di quei punti y_i tali che la retta ηy, e la polare di y_i, rispetto ad $f = 0$, formino un elemento di $\Omega = 0$.

a) Per risolverlo basta osservare che le coordinate della retta ηy sono date da

$$u'_1 \equiv \eta_2 y_3 - \eta_3 y_2 \quad , \quad u'_2 \equiv \eta_3 y_1 - \eta_1 y_3 \quad , \quad u'_3 \equiv \eta_1 y_2 - \eta_2 y_1 \, , \tag{40}$$

e quelle della polare di y, rispetto ad $f = 0$, da

$$u_1 \equiv \frac{\partial f}{\partial y_1} \ , \ u_2 \equiv \frac{\partial f}{\partial y_2} \ , \ u_3 \equiv \frac{\partial f}{\partial y_3} \, , \tag{41}$$

poichè, allora, l'equazione del luogo domandato è, evidentemente, questa:

$$(\xi \eta y) \, \Sigma a_{ik} \frac{\partial f}{\partial y_i} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial u_i}\right)_{u = \frac{\partial f}{\partial y}} - 2 \Sigma \xi_i \frac{\partial f}{\partial y_i} \, . \, \Sigma (\eta y)_i \left(\frac{\partial \Phi}{\partial u_i}\right)_{u = \frac{\partial f}{\partial y}} = 0. \tag{42}$$

con $i =, 0 =|=,$ da k. — Se conveniamo di porre

$$a_{k1} = A_k \quad , \quad a_{k2} = B_k \quad , \quad a_{k3} = C_k \ (k = 1, 2, 3),$$

con che, in sostanza, veniamo ad indicare con A_k, B_k, C_k ordinatamente le coordinate dei vertici del triangolo di riferimento, rispetto a $\Phi = 0$, ed il che porta seco le eguaglianze

$$A_2 = B_1 \, , \, A_3 = C_1 \, , \, B_2 = C_3 \, ,$$

la (42), dopo soppresso il fattore 2, si può scrivere nella forma:

$$H_\eta \equiv (\xi \eta y) \, \Psi - 2 \left\{ (\eta y A) \frac{\partial f}{\partial y_1} + (\eta y B) \frac{\partial f}{\partial y_2} + (\eta y C) \frac{\partial f}{\partial y_3} \right\} \Theta = 0 \, , \tag{43}$$

ove ora è

$$\Psi = \Sigma a_{ii} \left(\frac{\partial f}{\partial y_i} \right)^2 + 2 \Sigma a_{ik} \frac{\partial f}{\partial y_i} \frac{\partial f}{\partial y_k}$$

ed è $\Theta = \Sigma \xi_i \dfrac{\partial f}{\partial y_i}$ il 1.° membro dell' equazione della polare del punto ξ_i, rispetto ad $f = 0$.

L' annullarsi della Ψ esprime che il punto y_i è sulla curva polare dell' assoluto rispetto alla $f = 0$; e l' annullarsi di Θ esprime che y_i è sulla prima polare del centro di luce rispetto a questa stessa curva. Visto quindi, che la (43) è, nelle y_i, del grado $2(n-1)+1 = 2n-1$, che si annulla per $y_i = \eta_i$ al 1.° grado, e tenuto conto di questi ultimi risultati, ne concludiamo che il *luogo domandato è una curva dell' ordine* $2n - 1$, *che passa pel punto* η, *e per tutti i punti comuni alle curve*

$$\Psi = 0 \quad , \quad \Theta = 0 \tag{44}$$

b) Se il piano è euclideo, prendendo per Ω la (11'), ed indicando con ξ, η le coordinate del punto η, con x, y quelle di y, le (40) e (41) vengono ordinariamente sostituite dalle seguenti

$$u' = \frac{\eta - y}{\xi\eta - \eta x} \quad , \quad v' = \frac{x - \xi}{\xi y - \eta x} \tag{41'}$$

$$u = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \Theta^{-1} \quad , \quad v = \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \Theta^{-1} \tag{41'}$$

ove la $f = 0$ si suppone scritta in coordinate cartesiane nella solita forma $f(x, y) = 0$; e l' equazione del luogo domandato sarà quindi

$$\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right] (\xi y - \eta x) - 2 \left[(\eta - y) \frac{\partial f}{\partial x} + (x - \xi) \frac{\partial f}{\partial y} \right] \Theta = 0 \tag{43'}$$

Le (44) sono ora (se A_i è l' insieme dei termini di f del grado n-i in x, y) rispettivamente le

$$\Psi = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 = 0 \quad , \quad \Theta = A_1 + 2A_2 + \ldots + nA_n = 0 \tag{44'}$$

la prima delle quali, giova rilevarlo, equivale alle 2 seguenti

$$\frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad . \quad \frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \qquad (i = \sqrt{-1}),$$

e rappresenta perciò l' insieme delle prime polari dei punti ciclici rispetto alla $f = 0$.

11. Noi diremo la (43), o la (43'), a seconda dei casi, ***curva polare congiunta*** (*) del punto η rispetto ad $\Omega = 0$ e ad $f = 0$; diremo che η è il suo *polo*, e la indicheremo con H_η. Essa è evidentemente, un covariante simultaneo della $\Omega = 0$, della $f = 0$. Mostriamo subito come essa si presta a decidere sulla questione dei punti brillanti di $f = 0$, quando il punto di vista è η, e quindi come lo studio delle curve polari congiunte sia interessante pel nostro scopo.

Sia M uno dei punti (semplici) comuni ad $f = 0$ e ad H_η; la polare di M, rispetto ad $f = 0$, è la tangente in M; per la definizione della H_η la retta $\overline{\eta M}$, e questa tangente, formano un elemento della forma Ω; la retta $\overline{\eta M}$ è dunque il raggio riflesso del raggio di luce che colpisce $f = 0$ in M. Ne concludiamo che *i punti brillanti della curva $f = 0$, per un occhio collocato in η, sono fra i punti comuni ad $f = 0$ ed alla curva H_η.*

Se immaginiamo che le riflessioni avvengono in tutti i punti della curva $f = 0$, il numero dei punti comuni ad $f = 0$ e ad M_η, è il numero dei raggi riflessi che escono da η; cioè la classe della caustica per riflessione della curva $f = 0$. *La classe della caustica per riflessione è*, dunque, *quanto il numero delle sue intersezioni, variabili, colla curva polare congiunta di un punto.*

12. Conviene, dunque, studiare il sistema delle curve polari congiunte. Questo è lineare ed è ∞^2, poichè i parametri η_i (o ξ, η) da cui esso dipende, entrano, nella (43) [o nella (43')] linearmente. Inoltre, la tangente nel punto η_i alla curva polare congiunta di η_i ha per equazione ciò che diventa la (43) quando al posto della y_i si pongono le η_i, e viceversa. Se diciamo *retta polare congiunta* di η una tale tangente, e diciamo η ***polo*** di tal retta, ricaviamo subito, dal fatto precedente, quanto segue:

1.° *La retta polare congiunta di un punto è il luogo dei punti le cui curve polari congiunte passano pel punto;*

2.° *La curva polare congiunta di un punto è il luogo dei punti le cui rette polari congiunte passano pel punto;*

3.° *La retta polare congiunta di un punto è il raggio riflesso, che passa pel punto, corrispondente alla polare del punto, rispetto ad $f = 0$, quale retta riflettente.*

Da quest' ultima proprietà, la quale è conseguenza anche del modo stesso con cui è definita la curva H_η, si deduce subito che se M è un punto che ha per polare, rispetto ad $f = 0$, una delle rette che corrispondono ad M nella

(*) Analogamente a quanto abbiamo fatto nella nostra memoria: « *Sulle superficie polari congiunte rispetto ad un connesso piano-retta e ad una superficie algebrica fondamentale* (Rend. R. Acc. Napoli, 1887 », si può fare nel piano una teoria *di curve polari congiunte*, rispetto all' ente dato da un' equazione fra le coordinate di 2 rette, e ad una curva arbitraria (Cfr. quanto si è detto anche nella Nota « *Sulle reprocità birazionali nulle del piano* nei Rend. della R. Acc. di Napoli, Anno 1889).

reciprocità quadratica definita dalle (9), M appartiene a tutte le curve polari congiunte, ed è doppio per la propria curva polare congiunta. Troveremo tosto il numero di tutti questi punti, calcolando il numero dei punti base della rete delle H_η.

Osserviamo dapprima che se η percorre una retta arbitraria p, per ogni posizione di η si ha un gruppo di $2n-2$ punti che, insieme ad η, dànno la sezione di η colla sua H_η; se di uno di questi punti prendiamo la retta polare congiunta, questa, dovendo appartenere al punto, e passare per η, sarà la stessa p. Ne concludiamo che *ogni retta* p *è polare congiunta di* $2(n-1)$ *suoi punti. e questi sono comuni a tutte le curve polari congiunte dei punti della retta;* o, in altri termini: *Nella rete delle curve polari congiunte, fra i punti base di un fascio qualunque ve ne sono* $2(n-1)$ *allineati sulla retta che contiene i poli delle curve del fascio.*

Ogni punto base di un fascio della rete delle H_η, e che non sia su tutte le altre curve di questa, deve avere per retta polare congiunta, quella che contiene i poli delle curve del fascio; essa trovasi perciò fra i $2(n-1)$ punti summentovati, e se ne conclude che *i soli* $2(n-1)$ *punti sunnominati sono i punti base di un fascio della rete che non siano pure punti base della rete.*

Quest' ultima proprietà si può enunciare dicendo che *per mezzo della rete delle curve polari congiunte s' individua, nel piano, un' involuzione di grado* $2(n-1)$, *di cui ogni gruppo si compone di punti allineati.* Una tale involuzione si trova perciò da se stessa riferita birazionalmente alle rette del piano. Noi, la indicheremo con J_η.

13. Due curve polari congiunte qualunque si tagliano in $(2n-1)^2$ punti; e da quanto precede risulta che i punti base della loro rete sono in numero di

$$(2n-1)^2-2(n-1)=4n^2-6n+3; \tag{45}$$

per cercare come questi siano distribuiti, e quindi anche per decidere del numero dei punti M, di cui al n. 11, occorre vedere come si comporta una curva polare congiunta in un punto multiplo i^{plo} della curva $f=0$. È chiaro intanto che, per ogni tal punto di $f=0$ passano tutte le curve polari congiunte, poichè, essendo la sua retta polare congiunta indeterminata, questa dà sempre, *preceduta* da una retta qualunque del punto, un elemento di Ω; si tratta, dunque, di decidere quale è la multiplicità comune a tutte le H_η in un punto i^{plo} di $f=0$. — Abbiamo due vie per arrivare a questo risultato, l' una geometrica, l' altra analitica; noi le seguiremo entrambe, perchè da entrambe ricaviamo vantaggio per altri risultati.

Cominciamo dal cercare il significato dei punti nei quali una retta arbitraria r taglia una H_η data. Se su r si prende un punto arbitrario P, la retta $\overline{\eta P}$, e la polare p di P, rispetto ad $f=0$, non formeranno, in generale, un elemento di Ω, poichè p non si trova, in generale, fra le tangenti della co-

nica di rette riflettenti che corrispondono alla $\overline{\eta P}$ quale raggio riflesso. Alle rette di questa conica corrisponde, intanto, rispetto ad $f=0$, un luogo di poli dell' ordine $2(n-1)$ che taglia perciò r in $2(n-1)$ punti, dei quali se uno coincidesse con P, si troverebbe sulla H_η. Per ogni punto P di r viene così associato un gruppo di $2(n-1)$ punti che hanno un significato importante pel nostro scopo. Viceversa, dato un punto arbitratrio P', di quanti gruppi di punti, associati di punti P, fa esso parte? Alla polare di P', rispetto ad $f=0$, quale retta riflettente, corrisponde un fascio di raggi riflessi, e di questi uno soltanto passa per η. Si ha, dunque, un sol punto P che corrisponde ad un punto di r assegnato ad arbitrio; e perciò *i punti in cui* r *taglia* H_η *sono i punti uniti della corrispondenza* $[2(n-1), 1]$ *che così prende nascimento.*

Passi ora r per un punto i^{plo} A di $f=0$; fra i $2(n-1)$ punti suddetti che corrispondono ad un punto arbitrario P di r se ne trovano $2(i-1)$ raccolti sempre in A; per cui, i punti comuni ad r e ad H_η, fuori di A, sono effettivamente i punti uniti di una

$$[2(n-1)-2(i-1), 1] \equiv [2(n-i), 1],$$

i quali sono in numero di $2(n-i)+1$. Una retta arbitraria di A taglia dunque, una curva polare congiunta qualunque, fuori di A, in $2(n-i)+1$ punti; e perciò *un punto* i^{plo} *di* $f=0$ *è punto multiplo secondo*

$$2(n-1)+1-[2(n-i)+1]=2(i-1)$$

per ogni curva polare congiunta. Ne concludiamo che *sono assorbiti, nei punti multipli di* $f=0$, $4\Sigma\alpha_i(i-1)^2$ *punti base della rete delle* H_η, *e che,* quindi, *fuori di tali punti ve ne sono soltanto*

$$4n^2-6n+3-4\Sigma\alpha_i(i-1)^2=4E-6n+3 \qquad (46)$$

ove il Σ è esteso a tutti i punti multipli di $f=0$, è α_i il numero dei punti i^{pli}, e si è posto $E=n^2-\Sigma\alpha_i(i-1)^2$. — Troveremo, nel § seguente, un significato di questo numero E.

§ V.

Seguito intorno alle curve pol. cong. — Le curve polari normali.

14. I punti comuni alle curve (44) sono, come già è stato detto, punti base della rete H_η, e sono in numero di $2(n-1)^2$, perchè essi sono i poli delle rette t, t' (n. 2), rispetto ad $f=0$. Siccome $\Psi=0$ e $\Theta=0$ si annullano rispettivamente ai gradi $2(i-1), i-1$ in ogni punto i^{plo} di $f=0$, così fra i

suddetti $2(n-1)^2$ punti se ne trovano raccolti $2\Sigma\alpha_i(i-1)^2$ nei punti multipli di $f=0$, ed i rimanenti

$$2\left\{(n-1)^2-\Sigma\alpha_i(i-1)^2\right\}=2D, \tag{47}$$

ove il D è il grado della rete delle prime polari di $f=0$ sono da contarsi fra i rimanenti (46). Ciascuno di questi $2D$ punti, avendo per polare, rispetto ad $f=0$, l' una o l' altra delle 2 rette t, t' non è fra i punti M del n. 11; per cui questi si trovano compresi fra i punti in numero

$$2(2E-D)-6n+3,$$

che si hanno togliendo dai (46) i (47). Ora è facile assicurarsi che *i punti così ottenuti sono tutti i punti M del* n. 11. — In fatti, un punto P comune a tutte le curve polari congiunte, dovendo avere la retta polare congiunta indeterminata, non può che soddisfare a queste condizioni:

1.° o essere centro del fascio di rette che per mezzo di $\Omega=0$ corrisponde alla retta di coordinate $u_i=\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$ $(i=1,2,3)$ dove x_i sono le coordinate di P; ed è allora P uno dei punti M;

2.° o avere la retta polare indeterminata, ed è allora punto multiplo di $f=0$;

3.° o essere centro di un fascio di raggi riflessi, a ciascuno dei quali corrisponde una conica di rette riflettenti indeterminata; e questo caso non può presentarsi poichè non esistono centri di tali fasci.

Siccome ora $f=0$ è arbitraria, possiamo tradurre la conclusione precedente nel seguente enunciato che, per quanto non interessante pel nostro scopo, può essere utile in altre ricerche:

Gli elementi comuni ad una reciprocità quadratica doppia come la (9), *ed alla corrispondenza polare rispetto ad una curva* $f=0$ *dell' ordine* n *sono in numero di*

$$2(2E-D)-6n+3=2(2E-D-3n)+3 \tag{48}$$

ove D ed E hanno il significato che sopra si è stabilito.

Questo risultato si può enunciare anche così: *Il numero dei gruppi di valori delle x_i con cui si soddisfa alle equazioni*

$$\begin{aligned}
\sigma x_1&=\xi_1\Psi-\Theta\left(A_1\frac{\partial f}{\partial x_1}+B_1\frac{\partial f}{\partial x_2}+C_1\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)\\
\sigma x_2&=\xi_2\Psi-\Theta\left(A_2\frac{\partial f}{\partial x_1}+B_2\frac{\partial f}{\partial x_2}+C_2\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)\\
\sigma x_3&=\xi_3\Psi-\Theta\left(A_3\frac{\partial f}{\partial x_1}+B_3\frac{\partial f}{\partial x_2}+C_3\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)
\end{aligned}$$

è il numero rappresentato da (48).

15. Guardando alla equazione (43), oltre alle funzioni Ψ, Θ del cui annullarsi conosciamo il significato, vi troviamo anche la

$$(\eta y A)\frac{\partial f}{\partial y_1} + (\eta y B)\frac{\partial f}{\partial y_2} + (\eta y C)\frac{\partial f}{\partial y_3},$$

che è un covariante simultaneo di f e Φ, del quale importa il significato del suo annullarsi. — Se costruita, ed eguagliata a zero, la forma doppiamente lineare

$$u'_A u_1 + u'_B u_2 + u'_C u_3 = \Phi_{uu'} = 0 \qquad (49),$$

diciamo che la coppia di rette (u', u) è un *elemento* di essa quando le coordinate di queste rette soddisfanno all' equazione (49), e poi ci proponiamo la soluzione del problema: *Dato un punto* η, *cercare il luogo del punto* y *tale che la retta* $\overline{\eta y}$, *e la polare di* y *rispetto ad* $f = 0$, *siano un elemento della suddetta forma*, noi troveremo appunto, come rapppresentante un tal luogo, l'equazione

$$(\eta y A)\frac{\partial f}{\partial y_1} + (\eta y B)\frac{\partial f}{\partial y_2} + (\eta y C)\frac{\partial f}{\partial y_3} = 0 \qquad (50)$$

Questa rappresenta dunque, stando a quanto si è detto nella Nota al n. 11, la curva polare congiunta del punto η, rispetto a (49), e ad $f = 0$. Noi, per ragioni che risulteranno da quanto appresso diremo, la chiameremo, imitando una denominazione analoga del sig. Dewulf (*), *curva polare normale* di η che diremo *polo;* chiameremo *retta polare normale* la tangente in η, ed indicheremo rispettivamente con N_η, n_η una tal curva ed una tal tangente.

Sia P un punto comune ad N_η, e ad $f = 0$; la polare di P sarà la tangente p di $f = 0$ in P; la retta $\overline{\eta P}$ e p sono un elemento di (49), cioè rette reciproche rispetto all' assoluto; e perciò perpendicolari, nel senso non euclideo, l'una all' altra. I punti comuni ad $f = 0$ e N_η sono, dunque, i piedi delle normali che da η possono condursi ad $f = 0$. Lo studio della curva (50) è dunque intimamente legato col problema delle normali ad una curva algebrica.

La N_η, come si vede dalla sua equazione, è dell' ordine n, e passa $i - 1$ volte per ogni punto i^{plo} di $f = 0$; ma ciò si può stabilire anche geometricamente, e ricorrendo alla definizione cui risponde una tal curva, in modo consimile a quello che venne tenuto nel n. 13 per la curva H_η. Si trova allora che i punti comuni ad N_η e ad una retta arbitraria r sono i punti uniti di una corrispondenza $(n - 1, 1)$ che, quando r passa per un punto i^{plo} di $f = 0$, si riduce ad una $(n - i, 1)$.

(*) Cfr. *Bulletin des Sciences Mathématiques et Astronomiques*, dir. da Darboux, An. 1878, pag. 41 e 372, dove il sig. Dewulf si è occupato d'una teoria di curve piane da lui dette *polaires inclinées.*

Si deduce da ciò che, in un punto i^{plo} di $f=0$, i due termini che compongono la (43) si annullano ciascuno al grado $2(i-1)$; e quindi, come già si è trovato con ragionamento geometrico, che H_η ha, in ogni tal punto, un punto multiplo secondo $2(i-1)$.

16. L'equazione della retta *polare normale* di η è ciò che diventa la (50) quando le η si cangiano nelle y, e viceversa. Se ne deduce che: 1.° *la curva polare normale di un punto è il luogo dei punti le cui rette polari normali passano pel punto;* 2.° *che la retta polare normale di un punto è il luogo dei punti le cui curve polari normali passano pel punto;* 3.° *la retta polare normale di un punto è la normale, abbassata dal punto, alla retta polare di questo rispetto ad* $f=0$.

Ragionando ora precisamente come si fece nel n. 12 si ha che *le curve polari normali formano una rete, che un fascio qualunque di essa ha soltanto* n — 1 *punti base variabili col fascio, che questi* n — 1 *punti sono allineati su una retta che è polare normale di ciascuno di essi,* e che, quindi, *detta rete ha*

$$n^2-(n-1)=n^2-n+1$$

punti base. Di questi punti, $\Sigma\alpha_i(i-1)^2$ ne sono, evidentemente, assorbiti, nei punti multipli di $f=0$, Σ ed α, avendo lo stesso significato di prima, ed i rimanenti altri $(i'=i-1)$

$$n^2-\Sigma\alpha_i i(i-1)+\Sigma\alpha_i i'-n+1=2p+2n-1+\Sigma\alpha_i i',$$

ove p è il genere di $f=0$, sono punti che hanno la stessa polare, sia rispetto ad $f=0$, che rispetto all'assoluto. E troviamo così di passaggio che *il numero dei punti che hanno la stessa polare rispetto ad una conica, e rispetto ad una curva di ordine* n, *di genere* p, *ed* α_i *punti* i^{pli} *è dato da*

$$2(p+n)-1+\Sigma\alpha_i i'=2\left(p+n-\frac{1}{2}\right)+\Sigma\alpha_i i'.$$

17. I punti variabili, comuni ad $f=0$ e ad N_η, sono evidentemente $n^2-\Sigma\alpha_i i(i-1)=2p+3n-2$; e tali punti sono quelli che propriamente figurano quali piedi delle normali abbassate da η sulla curva $f=0$. Indicando con N un tal numero abbiamo, dunque, che *per un punto, ad una curva algebrica di ordine* n *e genere* p, *si possono condurre*

$$N=2p+3n-2=m+n \tag{51}$$

normali, e che *i piedi di queste normali, il punto da cui si abbassano, ed i punti della figura autopolare rispetto alla curva ed all'assoluto sono sopra una stessa aggiunta dell'ordine* n *della curva.*

Il numero N rappresenta, evidentemente, anche la classe della sviluppata (nel senso non-euclideo) della curva $f=0$.

18. Se facciamo il calcolo del numero delle intersezioni variabili di una H_η con $f=0$, e lo indichiamo con P, numero che rappresenta anche la classe della caustica per riflessione della curva f, abbiamo

$$P=(2n-1)\,n-2\,\Sigma\alpha_i i\,(i-1)=2\,\{n^2-\Sigma\alpha_i i\,(i-1)\}-n=2N-n=2m+n \quad (51')$$

e quindi

$$2N-P=n\,,\,2N-P-n=0\,, \quad (52)$$

relazione notevolissima fra l'ordine della curva f, la classe della sua sviluppata e la classe della sua caustica per riflessione, relazione che può essere enunciata così:

L'ordine di una curva è l'eccesso fra il doppio della classe della sua sviluppata e la classe della sua caustica per riflessione; ovvero, anche come segue:

Ponendo l'occhio in un punto, il doppio del numero delle normali che possono condursi dal punto alla curva supera il numero dei punti brillanti di quanto è l'ordine della curva.

19. Se di 2 punti infinitamente vicini $M\equiv M'$ della curva $f=0$ si prendono le rette polari congiunte (normali) $m\,,m'$, la curva polare congiunta (normale) del loro punto comune $mm'\equiv P$ è tangente alla $f=0$ in $M\equiv M'$; le rette $PM\equiv PM'$ sono dunque due tangenti infinitamente vicine dalla caustica per riflessione (sviluppata) della curva; e quindi P ne è un punto. Ne concludiamo:

1.° che *la caustica per riflessione (sviluppata) di una curva è l'inviluppo delle rette polari congiunte (normali) dei punti della curva;* 2.° che *detta caustica (sviluppata) è il luogo dei punti le cui curve polari congiunte (normali) toccano la curva.*

§ VI.

Intervento della forma aggiunta alla forma fontamentale.

20. *a*) Prima di passare a trarre profitto dai due ultimi risultati che abbiamo enunciati, ed a studiare più profondamente le relazioni che intercedono fra le curve polari congiunte (normali) e la curva f, cerchiamo in che modo, in questa quistione di caustiche, interviene la forma che denominammo *aggiunta* alla forma fondamentale. Avremo luogo di sorgere relazioni ancora più intime di quelle già osservate fra il problema delle normali, e quello dei punti brillanti.

Sulla curva $f=0$ prendiamo ad arbitrio due punti $M\,,M'$ dei quali diremo $m\,,m'$ le polari rispetto a $\Phi=0$; mentre poi rappresenteremo con $C_m\,,C_{m'}$, i cerchi di centri $M\,,M'$ che passano per ξ, con $t\,,t'$ le tangenti in $M\,,M'$ ad $f=0$ e con $T'\,T'$ i poli alle tangenti. Alla retta $MM'\equiv r$, quale retta riflet-

tente corrisponde un fascio di raggi riflessi, il cui centro deve essere su C_m perchè r passa per M, e su $C_{m'}$, perchè r passa per M'; esso sarà dunque uno P dei punti, oltre ξ, comune a $C_m, C_{m'}$. Posto, inoltre, $mm' \equiv R$ esso punto P sarà allineato con ξ, e con R, poichè deve essere (n. 1) l'armonico di ξ, rispetto ad R ed r, che sono polo e polare rispetto a Φ; ed inoltre saranno, ordinatamente MP, $M'P$ i raggi riflessi rispetto ad r, dei raggi ξM, $\xi M'$. — Se, mantenendo fermo M, facciamo che M' si avvicini ad M su $f=0$, il punto P si avvicinerà, su C_m, a quel punto N di C_m che corrisponde, come centro di raggi riflessi, alla retta t quale retta riflettente, mentre che, nello stesso tempo, MP ed $M'P$ convergono verso la retta polare congiunta di M, cioè verso il raggio riflesso, rispetto alla curva del raggio ξM.

Il punto N, dunque, si presenta come una delle intersezione del cerchio C_m col cerchio infinitamente vicino il cui centro si trova su $f=0$; e, siccome ogni raggio condotto pel centro di un cerchio è normale al cerchio, e tutti i cerchi di un sistema che hanno un inviluppo sono tangenti all'inviluppo, se ne conclude che MN è normale in N al luogo del punto N; e da ciò il teorema:

La caustica per riflessione di una curva $f=0$ *è la sviluppata di una curva che fa parte dell' inviluppo dei cerchi che hanno i centri sulla curva, e che passano pel centro di luce.*

b) A questo enunciato si può dare una forma diversa, e più precisa, osservando che la retta ξN passa pel polo T di t rispetto a $\Phi=0$, e che quindi ξN è normale alla tangente t in M alla f. La parte dell'inviluppo dei cerchi suddetti, di cui la caustica di $f=0$ è la sviluppata, è dunque il luogo delle seconde intersezioni delle perpendicolari condotte pel centro di luce alle tangenti di $f=0$, con i cerchi che hanno i centri nei corrispondenti punti di contatto, e passano pel centro di luce; epperò possiamo dire che *la caustica per riflessione di una curva è la sviluppata del luogo delle seconde intersezioni delle normali alle tangenti della curva condotte pel centro di luce, coi cerchi rappresentati dalla forma aggiunta, quando i centri di questi si fanno successivamente coincidere coi punti di contatto di quelle tangenti.*

c) Giova osservare pure che il punto N, essendo il centro del fascio dei raggi riflessi corrispondenti alla retta t quale retta riflettente, sarà il trasformato di questa tangente per mezzo della quadratica doppia (9) o della quadratica semplice (12') se il piano è euclideo. Le coordinate della retta t sono proporzionali alla quantità $u_i \equiv \frac{\partial f}{\partial x_i}$ $(i=1,2,3)$, e per questa sostituzione nelle (9), come le $\Phi, u_\xi, \frac{\partial \Phi}{\partial u_i}$ si mutano ordinatamente nelle

$$\Psi\ ,\ \Theta\ ,\ 2\left(A_i\frac{\partial f}{\partial x_1}+B_i\frac{\partial f}{\partial x_2}+C_i\frac{\partial f}{\partial x_3}\right),$$

così le (9) daranno

$$\xi'_i \equiv \xi_i \Psi - 2\Theta \left(A_i \frac{\partial f}{\partial x_1} + B_i \frac{\partial f}{\partial x_2} + C_i \frac{\partial f}{\partial x_3} \right), \qquad (53)$$

e noi perciò potremo enunciare il risultato seguente:

La curva della quale la caustica di f = 0 *è la sviluppata è la curva corrispondenti di* f = 0, *considerata come inviluppo delle sue tangenti, nella trasformazione quadratica* (9) (*); ovvero:

La curva della quale la caustica di f = 0 *è la sviluppata è la curva che corrisponde ad* f = 0 *per mezzo delle* (53).

d) La curva $f = 0$ ed il luogo dei punti N, luogo che d'ora in poi indicheremo con $F = 0$ si corrispondono unideterminativamente. Ciò è evidente, infatti, sia per mezzo delle (53) sia direttamente quando da un punto M di $f = 0$ si passa ad un punto di $F = 0$. Se viceversa è N un punto preso ad arbitrio su $F = 0$, rispetto alla retta $\underset{\smile}{\xi} N$ vi sarà un fascio di rette normali, il cui centro è il polo N' di $\underset{\smile}{\xi} N$ rispetto a $\Phi = 0$, e per questo polo passano soltanto due rette di ciascuna delle quali esso è il corrispondente nella trasformazione quadratica (9). Si tratta di dimostrare che non entrambe queste rette sono tangenti ad $f = 0$ quale che sia N. Ora nel fatto è così: l'essere le due suddette rette tangenti di $f = 0$ richiederebbe che $f = 0$, considerata come complesso delle sue tangenti, corrispondesse a se medesima nella inversione quadrica *rigata* (**) congiunta alla trasformazione doppia, e ciò non accade per una $f = 0$ scelta ad arbitrio. Ove questo fosse il caso dalla involuzione fra le tangenti di $f = 0$ verrebbe determinata un'involuzione fra i corrispondenti punti di contatto, e la caustica di f si presenterebbe come inviluppo delle congiugenti i punti omologhi di una tale involuzione, giacchè ogni tale congiungente sarebbe una normale di $F = 0$, e viceversa.

Escludendo, questo caso, e tenendo presente che, nel piano euclideo, la (9) si riduce alla (12'), che è una trasformazione quadratica semplice, e che quindi stabilisce sempre una trasformazione unideterminativa fra $f = 0$ ed $F = 0$, se ne conclude che:

La curva f = 0, *e la curva* $F = 0$ *la sviluppata della quale è la caustica della* f = 0, *sono sempre dello stesso genere.*

(*) Nel caso di un piano euclideo la $f = 0$ appartiene a quella categoria di curve che il Prof. Ruffini ha studiato sotto il nome di curve che hanno potenza in rispetto ad ogni punto, o ad alcuni punti, del loro piano (V. Mem. Acc. Bologna, dicembre 1890). Un esempio sarà visto nel n. 21.

(**) Siccome in molte ricerche si incontrano delle trasformazioni che, nel piano p. es., conducono da rette a rette, e non da punti a punti, io ho trovato conveniente anche in altre occasioni, di distinguere, per brevità ecc. nomi di *rigate* dette trasformazioni invece di usare la locuzione « *considerata nel piano rigato* », come ho, p. es., fatto nel n. 9.

e) La rete delle curve, con cui si genera la (53), è data dall'equazione

$$u_{\xi}\Psi - 2\left(u_A \frac{\partial f}{\partial x_1} + u_B \frac{\partial f}{\partial x_2} + u_C \frac{\partial f}{\partial x_3}\right)\Theta = 0\,, \qquad (54)$$

dove u_i ($i=1,2,3$) sono le coordinate di una retta, percorsa dal punto corrispondente al punto x_i. Le curve di questa rete hanno, in ogni punto i^{plo} di $f=0$, un punto multiplo secondo $2(i-1)$, giacchè, entrambi i termini della (54), si annullano al grado $2(i-1)$ per le coordinate di un tal punto i^{plo} di $f=0$. Le intersezioni variabili di ogni curva (54) con la $f=0$ saranno perciò in numero di

$$2n(n-1) - 2\Sigma\alpha_i\,.\,i(i-1) = P - n = 2m;$$

e se ne conclude il teorema:

L'ordine $n' = P - n$ *della curva* $F=0$ *è quanto l'eccesso fra la classe della caustica e l'ordine di* $f=0$, *cioè è quanto il doppio della classe di* $f=0$.

f) Se, come già si è fatto, s'indica con m la classe di $f=0$, vi saranno $2m$ tangenti comuni ad $f=0$ ed all'assoluto. Come ognuna di queste tangenti, considerata quale retta riflettente ha per punto corrispondente (centro di raggi riflessi) il punto di contatto con l'assoluto, al qual punto di contatto, insieme al centro di luce, si riduce il cerchio col centro nel punto, e che, secondo il teorema *b*) deve essere tangente ad $f=0$, così tal punto sarà pure di contatto fra $\Phi=0$ ed $F=0$; e se ne deduce che *la curva* $F=0$, *la cui sviluppata è la caustica per riflessione della curva* $f=0$, *è* $2m$ *volte tangente all'assoluto* (*è* m *volte circolare*).

Inoltre, vista la genesi di $F=0$ secondo il teorema *c*), ad ogni tangente di flesso corrisponde una cuspide su $F=0$; ma $f=0$ ha $w=2p-2+2m-n$, tangenti di flesso, dunque *la curva* $F=0$ *ha* $r=2p-2+2m-n=3(m-n)$ *cuspidi, ed è*, perciò, *della classe*

$$m' = 2p - 2 + 2n' - r = 2p - 2 + 2(P-n) - 3(m-n) = 2m + n;$$

cioè *la classe della curva* $F=0$ *è uguale alla classe della caustica di* $f=0$; ovvero: *La classe di* $F=0$ *è uguale alla classe della sua sviluppata.*

g) In ogni punto di contatto di $F=0$ con l'assoluto la normale è indeterminata; la classe della sviluppata di $F=0$ va dunque calcolata colla formola (51), dalla quale bisognerà sottrarre $2m$. Indicandola con N', abbiamo:

$$N' = m' + n' - 2m = 2m + n + P - n - 2m = P,$$

come nel fatto deve essere.

21. *a*) I risultati precedenti, oltre al darci una nozione abbastanza esatta della curva $F=0$, e delle sue relazioni con la curva $f=0$, ci somministrano anche diversi modi di scrivere l'equazione effettiva $F=0$. In fatti, noi possiamo

o trovare l'inviluppo dei cerchi rappresentati dalla (33) facendo che i parametri ivi indicati con η_i $(i=1,2,3)$ soddisfino sempre alla $f(\eta_1, \eta_2, \eta_3)=0$, o eliminare le ρ, x_i fra le (53) e la $f(x_1, x_2, x_3)=0$, o, finalmente, scrivere la $f=0$ in coordinate tangenziali, e sostituire alle coordinate delle diverse tangenti i valori dati dalle (36), o dalle (37). Seguendo quest'ultima via, vogliamo cercare $F=0$ corrispondentemente al caso in cui $f=0$ sia una conica rappresentata tangenzialmente dall'equazione

$$f_1 = B_1 u_1^2 + B_2 u_2^2 + B_3 u_3^2 = 0. \tag{55}$$

Abbiamo, usando le (36):

$$B_1\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi_1}\sqrt{\Phi_{xx}}+\frac{\partial\Phi}{\partial x_1}\sqrt{\Phi_{\xi\xi}}\right)^2+B_2\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi_2}\sqrt{\Phi_{xx}}+\frac{\partial\Phi}{\partial x_2}\sqrt{\Phi_{\xi\xi}}\right)^2+B_3\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi_3}\sqrt{\Phi_{xx}}+\frac{\partial\Phi}{\partial x_3}\sqrt{\Phi_{\xi\xi}}\right)^2=$$

$$=\Phi_{xx}\Sigma B_i\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi_i}\right)^2+\Phi_{\xi\xi}\Sigma B_i\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)^2+2\sqrt{\Phi_{xx}\Phi_{\xi\xi}}\,\Sigma\frac{\partial\Phi}{\partial\xi_i}\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}=0,$$

ovvero:

$$F=\left(\Delta_{\xi\xi}\Phi_{xx}+\Delta_{xx}\Phi_{\xi\xi}\right)^2-4\Phi_{\xi\xi}\Phi_{xx}\Delta_{\xi x}^2=0, \tag{56}$$

avendo posto, per brevità:

$$\Delta_{xx}=\Sigma B_i\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)^2 \quad , \quad \Delta_{\xi\xi}=\Sigma B_i\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi_i}\right)^2 \quad , \quad \Delta_{\xi x}=\Sigma B_i\frac{\partial\Phi}{\partial\xi_i}\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}.$$

Dalla (56) si vede che la $F=0$ è del 4.° ordine, che è quadritangente all'assoluto nei punti ove questo è tagliato dalla conica $\Delta_{xx}=0$, e che ha 2 punti doppi nei punti d'intersezione della retta $\Delta_{\xi x}=0$ con la conica $\Delta_{\xi\xi}\Phi_{xx}+\Delta_{xx}\Phi_{\xi\xi}=0$.

Un altro punto doppio, come facilmente si vede, è il centro di luce, e come, del resto, risulterà da quanto verrà detto nel n° 22, *c*).

b) Se il piano è euclideo, in vece delle (36) dovremo fare uso delle (38). Scrivendo allora la equazione della conica nella forma

$$Au^2+2Huv+Bv^2+2Gu+2Fv+C=0, \tag{57}$$

avremo, dopo avere moltiplicato per $(x^2+y^2)^2$, la $F=0$ nella forma seguente:

$$F=\frac{C}{4}(x^2+y^2)^2-(Gx+Fy)(x^2+y^2)+Ax^2+2Hxy+By^2=0, \tag{58}$$

dalla quale si vede che il centro di luce è un punto doppio di $F=0$, e che questa è bicircolare (*). Facendo note sostituzioni, questa equazione si può scriverla, in coordinate polari, come segue:

(*) Cfr. la Nota (*) a pag. 437.

$$\frac{C}{4}\rho^4-(G\cos\Theta+F\operatorname{sen}\Theta)\rho^2+A\cos^2\Theta+H\operatorname{sen}2\Theta+B\operatorname{sen}^2\Theta=0,$$

ed allora si scorge, ciò che del resto si vede anche sulla (58) che il centro di luce è un centro di simmetria se $G=F=0$; cioè *la curva della quale la caustica per riflessione della conica* (57) *è la sviluppata, ha centro di simmetria se il centro della conica è nel centro di luce.*

Dalla (58) apparisce che, quando la (57) è una parabola, l'ordine della $F=0$ si abbassa di una unità, poichè essa allora diventa

$$F=(Gx+Fy)(x^2+y^2)+Ax^2+2Hxy+By^2=0,$$

che rappresenta una curva del 3.° ordine circolare con un punto doppio nel centro di luce.

Nel caso poi in cui la (57) è un cerchio, caso nel quale (supponendo, come finora si è supposto, gli assi coordinati rettangolari) l'equazione del cerchio può scriversi nella forma

$$(ac-f^2)u^2+2fg\,.\,uv+(ac-g^2)v^2-2ag\,.\,u-2af\,.\,v+a^2=0,$$

si ha, in sostituzione della (58), la seguente

$$\frac{a^2}{4}(x^2+y^2)^2+a(gx+fy)(x^2+y^2)+(ac-f^2)x^2+2fgxy+(ac-g^2)y^2=0,$$

ovvero, in coordinate polari, se l'asse polare è un diametro del cerchio,

$$a\rho^2+4g\cos\theta\,.\,\rho-4\frac{g^2}{a}\operatorname{sen}^2\theta+4c=0.$$

22. Tornando ora al caso generale, cerchiamo altre proprietà della $F=0$.

a) In un punto i^{plo} A di $f=0$ vi sono i tangenti; a ciascuna di queste, quale raggio riflettente, corrisponde, sul cerchio dato dalla (33), col centro in A, un punto come centro di raggi riflessi, e come punto di contatto di esso cerchio con $F=0$; se ne conclude che *pel centro di luce passano* α_i *cerchi* i-*tangenti alla curva* F $=0$, *ed i centri di tali cerchi sono gli* α_i *punti i-pli di* f $=0$.

b) Sia t una tangente condotta pel centro di luce alla $f=0$, T il suo polo rispetto all'assoluto; il punto di $F=0$ che corrisponde a t sarà lo stesso centro di luce e deve, insieme a questo, stare in una retta che passa per T. La $F=0$ passa quindi per ξ, ed ha in questo punto per tangente la ξT; cioè, tenendo conto che per ξ passano m tangenti alla curva $f=0$, se ne conclude il teorema:

La curva F $=0$ ***ha un punto multiplo secondo*** m ***nel centro di luce, e le tangenti in questo punto sono le normali alle tangenti condotte da esso alla curva*** f $=0$.

c) Poichè è $P-n=2m$ l'ordine della curva $F=0$, $r=3(m-n)$ il numero dei suoi regressi, p il suo genere, se si indica con d il numero dei suoi punti doppi, inclusi gli $\frac{1}{2}m(m-1)$ cui equivale il punto $m^{plo}\xi$, si dovrà avere:

$$2p-2=2m(2m-3)-2d-3(m-n);$$

e, in modo analogo, poichè è m la classe di $f=0$, $w=3(m-n)$ il numero delle sue tangenti di flesso, e p il suo genere, indicando con t il numero delle sue tangenti doppie, si dovrà avere:

$$2p-2=m(m-3)-2t-3(m-n),$$

per cui, sottraendo l'una dall'altra le 2 precedenti relazioni si avrà

$$0=3m(m-1)-2(d-t);$$

ovvero:

$$d-t=\frac{3}{2}m(m-1).$$

Ora, indicando con d' il numero dei punti doppi propriamente detti di $F=0$, come si ha $d=d'+\frac{1}{2}m(m-1)$, così si avrà anche

$$d'-t=\frac{3}{2}m(m-1)-\frac{1}{2}m(m-1)=m(m-1);$$

epperò, siccome *ad ogni tangente doppia di* $\mathrm{F}=0$ *corrisponde un punto doppio di* $\mathrm{F}=0$, così *vi saranno sopra* $\mathrm{F}=0$, $m(m-1)$ *punti doppi che provengono da coppie di tangenti distinte di* $\mathrm{f}=0$, *coniugate nella inversione quadratica rigata, congiunta alla trasformazione doppia* (9).

Questo risultato può, del resto, stabilirsi direttamente come segue. La curva $f'=0$ corrispondente di $f=0$ nella trasformazione congiunta alla (9), è della classe $2m$; perciò il numero delle tangenti comuni ad $f=0$, ed $f'=0$, è $2m^2$. Ma, fra queste tangenti ve ne sono $2m$ che toccano l'assoluto, e sono da escludere perchè ciascuna è coniugata a se stessa; dunque, restano soltanto $2m^2-2m=2m(m-1)$ tangenti che, due a due, si accoppiano per modo da dare un punto doppio di $F=0$; il numero di queste coppie è evidentemente $m(m-1)$, dunque etc.

d) Giova osservare che, se il piano è euclideo, queste coppie di tangenti non vi sono su $f=0$, perchè l'involuzione congiunta alla (12') è l'identità; gli $m(m-1)$ punti doppi su $F=0$ vi sono tuttora, ma hanno altra provenienza. Abbiamo osservato, in fatti, che $F=0$ è tangente $2m$ volte all'assoluto; ora,

se questa si riduce ad una coppia di punti, quel contatto viene sostituito dal fatto che la curva $F=0$ passa m volte per ciascuno dei punti ciclici. Ognuno di questi punti equivalendo per ciò, al numero di $\frac{1}{2}m(m-1)$ punti doppi, presi insieme daranno precisamente gli $m(m-1)$ punti doppi in discorso. Frattanto, è bene di rilevarlo espressamente, *nel piano euclideo la curva* $F=0$ *ha 3 punti multipli secondo* m, *l'uno nel centro di luce, e gli altri 2 nei punti ciclici.*

§ VII.

Caustiche per riflessione e sviluppate. Seguito.

23. Da quanto si è detto nel n.° precedente risulta che il problema delle normali ad una curva, e quello della ricerca dei punti brillanti di questa, costituiscono, nel fondo, un unico e medesimo problema. Possiamo perciò proseguire le nostre ricerche intorno alle normali, intendendo che tutto quanto diciamo intorno ad esse ed alle corrispondenti sviluppate, valga come detto (con le corrispondenti modificazioni) pei punti brillanti e per le corrispondenti caustiche.

24. *a*) Se nel piano si considera una curva arbitraria χ, e dei punti di questa se ne trovano le rette polari normali, l'inviluppo sarà una curva χ', che è anche il luogo dei punti le cui curve polari normali toccano χ. Ciò si vede con un ragionamento analogo a quello che si tenne per stabilire i teoremi del n.° 19. — Supponiamo che, in particolare, χ sia una retta r, ed indichiamo con Ψ_r la corrispondente χ normale: la retta r sarà per Ψ_r una tangente $(n-1)^{pla}$, giacchè r è retta polare normale di $n-1$ suoi punti. Per un punto arbitrario di r non passa intanto che una sol retta, oltre r, tangente a Ψ_r, ed è la retta polare normale del punto, dunque *la curva* Ψ_r è *della classe* n.

b) Stando alla doppia definizione di Ψ_r, questa curva ha tanti punti su r quante curve polari normali di punti di r toccano r; ma questi punti sono soltanto gli $n-1$ poli di r, e ciascuno è punto di contatto di Ψ_r con r, dunque Ψ_r *è dell'ordine* $2(n-1)$.

c) Le tangenti comuni ad S_f (sviluppata di $f=0$) ed a Ψ_r sono Nn, e siccome di queste n soltanto si hanno come rette polari normali di punti di r, perchè r taglia f in n punti, così di queste tangenti ve ne sono

$$n\,(N-1)$$

che sono normali di 2 punti distinti l'uno su $f=0$ l'altro su r. Questi poli situati su r sono i punti nei quali r taglia la curva Σ luogo dei poli di una stessa retta quando uno di essi descrive $f=0$. Dunque si può concludere che *quando un punto percorre la curva* $f=0$, *trascinando seco la propria retta po-*

lare normale. gli altri n $-$ 2 *poli di questa retta descrivono una curva* Σ *dell'ordine* n $(N-1) = n^2 + mn - n$.

d) Se la retta r si fa passare per un punto i^{plo} A di $f=0$, dei suoi $n-1$ poli se ne trovano $i-1$ confusi in A, per cui Ψ_r si scinde in una curva Ψ'_r dell'ordine $2[(n-1)-(i-1)]=2(n-i)$ ed in un luogo fisso (razionale) Ψ_A dell'ordine $2(i-1)$, che è sempre lo stesso quale che sia la retta r condotta per A; e tali luoghi sono rispettivamente delle classi $(n-i)+1, i-1$. Il numero dei punti comuni r ad a Σ, fuori di A, sono dunque

$$(n-i+1)N-(n-i)=n-i(N-1)+N$$

e ne concludiamo che *in ogni punto* i^{plo} di $f=0$ *la curva* Σ *ha un punto multiplo secondo*

$$n(N-1)-[(n-i)(N-1)+N]=i(N-1)-N=N(i-1)-i$$

e) Se indichiamo con J_N la jacobiana della rete delle curve polari normali, in un punto si toccano le curve di un fascio della rete; perciò, in un punto comune ad $f=0$ e ad J_N, uno degli altri $n-2$ che, insieme a quello, hanno la stessa retta polare normale viene a coincidere con esso; e se ne deduce che *la curva* Σ *passa per tutti i punti comuni ad* $f=0$ *e ad* J_N.

25. *a*) Le formule per mezzo delle quali si ottiene la corrispondenza fra i diversi punti del piano e le proprie rette polari normali, sono, se si indicano con y_i le coordinate di uno generico di quei punti, e con u_i le coordinate della propria retta polare normale, le seguenti:

$$\left.\begin{aligned}\rho u_1&=(yA)_1\frac{\partial f}{\partial y_1}+(yB)_1\frac{\partial f}{\partial y_2}+(yC)_1\frac{\partial f}{\partial y_3}\\ \rho u_2&=(yA)_2\frac{\partial f}{\partial y_1}+(yB)_2\frac{\partial f}{\partial y_2}+(yC)_2\frac{\partial f}{\partial y_3}\\ \rho u_3&=(yA)_3\frac{\partial f}{\partial y_1}+(yB)_3\frac{\partial f}{\partial y_2}+(yC)_3\frac{\partial f}{\partial y_3};\end{aligned}\right\} \qquad (59)$$

perciò l'equazione, in coordinate di rette, della sviluppata di $f=0$ si otterrà eliminando le y_i fra le (59), e la $f(y_1, y_2, y_3)=0$.

b) Vogliamo, p. es., supporre che $f=0$ sia la conica

$$b_1x_1^2+b_2x_2^2+b_3x_3^2=0; \qquad (60)$$

allora le (58) diventano

$$\left.\begin{aligned}\rho u_1&=(yA)_1\,b_1y_1+(yB)_1\,b_2y_2+(yC)_1\,b_3y_3\\ \rho u_2&=(yA)_2\,b_1y_1+(yB)_2\,b_2y_2+(yC)_2\,b_3y_3\\ \rho u_3&=(yA)_3\,b_1y_1+(yB)_3\,b_2y_2+(yC)_3\,b_3y_3\end{aligned}\right\} \qquad (61)$$

Queste equazioni si possono risolvere, indipendentemente dalla (59), rispetto alle y_i, perchè esse rappresentano una *reciprocità birazionale nulla;* quella cioè che proviene dal congiungere un punto al punto omologo nell'omografia risultante dal comporre la polarità rispetto all'assoluto con la polarità rispetto alla (53), e poi dal far corrispondere a quel punto quella congiungente. In fatti, la polare normale di un punto M è la retta che unisce M al polo, rispetto all'assoluto, della sua polare rispetto a (59). Ora le formule della corrispondenza polare, rispetto a (59), sono

$$u_1 \equiv b_1 x_1 \quad , \quad u_2 \equiv b_2 x_2 \quad , \quad u_3 \equiv b_3 x_3 \, ,$$

e quella della corrispondenza polare rispetto all'assoluto

$$y_1 \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \quad , \quad y_2 \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \quad , \quad y_3 \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial u_3} \quad ,$$

per cui quella dell'omografia risultante in questione saranno

$$\begin{aligned} y_1 &\equiv a_{11}\, b_1 x_1 + a_{12}\, b_2 x_2 + a_{13}\, b_3 x_3 \\ y_2 &\equiv a_{21}\, b_1 x_1 + a_{22}\, b_2 x_2 + a_{23}\, b_3 x_3 \\ y_3 &\equiv a_{31}\, b_1 x_1 + a_{32}\, b_2 x_2 + a_{33}\, b_3 x_3 . \end{aligned}$$

La congiungente di due punti corrispondenti di questa ha quindi per coordinate espressioni della forma

$$\begin{aligned} (yx)_3 &\equiv (a_{11}x_2 - a_{21}x_1)\, b_1 x_1 + (a_{12}x_2 - a_{22}x_1)\, b_2 x_2 + (a_{13}x_2 - a_{13}x_1)\, b_3 x_3 \\ &\equiv (xA)_3\, b_1 x_1 + (xB)_3\, b_1 x_2 + (xC)_3\, b_3 x_3 , \ldots \end{aligned}$$

d'accordo con le (61).

Per risolvere dunque le (61) rispetto alle y basterà trovare, date le u_i le coordinate del punto comune alla u_i ed alla retta corrispondente per mezzo dell'inversa della suddetta omografia, cioè delle rette date dalle equazioni:

$$u'_1 \equiv b_1 \frac{\partial \Phi}{\partial u_1} \quad , \quad u'_2 \equiv b_2 \frac{\partial \Phi}{\partial u_2} \quad , \quad u'_3 \equiv b_3 \frac{\partial \Phi}{\partial u_3} \; ;$$

e queste dànno

$$\left.\begin{aligned} (u'u)_1 &\equiv (uA)_1\, b_1 u_1 + (uB)_1\, b_1 u_2 + (uC)_1\, b_1 u_3 \equiv y_1 \\ (u'u)_2 &\equiv (uA)_2\, b_2 u_1 + (uB)_2\, b_2 u_3 + (uC)_2\, b_2 u_3 \equiv y_2 \\ (u'u)_3 &\equiv (uA)_3\, b_3 u_1 + (uB)_3\, b_3 u_2 + (uC)_3\, b_3 u_3 \equiv y_3 \end{aligned}\right\} \qquad (62);$$

cosicchè la sviluppata di (60) avrà per equazione tangenziale un'equazione della forma seguente

$$\Sigma\, b_i^2 \{(uA)_i\, u_1 + (uB)_i\, u_2 + (uC)_i\, u_3\}^2 = 0 \qquad (63)$$

dalla quale si vede che se le 3 coniche

$$\left.\begin{array}{l}(uA)_1 u_2 + (uB)_1 u_2 + (uC)_1 u_3 = 0 \\ (uA)_2 u_1 + (uB)_2 u_2 + (uC)_2 u_3 = 0 \\ (uA)_3 u_1 + (uB)_3 u_2 + (uC)_3 u_3 = 0\end{array}\right\} \quad (64)$$

hanno tangenti comuni esse sono tangenti doppie per la curva. Ora, nel fatto, queste coniche hanno 3 tangenti comuni, e sono i lati del triangolo antoconiugato comune all' assoluto ed alla conica riflettente, poichè per essi lati si ha $u \equiv u'$ e come mostrano le (61), sono allora verificate le (63).

Questo risultato si può enunciare dicendo che sulla conica riflettente esistono tre coppie di punti tali che i punti di una medesima coppia hanno per retta polare normale la congiungente dei punti della coppia.

c) Per mezzo delle formule di Plücker già più volte applicate, si cava essere il genere della (63), zero, che *la curva non ha flessi, che è dell' ordine 6, e che ha sei cuspidi.* — Questi numeri possono del resto essere stabiliti in una maniera generale, come si vedrà appresso.

d) Intanto, sempre rimanendo all' esempio, supponiamo che si tratti di un piano euclideo. Possiamo tradurre la relazione notata in *b*), dicendo che bisognerà trovare la retta polare normale di un punto, cioè condurre pel punto la perpendicolare alla polare del punto rispetto alla conica. Allora, supponendo che questa abbia un' equazione della forma

$$b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0,$$

l' equazione della polare del punto (x', y') sarà

$$\frac{xx'}{a^2} + \frac{yy'}{b^2} - 1 = 0,$$

e quella della perpendicolare ad essa, condotta dal punto x', y'

$$\frac{y'}{b^2}(x - x') - \frac{x'}{a^2}(y - y') = 0,$$

$$\frac{xy'}{b^2} - \frac{yx'}{a^2} - \left(\frac{x'y'}{b^2} - \frac{x'y'}{a^2}\right) = 0,$$

da cui si deduce che le coordinate di questa retta sono

$$u = \frac{y'}{b^2 m} \quad , \quad v = -\frac{x'}{a^2 m},$$

avendo posto

$$-\left(\frac{x'y'}{b^2} - \frac{yy'}{a^2}\right) = -\frac{c^2x'y'}{a^2b^2} = m,$$

ed avendo indicato con c la distanza focale. Possiamo quindi scrivere:

$$u = -\frac{a^2}{c^2 x'} \quad , \quad v = +\frac{b^2}{c^2 y'} \quad , \quad x' = -\frac{a^2}{c^2 u} \quad , \quad y' = \frac{b^2}{c^2 v}$$

ed avere in coordinate plückeriane l'equazione della sviluppata nella forma:

$$b^2 \frac{a^4}{c^4 u^2} + a^2 \frac{b^4}{c^4 v^2} - a^2 b^2 = 0\,,$$

ovvero, sopprimendo il fattore $a^2 b^2$, comune a tutti i termini,

$$b^2 u^2 + a^2 v^2 - c^4 u^2 v^2 = 0\,.$$

25. Torniamo al caso generale. Quando un punto, percorrendo $f=0$, arriva in A, vi sono i rette di A che vanno prese come rette polari normali di A, e sono fra le rette di A quelle che escono da A normalmente alle i tangenti in A. Ogni punto i^{plo} A di $f=0$ si risolve dunque in i tangenti distinte della sua sviluppata (*); e quindi *la sviluppata di* $f=0$ *non ha tangenti multiple che provengano da punti multipli (a tangenti distinte) di* $f=0$.

Si può mostrare che S_f ha, in generale, soltanto tangenti doppie. Infatti, una tangente multipla r^{pla} t di S_f, p. e., contiene r punti di f, di cui t è polare normale, ed i punti sono pure punti di Σ. Inoltre le tangenti in detti punti alla $f=0$ dovranno essere coniugate alla t rispetto a $\Phi=0$, e perciò dovranno passare pel polo T di t rispetto a $\Phi=0$. Nel piano di $\Phi=0$ ed $f=0$, che sono in posizione generale l'una rispetto all'altra, dovrebbero dunque esservi dei punti sulle cui polari, rispetto a $\Phi=0$, esisterrebbero più di due punti di contatto delle tangenti condotte pel punto ad $f=0$. Ciò è evidentenmente

---

(*) Le formule (59) dicono la stessa cosa. Supponendo, in fatti, per fissare le idee, che A sia un punto doppio di $f=0$, la i^{ma} delle (59) dà

$$\begin{aligned} u_i d\rho = &\left\{ (yA)_i \frac{\partial^2 f}{\partial y_1^2} + (yB)_i \frac{\partial^2 f}{\partial y_1 \partial y_2} + (yC)_i \frac{\partial^2 f}{\partial y_1 \partial y_3} \right\} dy_1 \\ &+ \left\{ (yA)_i \frac{\partial^2 f}{\partial y_1 \partial y_2} + (yB)_i \frac{\partial^2 f}{\partial y_2^2} + (yC)_i \frac{\partial^2 f}{\partial y_2 \partial x_3} \right\} dy_2 \\ &+ \left\{ (Ay)_i \frac{\partial^2 f}{\partial y_1 \partial y_3} + (yB)_i \frac{\partial^2 f}{\partial y_2 \partial y_3} + (yC)_i \frac{\partial^2 f}{\partial g_3^2} \right\} dy_3\,, \end{aligned}$$

per cui, non essendo nulle tutte le derivate seconde di f, alle 2 direzioni secondo cui partendo da A, si può avanzarsi sulla curva, corrispondono 2 sistemi di valori per le u_i, ciascuno dei quali rappresenta una retta che passa per A, poichè, facendo $i=1,2,3$, moltiplicando ordinatamente per y_1, y_2, y_3 sommando si ha, identicamente $u_y = 0$, y_i $(i=1,2,3)$ essendo le coordinate di A.

impossibile senza che abbia luogo una situazione speciale delle curve f e $\vec{\Phi}$. Dunque tangenti multiple r^{ple} per $r > 2$ la curva S_f non ne ha. Supponiamo ora che possa darsi che S_f abbia una tangente di flesso t; allora due dei suoi $n-1$ poli devono raccogliersi in uno stesso punto T dove t riescirà tangente a Σ, ed alla $f=0$. Una tal tangente sarà allora coniugata a se stessa rispetto a $\vec{\Phi}=0$, cioè sarà una tangente all'assoluto; e perciò, se S_f ha tangenti di flesso, queste devono essere fra le $2m$ tangenti comuni ad $f=0$ ed a $\vec{\Phi}=0$.

Indichiamo con T' il punto di contatto di t con $\vec{\Phi}=0$. Gli $n-1$ poli di t sono gli $n-1$ punti in cui t è tagliata dalla prima polare di T'. Di questi punti 2 devono essere raccolti in T, cioè la prima polare di T' deve toccare $f=0$ in T, condizione che, evidentemente, richiede anch'essa una situazione speciale delle $f=0$ e $\vec{\Phi}=0$. Dunque *la sviluppata di* f = 0 *non ha flessi* (*).

(*) Risulta da quanto precede, che, nella ipotesi di $f=0$ dotata soltanto di singolarità ordinarie (punti multipli a tangenti distinte), la trasformazione che conduce da un punto alla propria retta polare normale, conduce pure da $f=0$ di una curva $S_f=0$ che, nel caso più generale, è provvista soltanto di tangenti doppie. Se a quella trasformazione facciamo seguire una correlazione arbitraria (non degenere), si passerà da $f=0$ ad una curva $S'_f=0$ che all'infuori di punti doppii, non ha altre singolarità. Il ragionamento precedente assicura, dunque, in altro modo *della possibilità di trasformare unideterminativamente una curva piana algebrica in un altra dotata di soli punti doppii;* giacchè, ogni curva si può, in virtù di un teorema di Noether, per mezzo di trasformazioni cremoniane ridurre ad avere le condizioni supposte per $f=0$. — Di questa importante proposizione, le cui prime traccie (per curve, non iperellittiche, di genere $p>2$) bisogna cercarle nella *Theorie der Abel'schen functionen* di Clebsh e Gordan, (Lipsia 1866, pag. 65), vennero date posteriormente diverse dimostrazioni. La prima che più si approssima allo scopo si scorge nel terzo volume delle *Leçons sur la Géométrie* di Clebsh-Lindemann, dove, per via geometrica prima, e poi per via algebrica, si mostra come, per mezzo di trasformazioni a determinazione unica, si può passare da una curva $f=0$ ad un'altra $F=0$ provvista soltanto di punti doppi (o cuspidali), e dove l'arbitrarietà della rete delle curve adoperate per essa trasformazione è tale da fare intravvedere la possibilità di scegliere detta rete per modo da non fare apparire punti cuspidali. Che sia così lo ha poi provato il Bertini, in una nota inserita nella *Rivista di Matematica* (An. 1891) dapprima, e poi nei *Matematische Annalen* (B. 44, An. 1894) col particolarizzare il processo di dimostrazione del Lindemann, cioè con lo scegliere una rete di cubiche, in vece di una rete generale di curve d'ordine n, e col condizionare detta rete in modo da rendere evidente l'assenza di punti cuspidali nella curva trasformata. Dopo del Lindemann un'altra dimostrazione di quella proposizione era data dall'Halphen nel suo « *Étude sur les points singuliers* » posto in fondo all'opera del Salmon « *Traité des courbes planes* » (Paris, 1884), dove (pag. 630) quella proposizione vien data sotto il nome di teorema di Noether, sebbene, come giustamente avvertono l'Appel ed il Goursat, al Noether appartenesse il teorema sopra rammentato. Si ebbe poi un cenno di dimostrazione da parte del Picard (*Traité d'Analyse*, t. II, p. 354-356) e dimostrazioni più complete da parte del Simart (*Comptes Rendus*, t. CXVI) e del Poincaré (*Comptes Rendus*, t. CXVII); e più recentemente, per mezzo di una trasformazione, già adoperata dall'Halphen, una dimostrazione di Appel ed Goursat nella loro eccellente opera: *Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales* p. 283, Paris, 1894-95. — Dell'Opera citata del Salmon giova consultare il capitolo « *Développées* », ed in particolare il n. 113, dove è dimostrata l'assenza (in generale) di flessi nella sviluppata di una curva, in un piano euclideo.

Cerchiamo ora il numero t delle tangenti doppie di S_f. Esso si otterrà dalla formula

$$2p-2=N(N-3)-2t\ ,$$

la quale dà

$$t=\frac{1}{2}N(N-3)-p+1$$

$$=\frac{1}{2}(N-1)(N-2)-p,$$

come del resto poteva dedursi direttamente. Per avere il numero dei regressi si dovrà, invece, risolvere rispetto ad r', la equazione

$$2p-2=N+r'-2n',$$

dove (poichè S_f, in generale, non ha flessi) l'ordine si avrà da

$$2p-2=n'-2N.$$

PROF. ALFONSO DEL RE.

NOTE

RIGUARDANTI L'EFFETTO DI OPTOTYPI

COSTANTI O VARIABILI SOPRA FONDO VARIABILE O COSTANTE

Nel giugno 1893 a Torino visitando lo splendido palazzo, poco prima inaugurato, dell' Istituto Universitario di Fisiologia, vidi 64 fogli di carta grigia graduati in altrettante tinte dal bianco al nero, sopra i quali il Direttore dell' Istituto, l' Illustre Professore Mosso, richiamava la mia attenzione gentilmente ricordandomi alcuni miei studî giovanili intorno a scale fotometriche.

La serie dei sovraccennati 64 fogli era stata inviata al Prof. Mosso dal Rothe, meccanico dell' Università di Praga. Non tardai a procurarmi dal Sig. Rothe un esemplare della suddetta serie di tinte graduate; ma tosto mi avvidi che la serie inviatami, quantunque eseguita con moltissima cura, non era, pel valore e pel tono delle tinte del tutto rispondente alla serie da me veduta a Torino; e giudicai che la graduazione nella serie non aveva per fondamento una tinta di un valore determinato e costante.

Questo mio giudizio fu poscia confermato da informazioni avute da Praga intorno al modo in cui erano stati graduati i fogli della serie.

La sovraccennata serie di tinte graduate del Rothe mi indusse infine a ripigliare lo svolgimento dello studio di scale fotometriche, da me pubblicato nel 1878 sopra gli *Annali di*

Ottalmologia. Eseguii quindi alcune esperienze, intorno alle quali presento una breve relazione.

Sopra undici fogli quadrati, della dimensione di m. 0,24 di lato, feci tirar undici tinte o fondi ottenuti colla incisione sulla pietra litografica dei seguenti tratteggi:

1.° Linee parallele bianche e nere alternate, della lunghezza di m. 0,24; nelle quali le bianche hanno la larghezza di m. 0,001 e le nere di m. 0,00025.

2.° Linee parallele bianche nere alternate, della lunghezza di m. 0,24; nelle quali le bianche hanno la larghezza di m. 0,00075 e le nere di m. 0,00025.

3.° Linee bianche della lunghezza di m. 0,24 e della larghezza di m. 0,00025 incrociantesi fra di loro ad angolo retto sopra fondo nero in modo da circoscrivere spazii neri quadrati di m. 0,00025 di lato.

4.° Linee bianche della lunghezza di m. 0,24 e della larghezza di m. 0,0005 incrociantesi fra di loro ad angolo retto sopra fondo nero in modo da circoscrivere spazii neri di m. 0,0005 di lato.

5.° Linee parallele bianche e nere alternate, di uguali dimensioni. Ciascuna linea ha la larghezza di m. 0,00025 e la lunghezza di m. 0,24.

6.° Linee parallele bianche e nere, alternate di uguali dimensioni. Ciascuna linea ha la larghezza di m. 0,0005 e la lunghezza di m. 0,24.

7.° Linee parallele bianche e nere, alternate, di uguali dimensioni. Ciascuna linea ha la larghezza di m. 0,0001 e la lunghezza di m. 0,24.

8.° Linee parallele bianche e nere alternate, della lunghezza di m. 0,24; nelle quali le bianche hanno la larghezza di m. 0,00025 e le nere di m. 0,00075.

9.° Linee nere della lunghezza di m. 0,24 e della larghezza di m. 0,00025 incrociantesi fra di loro ad angolo retto sopra fondo bianco in modo da circoscrivere spazii bianchi quadrati di m. 0,00025 di lato.

10.° Linee nere della lunghezza di m. 0,24 e della larghezza di m. 0,0005 incrociantesi fra di loro ad angolo retto sopra fondo bianco in modo da circoscrivere spazii quadrati bianchi di m. 0,0005 di lato.

11.° Linee bianche e nere alternate della lunghezza di m. 0,24; nelle quali le bianche hanno la larghezza di m. 0,00025 e le nere di m. 0,001.

Sopra ciascuno di questi fogli feci litografare, in nero, colla stessa tinta delle linee nere che costituiscono il tratteggio dei fondi ombreggiati, una serie di 11 lettere E (degli *optotypi* maiuscoli dello Snellen) di dimensioni gradatamente crescenti dal N.° X al N.° XX.

Le esperienze vennero eseguite in questa guisa.

Un soggetto adulto emmetropico (1) è posto alla distanza di 15 metri dal cartello ottometrico di Snellen N.° X. Questa distanza rappresenta la massima distanza alla quale il soggetto, nelle condizioni più favorevoli di luce, tanto artificiale quanto

---

(1) Questo soggetto è lo stesso Soggetto **N.° III** indicato a pag. 19 della mia precedente memoria *Esperienze di Ottica Fisiologica intorno alle variazioni dell'angolo visuale rispondenti alla luce decrescente* pubblicata nel febbraio dell'anno in corso 1895 (Vol. X, Ser. II, pag. 371 di queste *Memorie*); e così pure il metodo seguito in queste esperienze e l'ambiente nel quale esse vennero eseguite sono quelli che ho descritto in nota a pagg. 46-48 (l. c. = pp. 398-400 del Vol.), con la differenza che le candele inglesi sono sostituite da due lampade a gaz con becco *espansivo* di 40 fori, suscettibili ciascuna di dare un massimo di luce di circa 20 candele. Affinchè, con questa sorgente luminosa, convenientemente moderata, il soggetto, coll'occhio destro diaframmato possa avere $V = \frac{4,5}{III}$, occorre che le lampade distino dal cartello ottometrico N.° III (costituito da lettere nere stampato sul bianco) del valore medio di metri 0,97, mentrechè per ottenere la stessa acutezza visiva coll'occhio destro diaframmato e col medesimo N.° ottometrico, per mezzo delle candele inglesi, occorreva che queste distassero dal cartello del valore medio di metri 0,68 (cfr. l. c. pag. 47 (*)).

(*) In questa pagina i valori medii della distanza delle candele dal cartello vanno aumentati di m. 0,20 ciascuno; e nella pagina seguente, 48, i numeri 1,15 ed 1,29 si considerino rispettivamente 1,12 ed 1,23.

diurna, può distinguere le lettere del suddetto cartello N.° X sotto il minimo angolo visuale, che in questo caso è di 0°.3'.20". Una sorgente luminosa artificiale, costituita da due fiamme a gaz, viene avvicinata al cartello ottometrico fino a che il soggetto percepisca nettamente le lettere del cartello e goda così del massimo di acutezza visiva, compatibile col minimo di intensità luminosa, servendosi delle lettere ottometriche N.° X.

Rimanendo immutata la distanza della sorgente luminosa dal cartello, questo cartello viene sostituito successivamente dagli undici fogli tratteggiati sovradescritti, montati ciascuno sopra un cartoncino rigido. Ogni foglio, come ho detto, presenta impressa una serie di 11 lettere ottometriche E, graduate uniformemente dal N.° X al N.° XX.

Per ogni sostituzione si nota (tanto per amendue gli occhi liberi quanto per il solo occhio destro libero come per il solo occhio destro diaframmato, secondo le norme indicate nella memoria citata in nota alla pagina precedente): 1.° quali lettere il soggetto può vedere, alla distanza di 15 metri, sopra il foglio che egli osserva; 2.° a quale distanza il soggetto deve avvicinarsi per poter veder le lettere del N.° X litografate sopra ciascun foglio. Queste esperienze vennero eseguite a più riprese ed in diversi tempi.

Potei anzitutto constatare che tanto la grandezza delle lettere, le quali il soggetto poteva vedere alla distanza di 15 metri, guardando il foglio, quanto la distanza alla quale il soggetto doveva avvicinarsi per poter vedere la lettera del N.° ottometrico X sopra il foglio osservato, erano approssimativamente le stesse per ciascuno dei seguenti tre gruppi, costituiti: il primo, dai tratteggi 2°, 3.°, 4.°; il secondo dai tratteggi 5.°, 6.°, 7.°; ed il terzo gruppo dai tratteggi 8.°, 9.°, 10.°; riscontrando naturalmente, nelle misure, quelle oscillazioni, che, come ho già accennato in altra pubblicazione, sono pressochè inevitabili in esperienze di questa natura. Controllai in seguito queste osservazioni, eseguendo le esperienze, ad un tempo, sopra ciascuno dei tre gruppi di tratteggi ora indicati, presentando cioè allo sguardo contemporaneamente, uno

accanto all' altro, tre tratteggi per volta riuniti nel loro gruppo, invece di sostituirli successivamente ad uno ad uno, come era stato fatto nelle prime esperienze. Con ciò, gli undici tratteggi descritti, vennero aggruppati in cinque tinte di valore diverso.

La prima tinta è costituita dal tratteggio 1.°, la seconda dai tratteggi 2.°, 3.°, 4.°; la terza dai tratteggi 5.°, 6.°, 7.°; la quarta dai tratteggi 8.°, 9.°, 10.°; e la quinta dal tratteggio N.° 11.°

Ommetto per brevità di riportare l' intera serie di cifre riguardante tutte le esperienze fatte, e mi limito ad indicare che rimanendo costante la illuminazione dei fogli (illuminazione che corrisponde alla minima necessaria per godere $V = \frac{15}{X}$, con le lettere nere della dimensione del numero ottometrico X stampato sul fondo bianco) il soggetto, per poter vedere la stessa lettera ottometrica del N. X, stampata in nero sopra le tinte indicate, deve avvicinarsi, per la prima tinta fino alla distanza media di circa metri 14,5 dal foglio, per la seconda tinta, a metri 14, per la terza tinta a metri 12, per la quarta a metri 11,5 e per la quinta a metri 11. E questo mi sembra bastevole per dare una idea della percezione delle lettere a seconda del valore del chiaroscuro ossia della tinte sopra cui sono disegnate.

Considerando ora che i diversi fogli di ciascun gruppo presentano, nel loro assieme, una ugual superficie di bianco e di nero nel loro tratteggio, si comprende facilmente come l' effetto di chiaro scuro, rispetto alla percezione delle lettere che sono disegnate sul foglio, non debba differenziare sensibilmente per ciascun foglio dei tre gruppi sopraindicati; e se ne può anche dedurre che questo effetto è uguale in qualsivoglia guisa varii il disegno del tratteggio, purchè la proporzione tra il bianco ed il nero del tratteggio sia sempre la stessa e purchè il tratteggio si presenti a tale distanza dall' occhio che non sieno percepiti i contorni delle linee del medesimo e che esso apparisca all' occhio come una tinta uniformemente diffusa.

Nel tratteggio della prima tinta la superficie complessiva del nero è uguale ad un quinto di quella del bianco. In cia-

scuno dei tre tratteggi della seconda tinta la superficie del nero è uguale ad un quarto di quella del bianco. Nei tre tratteggi della terza tinta la superficie del nero è uguale a quella del bianco. Nei tre tratteggi della quarta tinta la superficie del nero è tre volte maggiore di quella del bianco e nel tratteggio della quinta tinta la superficie del nero è quattro volte maggiore di quella del bianco.

Come appare dalle soprascritte indicazioni, la prima e la quinta tinta differiscono di poco, per il loro tono e quindi per il loro effetto sulla visione delle lettere, rispettivamente, dalla seconda e dalla quarta tinta; mentre che è molto spiccato il passaggio dal tono della seconda a quello della terza tinta e quello di questa a quello della quarta tinta.

Mettendo fra di loro a confronto le diverse tinte ed osservando i differenti disegni del tratteggio con cui quelle sono ottenute, apparisce che le tinte più unite ed eleganti si hanno dai tratteggi 9.° e 10.° e specialmente da quest' ultimo.

Ma per altra parte tanto in questo tipo dei tratteggi quadrettati 9.° e 10.°, quanto nel tipo dei tratteggi 3.° e 4.° la tiratura litografica presenta qualche difficoltà tecnica nella uniforme distribuzione dell' inchiostro sulla pietra, di guisa che la tinta si presenta non di rado macchiata specialmente se tirata sopra l' intera superficie del foglio. Mentre che nei tratteggi a linee parallele continue l' inchiostro si stende meglio sulla pietra e la tiratura riesce più uniforme.

Dietro queste considerazioni, e tenendo conto delle esperienze eseguite, per presentare ad un sol colpo d' occhio l' effetto di diverse tinte combinate con caratteri di diversa dimensione, scelsi i tratteggi che, unitamente colla maggiore facilità di esecuzione, meglio si fondevano in una tinta uniforme alla distanza massima di 15 metri e costruii la tavola schematica che presento, come dimostrazione, in fine di questo scritto sommario. (V. Tav.)

In questa tavola sono unite una accanto all' altra tre striscie longitudinali, della lunghezza di 24 centimetri, della larghezza di quattro centimetri ciascuna, dei tratteggi 6.°, 8.° e 2.°, alle quali

è aggiunta una striscia bianca di ugual dimensione, in modo da costituire quattro fondi di valore graduato. Sopra ciascuna striscia è impressa, colla stessa tinta nera delle linee che costituiscono i fondi, una medesima serie verticale di sei lettere ottometriche E (*Optotypi*), ognuna delle quali è simmetricamente al centro di un quadrato (non segnato) di quattro centimetri di lato.

La dimensione delle sei lettere corrisponde successivamente, cominciando dalla superiore, a quella dei numeri ottometrici X, XI, XII, XIII, XIV e XV. Uno stesso numero ottometrico adunque si presenta ripetuto quattro volte sopra una stessa linea e sopra quattro fondi diversi.

Nella tavola dando il valore di *uno* alla chiarezza del fondo bianco, quello del secondo fondo (tratteggio 2.°) sarebbe di 0,75, quello del terzo fondo (tratteggio 6.°) sarebbe di 0,50 e quello del quarto fondo (tratteggic 8.°) sarebbe di 0,25. Le cifre segnate orizzontalmente in basso a' piedi delle striscie si riferiscono a questi valori ed i numeri disposti verticalmente a sinistra, in corrispondenza delle lettere, indicano il N.° ottometrico cui esse appartengono.

A questa prima tavola feci seguire l' esecuzione litografica di una seconda tavola, della stessa dimensione, nella quale però sopra fondo bianco sono impresse le quattro colonne di lettere ottometriche corrispondenti, nella dimensione e nella posizione, a quelle della prima tavola ora descritta, con questa differenza che il pieno delle lettere della prima colonna a destra è costituito dal tratteggio identico a quello del fondo di valore 0,75 della prima tavola; il pieno delle lettere della seconda e della terza colonna è costituito rispettivamente da tratteggio uguale a quello dei fondi di valore 0,50 e 0,25 della prima tavola, ed il pieno delle lettere della quarta colonna a sinistra è nero. In questa seconda tavola, spicca, sopra fondo bianco, graduata la sfumatura delle lettere dalle nere alle tratteggiate di valore 0,75, 0,50 e 0,25.

Ed in ultimo feci eseguire una terza tavola la quale differisce dalla prima tavola soltanto in questo che essa presenta il

pieno di tutte le lettere bianco e che in essa le lettere delle prime tre colonne, incominciando da destra, spiccano rispettivamente sopra i fondi tratteggiati di valore 0,75, 0,50 e 0,25 della prima tavola mentre le lettere della quarta colonna a sinistra spiccano sopra fondo nero.

Di ciascuno di questi tre modelli di tavole, incise sulla pietra litografica, feci tirare parecchi esemplari colorati in rosso, in verde, in giallo ed in turchino, i quali tutti offrono spiccata una graduata scoloritura delle tinte nei fondi e nelle lettere (1).

Evidentemente questo metodo di tratteggiare i fondi, da me ideato, per graduare le tinte, risponde ad una legge costante di facile applicazione e permette una serie svariatissima di combinazioni che potranno aversi variando il valore e il colore del fondo, variando il valore la dimensione e il colore delle lettere: il che può servire a stabilire un mezzo che agevoli la determinazione del senso luminoso e del senso cromatico dell' occhio.

GIUSEPPE ALBERTOTTI.

---

(1) Nella seduta dell' Accademia delli 3 aprile 1895, unitamente colla lettura di questo scritto, vennero presentati: 1.° gli undici fogli diversamente tratteggiati che servirono per le esperienze descritte in principio del testo; 2.° un esemplare in chiaroscuro, in rosso, in verde, in giallo ed in turchino di ciascuno dei tre modelli di tavole fotoptometriche e cromoptometriche ora descritti. La tavola che segue è sufficiente per dare un idea del sistema.

MEMORIE

DELLA

SEZIONE DI LETTERE

RELAZIONE

DEL

VICE-SEGRETARIO GENERALE DELLA R. ACCADEMIA

FERRARI-MORENI Conte GIORGIO

SUGLI

ATTI ACCADEMICI DEGLI ANNI 1892-93 (1)

In questa inaugurale adunanza dell' anno accademico 1893-94, dacchè purtroppo continui per malferma salute a non potersi occupare delle cose nostre il Segretario generale, il Vice-segretario ha l' onore di richiamare alla vostra memoria quanto l' Accademia operò nell' anno testè compiutosi. La povera mia parola mal surroga però quella dell' egregio e dotto cav. avv. Pietro Bortolotti. Possa questi presto migliorare e completamente ristabilirsi in salute per riprendere a vantaggio e decoro del nostro Istituto l' esercizio dell' importante suo ufficio. Tutti voi al certo meco vi unirete in questo augurio affettuoso.

E senz' altro passo ad accennare gli studi comunicati, e letti, nelle periodiche adunanze di Sezione tenute nell' anno accademico 1892-93. Furono queste soltanto 5 di numero, 4 di Scienze ed una d' Arti; ma in alcune si trattò di più argomenti; sicchè io dovrò darvi relazione di 15 memorie, studi e note relative ad interessanti obbietti scientifici ed artistici:

---

(1) Letta nell' adunanza generale del 2 dicembre 1893.

12 de' quali trattati da Accademici, e 3 da altri non appartenenti al nostro Consorzio, i quali per interposizione di accademici poterono presentare i loro lavori.

Prenderò le mosse dalle memorie che spettano alle scienze fisiche nelle quali ha special competenza il Socio prof. CIRO CHISTONI. Questi nella Adunanza del 20 gennaio del cadente anno presentò tre Memorie.

La prima tratta della determinazione del coefficiente d' induzione dei magneti col metodo di Lamont: metodo che il disserente, dopo averne discusse le formole fondamentali e spiegata la diversità dei pareri emessi da altri esperimentatori riguardo a questo metodo di misura, concludendo dichiarava ottimo, quando però praticamente si usino le dovute cautele.

La seconda riguarda la misura del coefficiente di temperatura dei magneti col magnetometro dei Seni. Ed in questo lavoro il prof. CHISTONI mostra quali diligenze sagaci vogliónsi usare nella pratica, affinchè i risultati di una serie di misure del coefficiente di temperatura siano concordi.

Il modo col quale si può dedurre l' umidità assoluta dalle indicazioni dell' Igrometrografo Richard forma poi l' argomento della terza Memoria. Per facilitare il processo di ricerca il nostro Socio calcolò una tavola a doppia entrata, per mezzo della quale, data l' umidità relativa e la temperatura dell' atmosfera, si trova immediatamente l' umidità assoluta.

Nell' adunanza del 19 maggio ultimo scorso lo stesso prof. CHISTONI, che dopo la morte del compianto comm. Domenico Ragona fu prescelto a dirigere il R. Osservatorio di Modena, presentò i risultati delle osservazioni meteorologiche locali per l' anno 1892 e delle osservazioni termoudometriche della Provincia di Modena per gli anni 1891 e 1892. Rettificò quindi l' errore in cui desso era incorso dettando la necrologia del nominato prof. Ragona, e cioè di aver attribuito allo Sgarbi anzicchè a Cesare Zoboli la costruzione dei tipi metrici che servirono al Padre Angelo Secchi: ed annunziò la provvida sua intenzione di depositare i doni ricevuti dal signor Achille Zo-

boli, figlio al ricordato Cesare, nel Museo civico di Modena e nel locale R. Archivio di Stato. In quello sarà pertanto conservata un' asticella d' ottone che porta il primo tentativo fatto dal valente meccanico Cesare Zoboli per dividere il millimetro in dieci parti uguali; nell' altro Istituto troveranno sicura ed opportuna sede molti documenti riguardanti la introduzione del sistema metrico negli Stati estensi, e la costruzione dei tipi predetti.

Dacchè ho accennato a memorie che hanno relazione colla meteorologia mi si apre l' adito a ricordare la opportuna e da voi applaudita proposta fatta dal nostro Presidente comm. Pietro Riccardi in adunanza del 3 febbraio 1893, quella cioè di intitolare il nuovo Osservatorio meteorologico eretto sul Cimone dal nome di Geminiano Montanari.

Benchè di questo insigne astronomo e fisico modenese molti scrittori trattassero, tuttavia il suo nome non è dei più popolari fra i cultori di quelle scienze, e nello stesso luogo nativo ai più è sconosciuto. Ad appoggio quindi della sua proposta il comm. Riccardi narrò brevemente la vita del Montanari: disse degli studi fatti da lui in Italia, in Germània e in Austria: come in Firenze fosse ammesso alla celebre Accademia del Cimento, come assumesse in Modena, regnando il Duca Alfonso IV, l' ufficio di suo filosofo e matematico, come per 14 anni occupasse con onore nell'Ateneo bolognese la cattedra di matematica, e dal 1678 al 1687, anno di sua morte, insegnasse Astronomia e Meteorologia nello studio di Padova. Ricordate di volo le principali importantissime opere del Montanari, il comm. Riccardi richiama per fine l' attenzione sopra tre lavori di quello scienziato, i quali, oltre il loro valore assoluto non comune, hanno poi una importanza speciale relativa al luogo ed alla qualità degli studi pe' quali venne istituito l'Osservatorio meteorologico del Cimone, e gli conferiscono meglio che il titolo il diritto di dare il suo nome al nuovo Puy-de-Dôme della nostra Provincia. E tale diritto fu riconosciuto dall'Eccellenza del Ministro di Agricoltura, Industria e Commercio, l' assentimento del

quale alla proposta in discorso fu comunicato alla Presidenza dal nostro socio comm. Pietro Tacchini con lettera datata da Roma li 26 febbraio ultimo scorso.

Due Note di geometria analitica superiore, delle quali è autore il prof. Alfonso del Re furono pure presentate e lette dal socio Prof. Nicoli nella prima adunanza del prossimo passato anno accademico.

La prima Nota contiene un trattamento della superficie del 4.° ordine a conica doppia come superficie fondamentale di un connesso punto-piano (1, 2) specializzato e come superficie polare congiunta rispetto ad un connesso (2, 2) e ad una quadrica. Nella seconda sono esposte alcune proposizioni generali intorno alla composizione e decomposizioni delle similitudini nel piano reale, e studiati diversi enti legati alla similitudine, fra cui la rappresentazione geometrica di una forma bilineare ad indeterminate conjugate per mezzo di un connesso (2, 1).

Alla scienza geologica appartiene il pregevole lavoro esposto ed in parte letto in seduta del 4 marzo 1893 dal Socio prof. Dante Pantanelli Direttore della Sezione di Scienze intorno ai terreni quaternari e recenti della destra del Po dalla Trebbia al Reno. L'Autore distingue nel quaternario due alluvioni, l'ultima delle quali si confonde e si unisce ai depositi attuali. Esamina minutamente le regioni delle sorgenti, sostenendo l'opinione che esse, come i veli acquiferi sotterranei che alimentano i pozzi trivellati della regione, provengono dagli antichi conoidi dei fiumi apenninici: deduce ciò dalle loro pendenze, dalle regioni prive di veli acquiferi interposte tra dette conoidi e dalla sparizione di questi veli là dove, per la diminuita pendenza, i fiumi apenninici non poterono trascinare le loro ghiaie. Parla dello spostamento a Nord del corso del Po, e come questo sia continuato anche in tempi storici, e degli spostamenti subìti dai corsi d'acqua apenninici. Termina recando argomenti per dimostrare che nel quaternario la regione ha subìto un avallamento comune a tutta la parte centrale della valle del Po, avallamento che continua anche al presente.

Nella adunanza del 19 maggio 1893, il Socio ab. Giuseppe Mazzetti tenne viva l'attenzione dei Colleghi discorrendo degli Echinidi del Mar Rosso. Accennò le specie de' medesimi riscontrate negli avanzi organici spettanti alla classe degli Echinidi esistenti ora nel Museo zoologico della nostra città e dragati in detto mare dalla R. nave *Scilla* negli anni 1891-92. Indicò poscia brevemente il numero delle specie suddette componenti fino ad ora la fauna echinologica generale del Mar Rosso: fauna di grande importanza e ricchezza, e superiore a quella del Mediterraneo, benchè mare tanto più vasto del Mar Rosso.

In materia di diritto il socio prof. Contardo Ferrini lesse nell' adunanza del 3 febbraio 1893 una dotta memoria sulle origini del contratto di vendita in Roma, ed il socio prof. Pio Sabbatini nelle riunioni del 4 marzo e 19 maggio 1893 distesamente trattò di due argomenti di Amministrazione sociale. = Il còmpito sociale dello Stato = e = La legislazione sociale in Italia. =

Vi chiedo venia, o Signori, se per amor di brevità mi limito ad accennarvi il titolo di queste elaborate ed importanti memorie; chè troppo dovrei dilungarmi se pur in compendio volessi svolgerne la trattazione.

Ed ora che ho riferito su quanto in materia di scienze fu detto nelle accademiche adunanze del trascorso anno, deggio parlarvi di due argomenti trattati nell' ultima seduta della Sezione d'Arte tenuta li 9 giugno 1893.

Il comm. Pietro Riccardi presentò una copia disegnata a mano della pianta di Modena del Boccabadati, del 1684, ridotta in minore scala, e sulla quale fu riportata la cinta murata della nostra città anteriore all' ampliamento Erculeo: indicò parecchi edifizi, case private e luoghi pubblici segnati nelle copie di detta pianta, che portano la data del 1723 e 1754; e diede un sunto delle note edilizie preparate per l' illustrazione delle ricordate topografie modenesi.

Il socio prof. Ferdinando Asioli lesse poi nella suddetta ultima adunanza dell' anno 1892-93 una dettagliata relazione del

cav. Alessandro Spinelli sulla = Raccolta Musicale Estense =. Lo Spinelli accennate le origini, che risalgono al secolo XV, della raccolta, ne ricorda gli aumenti, le dispersioni, le vicende ed i successivi riordinamenti. L' attuale sistemazione di questo patrio tesoro affidata nel 1891 dal Ministero della P. I. al relatore fu intrapresa in base alle norme di collocamento e di segnatura stabilite dal Bibliotecario cav. Francesco Carta, e condotta a termine rispetto alla catalogazione secondo le più rigorose esigenze della critica moderna, che mira a molteplici scopi.

La relazione del cav. Spinelli è poi corredata da un elenco di circa 1250 autori certi, e 320 incerti, che hanno opere nella Estense: raccolta ricca di ben 3421 composizioni o serie di composizioni, ben degna d' essere illustrata da un regolare catalogo.

Tutte queste interessanti memorie che rapidamente ho passato in rassegna, ad eccezione di due che compariranno nel X Volume accademico già in corso di stampa, sono inserite nel IX Volume testè con lodevole sollecitudine venuto in luce: volume per mole e merito e varietà di materia non inferiore ai precedenti, e che comprende ancora lavori presentati nell'anno 1892-93, ed uno scritto di economia pubblica che procacciò all' autore la vittoria nel concorso Cossa.

Ma di questo scritto or ora ricordato, più avanti avrò a tenervi discorso; chè ora, compiuta la relazione sulle adunanze di Sezione, deggio intrattenervi sulle adunanze generali. Furono due: la inaugurale tenuta il 3 dicembre 1892, e l'altra li 18 gennaio 1893. Nella prima, dopo la lettura del referto sui lavori dell' anno precedente, la presentazione del Volume VIII delle Memorie (Seconda Serie) e dei resoconti amministrativi, dopo la nomina degli Ufficiali accademici che pel compiuto triennio erano in iscadenza fu poi completato il numero de' soci *attuali* ed accresciuto quello de' *corrispondenti* ed *onorari*. La Presidenza quindi discorse dell' andamento morale ed economico dell' Accademia toccando del Medagliere da parecchi anni chiuso

e finalmente riaperto, e comunicando le rassicuranti parole dell'Eccellenza del Ministro della P. I. circa le rimostranze dell'Accademia per stralci ed esportazioni di carte dal R. Archivio di Stato. Ricordò inoltre come l'Accademia fosse rappresentata nel settembre 1892 al V Congresso storico italiano di Genova, ed alle feste Galilejane celebrate in Padova nel dicembre dell'anno stesso. Espresse sensi di riconoscenza al signor Carlo Usigli di Trieste dimorante a Firenze il quale preferì il nostro Istituto ad altri per depositarvi una voluminosa enciclopedia filosofico-morale da esso pazientemente raccolta, ed alla quale nel cadente 1893 è venuto aggiungendo una importante appendice. Finalmente partecipò le governative disposizioni che diminuivano di un decimo tutti gli assegni degli Istituti e Corpi Scientifici del Regno, e quindi anche del nostro. La Presidenza premurosa degli interessi nostri fece uffici per rimuovere o diminuire il danno, e se non riuscì a conseguire in nostro favore una derogazione alla massima stabilita ottenne almeno una straordinaria assegnazione di 400 lire, e forse l'otterrà anche pel nuovo anno.

Ebbero pure felice risultato le istanze del Presidente dirette ad ottenere a vantaggio dell'Accademia la franchigia postale nei limiti consentiti agli altri istituti congeneri. Privilegio altra volta negato e nel decorso maggio a noi concesso dal Ministero delle poste e telegrafi.

Passando a dire della seconda generale Adunanza accademica, questa fu indetta specialmente per promovere la manifestazione dei propositi dell'intero Corpo accademico in riguardo alla vitale questione della minacciata soppressione dell'Ateneo modenese. E l'assemblea con unanime voto approvò e plaudì ad un relativo motivato ordine del giorno presentato dalla Direzione, ed inserto nelle relazioni degli atti accademici pubblicati nella parte preambola del IX volume (Ser. II) delle Memorie.

Poche parole mi restano a dire intorno ai Concorsi ai premi d'onore. Andato deserto il concorso morale politico 1891-92 il giudizio accademico non ha potuto occuparsi che di quello d'Arte,

nel quale si è avuto un solo concorrente: il reverendo Don Giuseppe Fiandri di Bomporto. Ha questi ripresentata modificata e perfezionata la sua pompa irroratrice automatica che nell'antecedente anno ottenne un premio d'incoraggiamento. Esaminato il voto concorde dei tre giudici del concorso, la Direzione centrale accademica unanimemente convenendo nel voto medesimo ha giudicato opportune e giudiziose le modificazioni portate alla macchina, e degni quindi di encomio gli ultimi miglioramenti introdotti dal concorrente nella sua irroratrice, la quale però non ha creduto che abbia raggiunto ancora quella perfezione che potrebbe renderla praticamente di pubblica utilità per l'agricultura. Accogliendo quindi la proposta dei giudici del concorso la Direzione accordò all'inventore solamente la menzione onorevole.

Nel settembre ultimo scorso fu aggiudicato il secondo premio di Lire 600 pel Concorso aperto sei anni or sono dal chiar. Comm. Luigi Cossa Professore di Economia politica nella R. Università di Pavia.

Il tema proposto era questo: " Fare una esposizione storico-critica delle teorie economiche, finanziarie e amministrative negli ex-Stati di Modena e Parma e nelle Romagne sino al 1848. "

Due furono i concorrenti ed il concorde voto della Commissione giudicatrice pienamente accolto dalla Direzione centrale accademica accordò il premio alla memoria di cui fu riconosciuto autore il dott. Augusto Graziani di Modena professore nella R. Università di Siena, e giudicò degna di menzione onorevole l'altra di cui apparve autore il Prof. Andrea Balletti di Reggio-Emilia.

Coll'ultimo giorno del corrente mese scade poi il termine de' concorsi per l'anno 1892-93 indetti con programma del 12 aprile 1893, e questa sera siete invitati a nominare fra i vostri Colleghi quelli che avranno a dare giudizio sulle memorie che saranno presentate.

Quì avrebbe fine la mia relazione se non dovessi ancora, com'è lodevole costume e debito di riconoscenza, ricordare i

soci defunti durante l' anno che precesse quello che ora s'inaugura.

E già alla vostra mente ricorre il nome di CESARE RAZZABONI. Da ben più eloquente oratore desso meriterebbe d' essere quì commemorato, e non gli mancherà al certo in avvenire un degno elogiatore: io per ora tacendo delle sue virtù civili e politiche, dei titoli onorifici di cui fu decorato, degli alti uffici da lui sostenuti, della profondità delle sue cognizioni in molti rami delle scienze positive e specialmente dell' Idraulica, della singolare sua attitudine all' insegnamento, sicchè più che maestro fu da' suoi scolari sempre tenuto per padre, mi limiterò a mostrarvi ciò che il RAZZABONI fece per la nostra Accademia. Ascrittovi fra i soci *Attuali* nel 1858 passò alla classe dei *Permanenti* nel 1869. Sino dal primo anno della sua ascrizione all' Istituto emise giudizio sopra un metodo trovato da Angelo Valli per allineare gli assi degli Olmi (1); nel 1859 lesse una dotta memoria sugli efflussi dei liquidi da' recipienti nei quali affluisce permanentemente un volume d' acqua diverso da quello che nello stesso tempo è erogato dalla luce (2); lesse nella adunanza della Sezione di Scienze tenuta li 20 dicembre 1862 una succosa memoria sulla risultante delle pressioni che un liquido grave omogeneo in equilibrio esercita sulla superficie d' un corpo immerso, ed esposte con chiarezza le condizioni analitiche richieste per l' esistenza d' una risultante unica, porgeva nuova dimostrazione del principio dei corpi immersi. Passò poscia a determinare le formole generali del centro di pressione nelle superficie immerse, limitandosi al caso particolare d' una superficie piana. Chiudeva la memoria col dimostrare che in quest' ultimo caso la posizione del centro di pressione del piano immerso, coincide colla proiezione, fatta in questo piano, del centro di gravità di un cilindro normalmente eretto sulla base, in guisa che l' al-

(1) Vol. III, Serie I delle Memorie, pag. XV.
(2) Ibid. p. 102-112, Sez. Scienze.

tezza sopra ciascheduna parte della base uguagli la profondità di questa parte dal supremo livello del liquido, e con diversi esempi mostrò la giustezza di questo principio. Codesto nuovo teorema può dar luogo alla soluzione di problemi interessanti, ed onora altamente il sapere del Razzaboni (1). In altra seduta del 23 aprile 1868 gli accademici lo udirono a leggere una memoria sulle due paralassi e sull'aberrazione della luce facendo vedere, che col semplice confronto delle posizioni astronomiche del raggio terrestre, del luogo d'osservazione, del raggio dell'orbita terrestre, e della direzione e velocità del moto diurno ed annuo della terra, si deducono immediatamente e con grande semplicità dalle formule della paralasse astronomica quella della paralasse annua e della aberrazione diurna ed annua della luce (2).

In occasione poi dell'apertura dell'anno accademico 1869-70 il Razzaboni lesse nell'aula della R. Università degli studi il giorno 16 novembre 1869 l'elogio dell'insigne fisico prof. cav. Stefano Marianini (3). Difficile materia ch'ei doveva sviluppare nel ristretto limite di una orazione inaugurale. Tuttavia l'oratore con ordine, chiarezza e proprietà di linguaggio seppe render conto e dei grandi trovati e dei segnalati perfezionamenti, delle dotte opere ed anche degli apparecchi onde il Marianini ricavò gloria a sè ed alla patria. E se ciò parve mirabil cosa agli stessi cultori delle fisiche discipline, d'altra parte svegliò generale senso di affetto e gratitudine il ricordo delle virtù degli onori della vita intima dell'illustre estinto.

Fu questo l'ultimo lavoro del Razzaboni inserto nei nostri volumi; ma benchè altrove in altri uffici occupato non dimenticò desso la nostra Accademia e pochi mesi soltanto prima di morire suggerì al nostro Presidente e lo eccitò a caldeggiare la proposta d'intitolare l'Osservatorio del Cimone del nome di

---

(1) Vol. V, Serie I, pag. 3-12. Mem. della Sez. di Scienze.

(2) Vol. IX, pag. 3-13. Mem. Sez. Scienze.

(3) Vol. XI, pag. 109-142. Mem. Sez. Lettere.

Geminiano Montanari. Tale proposta fu presentata a voi come dissi nella seduta della Sezione di Scienze del 1.° febbraio 1893, e sul finire del luglio dell' anno stesso il Prof. Cesare Razzaboni mancò alla vita. Ma la memoria di lui non verrà meno per volger di anni e durerà più ancora del marmoreo monumento erettogli nel 1888 dall' affetto e dalla gratitudine de' Professori e studenti della R. Scuola d' applicazione per gli Ingegneri di Bologna.

Un' altra perdita io pur deggio ricordare: quella del conte Luigi Giacobazzi, il quale dal 1848 al 1859 fu Presidente dell' Accademia pel diritto che gli dava ad occupare tal carica, secondo le norme regolatrici del nostro Istituto al tempo del Governo Estense, l' essere desso Ministro dell' Interno. Non prese parte il conte Giacobazzi dopo il 1859 ai nostri convegni ed ai nostri lavori; ma il suo nome restò inscritto nell' Albo de' Soci Attuali, dal quale ora ci è forza cancellarlo per la morte avvenutane in Sassuolo nel giorno 12 ottobre p. p. Sotto il nuovo più liberale governo politico italiano tenendosi estraneo alle pubbliche cose, e tutto dedicandosi alle cure famigliari, quell' onorando gentiluomo visse fra noi da ognuno rispettato e stimato l' ultimo trentennio della lunga sua vita di 87 anni.

Oggi stesso ci è poi giunta la triste novella del decesso di Pietro Sbarbaro Socio sopranumerario. Ne' volumi dell' accademia egli lasciò traccia del vivace ed operoso suo ingegno; e ne sono documento gli scritti pubblicati intorno alle opinioni di Vincenzo Gioberti in materia di Economia Politica, e circa la questione Universitaria in difesa dei minori Atenei minacciati di soppressione.

Pel contributo ch' egli rese alle pubblicazioni accademiche noi dobbiamo serbare sensi di grato animo verso lo Sbarbaro di cui deploriamo la perdita.

Pel decesso sovr' enunciato del socio attuale conte Giacobazzi e per la dipartita dalla nostra città del prof. Iginio Tansini si resero vacanti due posti nella classe de' *Soci Attuali:* e voi questa sera siete chiamati a scegliere chi degnamente e

utilmente abbia ad occuparli. Coll' assennata vostra votazione accrescerete, portandola al numero statutario di 40, la schiera dei *Soci Attuali*. Provvederete così a sentiti bisogni ed al decoro dell' Istituto. Sarà più facile la scelta di idonee persone che volonterose assumano uffici ora mancanti di titolare, e darete occasione e mezzo alla più ricca e florida manifestazione dell' attività scientifica, letteraria ed artistica dell' Accademia.

MEMORIE

DELLA

SEZIONE DI ARTI

AGGIUNTA

ALLA

NOTA DICHIARATIVA

DELL' AUTOGRAFIA DI ALCUNE ANTICHE PIANTE

DELLA CITTÀ DI MODENA (1)

Proseguendo le mie modeste ricerche sulle antiche piante della città di Modena, mi sono di recente occorsi altri due tipi che le concernono, e che reputo meritevoli di essere segnalati.

Nell' APPENDICE alla NOTA intitolata: CARTE E MEMORIE GEOGRAFICHE E TOPOGRAFICHE DEL MODENESE (2), deplorai che nel Codice del Lazzarelli sul Monastero di S. Pietro, conservato nella Biblioteca Estense, mancasse quella pianta di Modena del 1447 che egli (tomo I, pag. 334) indica come ivi unita al codice stesso, e della quale attribuisce il disegno al P. D. Teofilo Procuratore del Monastero Cassinense di questa città.

---

(1) Nota dichiarativa dell' autografia di alcune antiche piante della città di Modena. *Modena, Soc. tip.*, 1893, pag. 20 in 4.° e tav.

Estratta dalle *Memorie dell' Accademia*, t. IX, Ser. II, 1893, pag. 67-84 della Sez. di Arti.

(2) *Modena, Soc. tip.*, 1880, pag. 12 in 4.° ed 1 tav.

Estratto dalle *Memorie dell' Acc.*, c. s., ser. I, t. XX, par. I, 1880, pag. 3-14 della Sez. di Arti.

Resami ostensibile per cortesia di un egregio nostro collega un' antica topografia di Modena, disegnata a mano, non tardai ad avvedermi essere dessa appunto quella che manca nel codice del Lazzarelli, trovandovisi infatti segnata la data del 1447, e la firma *D. Theofilus Monacus et Proc.* Ma per verità rimasi dispiacente nel riconoscere che codesta topografia non avesse tutta la importanza che io dalle parole del Lazzarelli le attribuiva. Essa in fatto non è una vera planimetria della città, ma piuttosto un tipo prospettico e puramente dimostrativo delle mura di cinta, delle fosse che le circondavano, e di alcuni dei principali canali che la intersecavano: il Canal grande, il Canal chiaro e la Modonella. (V. la tav. I.ª). Delle porte della città vi è appena segnato il luogo di quelle di Saliceto, di Albareto e di Cittanova. Meglio rappresentate però, attesa la particolare collocazione del punto di vista della prospettiva, vi sono quella di Bazzoara, la Redecocca e la Saragozza.

Maggiore importanza offre tuttavia codesto tipo topografico per i particolari che presenta dei dintorni della città nei lati di meriggio, di levante ed in parte di settentrione. Ed invero vi sono rappresentate con presumibile fedeltà le paludi che si estendevano dalle mura meridionali della città verso S. Faustino, con le origini delle acque di sorgiva che alimentano il Canal chiaro, la Modonella e la Predella; la strada attraversante la palude e quella di Vaciglio, ora detta delle *Morane;* ed un tratto del Canalgrande o Canale di S. Pietro, nel suo corso esterno alla città.

A levante il prospetto ed il luogo ove trovavasi la chiesuola della Madonna detta delle Fosse; e meglio rappresentate vi sono la chiesa ed il monastero di S.ª Cecilia: e fra quelle tuttora conservate, le chiese suburbane di S.ª Agnese e di S. Lazzaro (1).

---

(1) Il sontuoso edifizio della chiesa e monastero di S.ª Cecilia, che alcuni ritennero si trovasse nel luogo ora detto l' *Ubersetto*, è invece delineato nel nostro

Lungo il tratto della via Emilia da Modena a S. Lazzaro è segnata un'altra chiesuola o cappella, detta la *Madonnina*, ed una villa signorile indicata col nome di Palazzo dei Valentini. Altra villa signorile presso il Canale della Predella, detta Palazzo dei Rangoni, e qua e là molte case, alcune delle quali sembra che fossero di uso civile, sparse su tutta la zona che a levante ed a settentrione, fino al Canal Naviglio, circonda la città. Sulla sinistra del Naviglio e su tutta la zona a ponente della città non vi è segnata che la via Emilia con la indicazione: *Strada Claudia co' gli borghi.*

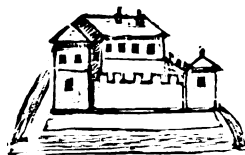
Fra le strade, oltre la Emilia che il topografo indica con il nome di strada Claudia, sono rappresentate nel tipo quelle di S.ª Agnese e di Vaciglio, la Pilosa (ora detta Pelusia), e le viottole di S.ª Caterina, di Albareto ecc. Fra i canali, oltre il Naviglio, quello della Predella nel suo corso che aveva prima del 1569; e quello di Spilamberto, che il topografo indica col nome di Canal torbido. E su di essi, presso Modena, i mulini della Bardella o Predella, dei Monaci di San Pietro; il mulino dell' Abbà (dell' Abbate), e quello detto del SS. Duca.

Tutte queste indicazioni rendono a mio avviso di non iscarsa utilità per la topografia storica, la riproduzione di questo tipo. E benchè il topografo P. Teofilo vivesse oltre

---

tipo in prossimità delle mura della città, fra la fossa e l'antico corso del Canale della Predella. Nè sembra si possa immaginarlo altrove avvertendo alla indicazione della sua ubicazione che ne dà il cronista Tommasino de' Bianchi (*Cronaca*, t. VI, pag. 118): .... *S.ta Cecilia, che era fra la Strata Claudia e la Strata di S.ta Agnexe nel borgo della porta Saliceto de sopra da la strata alquanto appresso della fossa della città.*

Questo stupendo edifizio del secolo XV, del quale dà una particolareggiata descrizione il nostro cronista (*ibid.*, t. VI, p. 444 e seg.), venne con grande jattura della edilizia modenese e della storia dell'arte, quasi del tutto finito di demolire nel 1537, come pericoloso alla difesa della città che in quell'epoca veniva munita della nuova cinta fortificata.

un secolo dopo il 1447, tuttavia questa data fa ritenere che egli o copiasse o costruisse il suo tipo sopra altri disegni di quel tempo.

Il secondo dei sovraccennati tipi è una planimetria disegnata a mano del pianterreno dell'antico Castello Estense e della circostante parte della nostra città, come trovavasi, per quanto si può giudicare in via approssimata dalla età attribuibile al tipo, nei primi anni del secolo XVII. (V. la tav. II.ª).

Probabilmente venne rilevato allo scopo di ridurre il Castello a più decorosa sede dei sovrani Estensi, come poi pochi anni dopo si fece intraprendendo la costruzione del palazzo ducale, nel quale venne compreso il Castello.

Questo tipo, cui è unito quello del piano nobile del Castello stesso, e del quale segnalai la importanza nella citata APPENDICE (pag. 9), conservasi nel R. Archivio di Stato in Modena, registrato col n.° 272. Reputai opportuno il curarne la riproduzione in *fac-simile* lucidato, onde rendere manifesta la più importante modificazione edilizia intrapresa sul principio del settecento nella Modena del secolo XVI, in conseguenza della costruzione del palazzo ducale.

Il Castello, a base di figura irregolare, presso a poco rettangolare, era cinto da mura merlate, e fiancheggiato da torri negl'angoli Sud-Est e Sud-Ovest.

Non apparisce dal tipo che gli altri due angoli fossero allora muniti, com'è presumibile, di analoghe torri: benchè lo spessore dei muri nell'angolo Nord-Est, e la esistenza della porta detta *del soccorso,* indicata nel tipo n.° 185 dell'Archivio, nell'angolo Nord-Ovest, c'induca ad ammettere che ivi pure come

venne accennato dagli storiografi (1), esistessero due torri a difesa di questi due angoli del Castello.

Ritenuto pertanto, come sembrami risulti ancora da esame topografico del tipo, che la torre Sud-Est del palazzo reale coincida presso a poco con la torre Sud-Est del Castello, e che il fonte d'Abisso disegnato nel tipo esistesse nel luogo ove pure trovavasi anni addietro a nostra memoria, in prossimità alla torre Sud-Ovest del palazzo reale, si riconosce che la fronte meridionale del Castello si estendeva dalla torre Sud-Est del Palazzo reale, ove ora è collocato l'Osservatorio meteorologico, fino presso a poco alla porta principale d'ingresso al palazzo stesso, al disotto del quale ha principio il corso del Canal Naviglio.

Perciò il lato di ponente del Castello, medio lo spalto lunghesso il muro di cinta, corrispondeva alla sponda destra de Naviglio, le cui acque dovevano alimentare le fosse che, come apparisce dalla pianta, anche negl'altri tre lati circondavano il Castello.

Attiguo alla torre Sud-Ovest, corrispondente presso a poco all'attuale torre dell'orologio, trovavasi la porta d'accesso al

---

(1) L'antico Castello, del quale fu cominciata la costruzione a requisizione di Obizzo d'Este nel 1289 o secondo il Muratori nel 1291, sull'area di molte case comperate dalla Comunità di Modena nelle cinquantine di Albareto, fu terminato da Azzo VIII di lui successore. Poscia demolito nel periodo di tempo in cui Modena si resse a popolo, venne ricostruito, su disegno di Marchesino delle Tuade, nel 1340, poco dopo il ritorno degli Estensi; ed infine ristaurato dai Duchi Borso ed Ercole I. Ne tiene parola Giuseppe Campori ne'suoi scritti: « Gli artisti italiani e stranieri negli Stati Estensi ecc.; » *Modena,* 1855, pag. 17; « Gli architetti e gl'ingegneri degli Estensi ecc. » *Ibid.*, 1883, pag. 2, 5, 9, 10 e 48. Cfr. Valdrighi « Dizionario storico ecc. » *Modena*, 1883, pag. 64, ed « Aggiunta al dizionario ecc. » *Ibid.*, 1893, pag. 34.

Oltre le quattro torri agl'angoli, appare che una piccola torricciuola si trovasse poco lungi dall'ingresso principale. (V. il tipo, tav. II).

Un piccolo tipo prospettico del Castello è disegnato nella carta n. 352 dell'Archivio di Stato; e vedesi impresso in legno a capo della suesposta descrizione della tav. II.ª

Castello, i cui scompartimenti interni a terreno sono con evidenza topografica rappresentati nella pianta.

Nel recinto del Castello, oltre i cortili, uno dei quali coincide con uno degli attuali, è indicato un giardinetto; mentre adjacente a parte dal lato di levante è accennato il *giardino grande*, in corrispondenza all'incirca dell'attuale giardino della Scuola militare.

Aderente alla torre Sud-Ovest ed all'ingresso difeso da cancello e munito di ponte levatojo e di un piccolo ponticello pei pedoni, è indicata la casa del Capitano: anzi come leggesi in altro tipo parziale (n.° 348), di qualche anno posteriore, *Abitazione del Capitano Camillo dove già era il Molino.*

Di fronte al lato meridionale del Castello, dopo la fossa stendevasi una piazza o corso che dir si voglia; (tipo n.° 281). Poi passando sopra un ponte (pianta n.° 273) il Canal grande affluente nel Naviglio, e procedendo verso ponente, gruppi di case, fra le quali due con portico corrispondente alla facciata dell'ala occidentale del palazzo reale; e che nelle piante vengono indicate come pertinenti ai Bergamozzi ed al medico Beliardi o Belleardi, le cui famiglie modenesi sono più volte ricordate nelle patrie memorie (1).

Al Nord del portico correva la strada, e fra questa ed il Canale della Cerca, pure affluente nel Naviglio, l'orto del Beliardi. (Vedi anche il tipo n.° 273 dell' Arch.).

A cavaliere della strada è indicato un ampio fabbricato con la leggenda: *Casa dove stava il Sig.r Giulio Tasson.* Ma nel tipo (n.° 273) sovraccennato vi si legge invece: *Casa della*

---

(1) Leonello ed Alessandro Belleardi sono pure noverati dal Tiraboschi fra gli scrittori modenesi (*Bibl. mod.*, t. I, pag. 191). A questa famiglia, cui non so se appartenesse il medico Beliardi di cui è segnata nel tipo la casa e l'orto, fu dedicato, come afferma il Tiraboschi (*l. c.*), nella chiesa di S. Francesco il bel monumento gentilizio sepolcrale, opera del celebre Antonio Begarelli, distrutto od asportato nell'epoca in cui nel passato secolo quella chiesa venne ridotta ad uso militare.

Sig.ª Bradamante: mentre poi nel tipo n.° 226 sta scritto: *Casa del Sig.r Carlo Balugola dove sta la Ill.ma Sig.ra Bradamante* (1). Poi fra altre due case successive il fonte d'Abisso, o come sta scritto nella nostra pianta, il *Fonte della Bisa;* e quindi un

---

(1) Donna Bradamante, figlia naturale di Francesco d'Este, fratello di Ercole II, andò sposa in Ferrara, nel 1575, al Conte Ercole Bevilacqua (Litta, fam. d'Este, tav. XIII: Frizzi, mem. storiche della nobile famiglia Bevilacqua. *Parma.* 1779, pag. 175 e seg.); il quale, dice lo Spaccini (*Cron.*, t. II, 16 Dicembre 1600), *per sospetto che havera del Sig.r Duca nostro,* tentò di *attossicarla:* ma il Litta (fam. Bevilacqua, tav. V) afferma che il Conte Ercole Bevilacqua fu riconosciuto innocente nell'accusa di avere tramato contro la vita della moglie.

Però sembra che ella al nodo conjugale preferisse seguire la sorte dell'amato consanguineo Duca Cesare, quando, usurpatogli con male arti il ducato di Ferrara da Papa Clemente VIII, fece di Modena la capitale del suo scampolo di regno. (Cfr. Muratori, *antich. Estensi,* par. II, pag. 413).

E qui ella dimorò a lungo, oltrapossente favorita del Duca, ad offesa della moglie Virginia de' Medici (Spaccini, *l. c.*, 28 Giugno 1605, 29 Marzo 1608, 10 Settembre 1610, 4 Ottobre 1611, 23 Novembre 1622); e la casa indicata con il di lei nome nella citata pianta, sia che fosse di sua proprietà, o presa a pigione, od assegnatale dal Duca, fu quella ov'ella abitò per qualche tempo. (Cfr. Spaccini, *l. c.*, 4 Dicembre 1615). A Modena convennero pure i di lei figli: Lucrezia sposa del Conte Fabio Scotti, morta a Fiorano nell'Agosto del 1608; (Cfr. Spaccini, *l. c.*, 13 e 14 Agosto, 1608); Ernesto od Erneste (1578-1624) insignito de' più elevati uffici ed in gran favore del Duca a preferenza del figlio Alfonso. (Cfr. Spaccini, *l. c.*, 10 Settembre, 1610); e poco dopo la morte di Ernesto, il minor figlio Capitano Camillo (1597-1645) succeduto al fratello Ernesto nell'ufficio di Governatore di Reggio, e poscia dopo avere preso parte per conto del Duca alla guerra del Genovesato, da lui prescelto a Generale delle fanterie.

Donna Bradamante abitò in seguito, con il figlio Camillo, la casa dei Livizzani in Canal-chiaro. (Cfr. Spaccini, *l. c.*, 10 Febbraio e 22 Luglio 1630). Ai 16 di Marzo del 1632 morì d'anni 84 nel Castello Estense, e nel successivo giorno 27, solenni e fastose onoranze funebri le furono rese nella chiesa dei padri Gesuiti. (Spaccini, *l. c.*, 16 e 27 Marzo 1632).

Fu donna, per quanto afferma il cronista, di rara bellezza, conservata anche in tarda età. Parecchie altre notizie su di lei trovansi nel Frizzi, *l. c.*, pag. 179 e seg.

La casa aderente all'ingresso del Castello, che nella pianta parziale (n.° 348) è detta *Abitazione del Capitano Camillo*, intenderei fosse quella ove allora abitava il Conte Camillo Bevilacqua, figlio di Donna Bradamante. Perciò se egli, come affermano il Frizzi ed il Litta (*l. c.*). non venne a Modena che dopo la morte del fratello Ernesto, quella pianta dev'essere di poco posteriore al 1624.

piazzaletto corrispondente presso a poco all' attuale di S. Domenico.

Tutti codesti fabbricati furono demoliti, e non ne esiste traccia, corrispondendo essi alla parte occidentale della piazza reale.

A ponente della torre Sud-Ovest del Castello, un ponte sulla Cerca poneva in comunicazione la sponda destra con la sinistra di questo Canale.

E qui troviamo una strada che ne costeggiava la sponda sinistra procedendo verso ponente; ed un'altra strada volgente da Sud a Nord, pure costeggiante il Naviglio; e lunghessa una serie di case, tutte ora comprese nell'area del palazzo reale, fino ad altre due strade parallele sulla destra e sulla sinistra sponda del Naviglio coincidenti con il Corso Vittorio Emanuele. E finalmente in direzione perpendicolare a questo Corso, la strada detta della Madonna, corrispondente al Corso Cavour, prolungantesi ad oriente, mediante ponte sul Naviglio, nel tronco di detto Corso che mette capo al pubblico Giardino.

A ponente di dette case sono rappresentati nel tipo l'orto dei PP. di S. Domenico, il loro chiostro ed in parte l'antica loro chiesa liturgicamente orientata, cioè coll' abside a base pentagonale con la sua convessità volta ad oriente (1).

Nella pianta è ommessa la parte anteriore della Chiesa e del Chiostro; ma la parte rappresentatavi è sufficiente per dare un concetto della planimetria di questo antico tempio.

Il tipo n. 272, fornito di una scala in pertiche ferraresi, venne a mia cura ridotto nel rapporto di $^1/_{500}$ qual è rappresentato nella unita tav. II.ª; ed allo scopo di rendere più evidente la corrispondenza fra la pianta dell' antico Castello e sue adja-

(1) La chiesa di S. Domenico rappresentata in pianta, venne costruita in su la metà del secolo XV, sostituendola all'antica chiesa di S. Matteo la cui costruzione risale al secolo XIII. Cfr. le tre cronache del Tassoni, del Da Bazzano e del Morano, an. 1243.

cenze, e quella del palazzo reale, vi ho riportato sopra, con quella discreta approssimazione che mi fu possibile di conseguire dalla pianta di scarsa esattezza di quel tempo, la planimetria del contorno di questa insigne reggia degli Estensi (1) e di una parte dei circostanti edifizj.

Nel secolo XVI dopo la invenzione delle artiglierie, il Castello aveva perduta la sua importanza militare contro a nemici esterni; e costruita già la nuova cinta fortificata della città, dal tipo apparisce l'abbandono di alcune delle opere difensive del Castello, e la trasformazione che fin d'allora subiva come residenza dei sovrani.

P. Riccardi.

(1) Oltre il tipo più completo n.º 272 sopradescritto e riprodotto nella tav. II, ed i tipi parziali sovracitati con i n.[i] 185, 226, 273, 281 e 348, meritano di essere consultati per la più estesa conoscenza della planimetria del Castello e di alcune parti circostanti della città, i seguenti tipi pure conservati in questo R. Archivio di Stato.

N.º 277. Topografia della parte Nord-Est della città, con la data del 1627. Vi sono indicate le ubicazioni delle chiese allora esistenti di S.[a] Margherita e di S. Giovanni detto del Cantone; e delle pie congregazioni delle Stigmate e di San Geminiano; le Scuderie ducali ed il Giardino.

N.º 280. È una topografia bene eseguita ma non completata. Vi è la pianta del Castello in piccola scala; quella del Giardino; parte della cinta fortificata di Nord-Est; la Porta Erculea con la segreta via di comunicazione che aveva col Castello; la chiesa, il Convento e l'orto dei Cappuccini.

N.º 291. In questa topografia è rappresentato in piccola scala il perimetro del Castello, il Giardino, le case ad Est del Corso V. E. con i nomi dei loro proprietari, una strada coincidente col Corso Cavour ed un tratto del Corso Canalgrande fino alle due case attigue delle pie unioni delle Convertite e di S. Geminiano.

N.º 347. È una pianta di parte del piano nobile del Castello.

Tavola I.a
Strada della Madonna
N.
S.
Fossa che si rinterra
Orto
dei P.P. di S. Domenico
Case di Particolari
Strada
Canale dietro al Castello che va fuori di Città
Cantine.
Fontana
Cortile
Cortile
Giardino grande
Giardinetto
Convento
dei
P.P. di S. Domenico.
Loggia
Cortile
Prigione
Fossa
Chiesa di S. Domenico
Prigione
Torre
Strada.
Cortile
Strada
Ripa
Canale della Cerca
Torre.
Corpo di Guardia
Orto
Casa
Fonte Bisa
Casa
Horto del Medico Belisardi
Casa del Capitano Castello
Fossa
Strada
Cancello
Portico del Bergamozzi
Piazzale
Piazza
Casa del Belisardi
Casa del Bergamozzi
N.B. Le indicazioni scritte in carattere inclinato sono desunte da tipi diversi da quello registrato sotto il numero 272.
Le linee grosse —— indicano a suo luogo la traccia dell' attuale contorno del Palazzo Regio, e sue adiacenze.
Pianta a Terreno
DEL CASTELLO ESTENSE DI MODENA
e della parte di Città ad esso circostante nei primi anni
del Secolo XVII.°
Scala nel rapporto di 1:500.
Gustavo Zagni disegnò il 1894

C.^{te} LUIGI-FRANCESCO VALDRIGHI

FABBRICATORI DI STRUMENTI ARMONICI

QUINTA AGGIUNTA ALL' ELENCO (*)

(*) *V.* volume VI, Serie II (Sezione Arti) pp. 5 e segg.

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
3991	ACHNER Tommaso	Tedesca . .	Mittenwald .	1789 . . .	W.	
3992	ALBANA Orazio	? . .	? .	1645 . . .	cimbali	
3993	ALBANI Nicolò	Italiana . .	Venezia (?) .	1579 . . .	spinette	
3994	ALBANO Andrea	» . .	. . . . . .	. . . . . .	cimbali	
3995	ALEMANNIA (DE) mastro Rodolfo	Tedesca . .	Mantova . .	1435 . . .	organi	
3996	ALESSANDRO	Italiana . .	Bergamo . .	1506 . . .	id. ristaur. . . .	
3997	ANCÈSIS Giovanni	Francese . .	Montauban .	1516 . . .	organi	
3998	ANONIMO	? . .	Milano . .	1461 . . .	clavicembali . . .	
3999	ANONIMO	? . .	Bologna . .	1592-1611. .	liut. generico . .	
4000	ANONIMO	» . .	Siena . . .	1406 . . .	trombe diritte . .	*segnate SENA*
4001	ANTONIO	Italiana . .	Venezia . .	1518 . . .	organi	
4002	ARGINE (DALL') Priamo . . .	» . .	Parma . . .	1838 . . .	clarinetti a tasto diatonico . . .	
4003	ARNOLDI Carlo	» . .	Anagni e Roma . . .	1790 . . .	W.	
4004	ARTE Giovanni	Francese . .	? . .	1554 . . .	organi	
4005	ASENELLI (V. *Gollino*)	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . .	
4006	BABIN Gio: Nicola	Francese . .	Montauban .	1516 . . .	organi	
4007	BACCARANI Ottavio	Italiana . .	Campogalliano . .	1889 . . .	raccoglitore . . .	
4008	BALLINI Paolo	» . .	Brescia . .	1857 . . .	W.	
4009	BAILLON.	Francese . .	. . . . . .	s. XVIII . .	cembali a cassetta .	
4010	BAKER Francesco	Inglese (?) .	. . . . . .	1606 . . .	bassi di viola . .	
4011	BARIL Nicolò	Francese . .	? . .	1538 . . .	organi	
4012	BARTOLINI Daniele	Italiana . .	Sàrsina . .	1838 . . .	raccoglitore . . .	
4013	BARTOLOMEO	» . .	Ferrara . .	1505 . . .	organi	
4014	BASSOLINI Luigi	» . .	Brescia . .	1889 . . .	piani e cetre . . .	
4015	BASTARÒLO Iseppe	» . .	Ferrara . .	1580 . . .	ornatista	
4016	BATTISTA (V. *Bressano* 1° El. 454)	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . .	
4017	BAUR WIER	Tedesca . .	Maestricht .	. . . . . .	corni inglesi . . .	
4018	BECK Federico	? . .	Londra . .	1779 . . .	piano-forti . . .	
4019	BELACQUA	Italiana . .	Firenze . .	s. XIII . .	liut: chitarre, etc. .	
4020	BELLER Michele.	Tedesca . .	Mittenwald .	1757 . . .	W.	
4021	BEN DEN CHAUS-D'ALCLANTE (?)	? . .	Napoli . . .	s. XVIII . .	»	
4022	BENEDICT José	Spagnuola .	Cadiz . . .	1738 . . .	»	
4023	BERERA Gio: Ant:.	Italiana . .	Trento . .	1771 . . .	»	
4024	BERETTA Felice	» . .	Como . . .	1784 . . .	»	*Guadagnini G.*
4025	BERJER (V. *Bergé*, El. 1°, 287) .	. . . . . .	. . . . . .	. . . . . .	. . . .	
4026	BERT Pietro	Francese . .	? . .	1521-44 . .	organi	
4027	BERTOLOTTI Gaspare (V. *Salò (da) Gaspare*, 2775, El. 1°)	Italiana . .	Salò . . .	n. 1542-1609.	liut. generico . .	*capo-scuola Bresc.*

Num.o d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4028	BERTOLOTTI (mastro) Francesco detto VIOLINO (di Santino). .	Italiana . .	Polpenazze .	s. XVI . .	liut. generico . .	
4029	BERTOLOTTI Francesco (di Gaspare). (V. *Salò*)	» . .	Brescia . .	1607 . . .	» » . .	*paterna*
4030	BERTOLOTTI Santino (padre di Fr.)	» . .	Polpenazze .	. . . . .	. . . .	
4031	BESSARD Giovanni	Francese . .	Parigi . . .	1685 . . .	organi	
4032	BIMBI Bartolomeo	Italiana . .	Firenze . .	1769 . . .	W.	
4033	BÌSCHERI (V. *Magri F.*) . . .	. . . . .	. . . . . .	. . . . .	. . . .	
4034	BIZET Carlo.	Francese . .	Parigi . . .	1752 . . .	liut. generico . .	
4035	BLANCHARD	» . .	Lyon . . .	s. XIX . .	» » . .	
4036	BLANCHET	» . .	Parigi . . .	1827 . . .	cronometri . . .	
4037	BOFFRIED Joh: Goffried. . . .	Inglese. . .	» . . .	1790 . . .	pianoforti	*Blanchet*
4038	BOISSART	Francese . .	» . . .	1606 . . .	liut. generico . .	
4039	BOLDRINI Ovidio	Italiana . .	Salò . . .	1864 . . .	strumentaio . . .	
4040	BOMÈ Tommaso	Francese . .	Versailles .	1780-90 . .	liut. generico . .	*ordinario*
4041	BONGARS Simone	» . .	? . .	1655 . . .	bassi di viola . .	
4042	BONN J. Edwin	Inglese . .	Londra . .	1894 . . .	ponticelli a 4 piedi	*inventore*
4043	BONTEMPS Nicola	Francese . .	Lyon . . .	1506-16 . .	manicordi	
4044	BORIERO.	Italiana . .	Schio . . .	1891 . . .	violino-viola . . .	
4045	BORIO Francesco Antonio . . .	» . .	Asti e Cuneo	1737 . . .	W.	
4046	BOSI Floriano	» . .	Bologna . .	1781 . . .	mandolini	
4047	BOTTARI Ferdinando	» . .	Pisa . . .	1819 . . .	chitarre	
4048	BOURDON Giovanni	Francese . .	Parigi . . .	1440 . . .	organi	
4049	BRÀIDI Geminiano	Italiana . .	Modena . .	1794 . . .	liut. gener. . . .	
4050	BRASCHANE (Duca di)	Francese . .	? . .	s. XVII . .	cornamuse . . .	
4051	BREGUET	» . .	Parigi . . .	1784 . . .	pendolo cronometr.	
4052	BRUNO Nicola	Italiana . .	Bologna . .	1727 . . .	W.	
4053	BUNTEBART Gabriele.	Inglese . .	Londra . .	1790 . . .	pianini	
4054	CABRESY	Francese (?).	. . . . .	1725 . . .	violoncelli. . . .	
4055	CABROLY (V. *Cabroli*, 511, 1o El.)	? . .	Toulouse . .	1740 . . .	liut. generico . .	
4056	CACCINI Giulio	Italiana . .	Firenze . .	1597 . . .	provv.re di corde arm.	
4057	CALDERA Luigi	» . .	Torino. . .	1891 . . .	armoni-piano ed altre inv.	
4058	CAMPETTI Lorenzo.	» . .	Lucca . . .	1833 . . .	W.	
4059	CAMUS	Francese . .	? . . .	s. XVIII (?) .	flauti a becco . .	
4060	CAMUS (LE) Pietro	» . .	Lyon . . .	1573-75 . .	liuti	
4061	CARCASSI (fratelli)	Italiana . .	Firenze . .	1807 . . .	chitarre	
4062	» Salvatore	» . .	» . .	1802 . . .	»	
4063	» Tommaso	» . .	» . .	1752 . . .	liutaro, contr.ssi .	
4064	CASELLA Jacopo.	» . .	Lugo . . .	1581 . . .	organi	

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4065	CASTELLANI Pietro	Italiana	Firenze	1804	chitarre	
4066	CATARINOZZI Cesare	»	Subiaco	?	organi	
4067	CAUWELAERT (VAN) F.	Belga	Bruxelles.	s. XIX (?)	strumentaio ?	
4068	CERISIER	Francese	?	1539-63	organi	
4069	CERUTI Enrico	Italiana	Cremona	1835	liut. generico	
4070	» Giuseppe di G. B.	»	»	1787-1860.	» »	*paterna*
4071	CHAILLON Renato	Francese	?	1539-63	organi	
4072	CHANOT Fiorentina (V. *Demoliens*)					
4073	CHERBOURG	Francese	Parigi	1780	lire	
4074	CHATEAUNEUF	»	»	1827	cronometri	
4075	CHAUSSIER H.	»	»	1889	strumentaio	
4076	CHÈRON Nicola	»	»	1658	liut. generico	
4077	CHIARESCHI Paolino	Italiana	Del Bagno	1827	W.	
4078	CHIBON Gio: Roberto	Francese			viole da braccio	
4079	CHOU-LEUX	»	Parigi	s. XVIII	flauti	
4080	CHRISTOPHLE Giovanni	»	Avignon	1665	viole	*gran' formato*
4081	CIOTTI Leone	Italiana	Siena	1889	strumentaio	
4082	CIPOLLONI Quirico	»	Abbruzzi	?	organi	
4083	CLOS (?) Mattia	Tedesca	Mittenwald	1726	W.	
4084	COINCU	Francese	Blois	1793	chitarre	
4085	COLCIUNNIUS (?) Stephanus	?	Prato	1629	spinette a tav.no	
4086	COLLICHON Michele	Francese	Lyon	1670	sordini	
4087	COLONNA Vincenzo	Italiana	Bologna	s. XVII	organi	
4088	COMINI Girolamo	»	?		cistri	
4089	COMMÈ (V. *Coincu*)					
4090	COMPOSTAÑO Antonio	Italiana		?	bassi	
4091	COMPT (DE LA) Giovanni	Francese		1450	arpe	
4092	CONTRERAS (di D. Josè)	Spagnuola	Madrid	1793	W.	*paterna*
4093	CAPO (o CAPA) Antonio	Italiana	Cremona	1796	W.	
4094	CORBO Antonio	»	Bassano	1535	strumentaio	
4095	» Francesco	»	Vicenza	1536	organi	
4096	CORREA DE ALMEIDA Joas	Portoghese	Lisbona	s. XVIII	chitarre	
4097	CORNO (DAL) Antonio	Italiana	Brescia e Bologna	s. XVII	organi	*Colonna V.*
4098	COSTA Torquato	»	Anzòla	1890	raccoglitore	
4099	COUICU	Francese	Blois	1642	chitarre	
4100	COUSINEAU Pier Giuseppe	»	Parigi	1753	arpe a ped. a doppio rango	
4101	CRICCA Alessandro	Italiana	Ferrara	1592	organi	

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4102	CRICCA Alfonso	Italiana . .	Ferrara . .	1591 . . .	strumentaio . . .	
4103	» Girolamo	» . .	» . .	1592 . . .	organi	
4104	CRICA (*sic*) Giovanni	» . .	» . .	1594 . . .	arpe	
4105	CRICCA Giulio	» . .	» . .	» . . .	strumentaio . . .	
4106	CRICHI Jacopo	» . .	» . .	1559 . . .	intarsiatore . . .	
4107	CUNAULT Giorgio	Francese . .	Parigi . . .	s. XIX . .	liut. generico . .	*Miremont*
4108	DABENESTE Nicolò	» . .	? . .	1572 . . .	organi	
4109	DAMBALT	» . .	Courbevoye .	1784 . . .	pianoforti	
4110	DANENTO (?) (V. mastr' *Antonio*, 3933, 4.ª agg.)	. . . . .	. . . . . .	. . . . .	. . . .	
4111	DE CULLY Graziano	Francese . .	? . .	1537 . . .	organi	
4112	DEFRESNE Pietro	» . .	Rouen . . .	1730 . . .	liut. generico . .	
4113	DEHAIE	» . .	Parigi . . .	1825 . . .	liut. e commerciante	*Salomon*
4114	DELAIGLE	» . .	Bordeaux . .	1598 . . .	organi	
4115	DE LAIR d' Oiseau (Le Marquis) .	» . .	Mirecourt .	s. XIX princ.	W. e bassi . . .	*marca a fuoco (di poco valore)*
4116	DE LA MOTHE Giacomo	» . .	Parigi . . .	1606 . . .	liut. generico . .	
4117	DE LANNOY H. I.	? . .	Lilla . . .	1740 . . .	» » . .	
4118	DEMOLIENS Fiorentina	Francese . .	Parigi . . .	1829 . . .	violino (storico monumentale) . . .	
4119	DENIS Luigi	» . .	» . . .	1754 . . .	clavicembali . . .	
4120	DESHAIES (V. *Salomon*, 2778) .	. . . . .	. . . . . .	. . . . .	. . . .	
4121	DESPREAUX	Francese . .	Parigi . . .	1812 . . .	cronometri . . .	
4122	DIDELIN Giuseppe	» . .	Nancy . . .	1765 . . .	liut. generico . .	
4123	DIEGO (DI) Giuseppe	Italiana . .	Lanciano . .	? . . .	pianoforti	
4124	» » Luigi	» . .	» . .	» . . .	»	
4125	DIEHL Giacomo	Tedesca . .	Magonza . .	? . . .	liut. generico . .	
4126	» Martino	» . .	» . .	» . . .	» » . .	
4127	» Nicolò	» . .	» . .	» . . .	» » . .	
4128	DIELAI	? . .	Ferrara . .	1587 . . .	pitt. ornatista . .	
4129	DIETZIN Nicolò	Tedesca . .	Mittenwald .	1793 . . .	W.	
4130	DINUMERABO Johannes	Italiana . .	Padova . .	1661 . . .	liuti	
4131	DIOTALLEVI Michelangelo . . .	» . .	Rimini . .	1820 . . .	W.	
4132	DOERFELL, Joh: Andiocus . . .	Tedesca . .	Altemburg .	1792 . . .	viole e contrabassi .	*ordinarissimo*
4133	DOMENICO (mastro)	Italiana . .	Lugo . . .	1579 . . .	organi	
4134	DOMINICUS (Venetus)	» . .	Venezia . .	1561 . . .	spinette	
4135	DUIFFOPRUCKAR Giovanni (di *Gasparo*)	Francese . .	Lyon . . .	1585 . . .	liutaro	
4136	DUIFFOPRUCKAR Uldrico . . .	Tirolo Ital. .	Bologna e Lyon . .	1514 (?) . .	liut. generico . .	
4137	DUMENIL N.	Francese . .	. . . . .	1783 . . .	W.	
4138	DUPRÈ	» . .	? . .	1591 . . .	organi	

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4139	EMPEREUR (L') (V. *Treyer Gius.*)	Francese . .	Parigi . . .	1770 . . .	piani e strum. a corde	
4140	ENOCQ Stefano	» . .	»	1679 . . .	organi	
4141	ESLER Gio. Giuseppe	Tedesca . .	Magonza . .	1717 . . .	liut. generico . .	
4142	EVRE Stefano	Francese . .	Parigi . . .	1668 . . .	organaro	
4143	FABBRICATORE Gennaro . . .	Italiana . .	Napoli . . .	1805 . . .	chitarre	
4144	» Vincenzo (di Gennaro)	» . .	»	1770 . . .	»	
4145	FARINA Gennaro	» . .	Guardiagrèle (Abbruzz.) .	s. XVI, 1572	organi	*distinto*
4146	» Domiziano	» . .	» .	»	»	
4147	FARON Achille	Tedesca . .	Ratisbona .	1701 . . .	liut. generico . .	
4148	FATTORINI Francesco (di Pierantonio)	Italiana . .	Finale-Emilia	1854 . . .	contrabassi . . .	*dilettante*
4149	FAURE Ognissanti	Francese . .	Lyon . . .	1555-64 . .	strumentaio . . .	
4150	FAVROT	» . .	»	1780 . . .	liut. generico . .	*ordinario*
4151	FENT	Inglese . .	Londra . .	s. XVIII . .	» » . .	
4152	FENT	» . .	» . .	»	» » . .	
4153	FERATI Pietro	Italiana . .	Siena . . .	1764 . . .	W. a larghi filetti .	*ordinario*
4154	FERET	Inglese . .	Londra . .	s. XVIII . .	liut. generico . .	
4155	FÉRET	Francese . .	Parigi . . .	1705 . . .	» » . .	
4156	FERNANDES Giovanni (detto « *Il Portoghese*)	Portoghese .	Ferrara . .	1555 . . .	organi	
4157	FICHTL Martino	Tedesca . .	Vienna . .	1750 . . .	liut. generico . .	
4158	FLEURY F.	Francese . .	Parigi . . .	1750 . . .	» » . .	
4159	F[illegible]FO [illegible]del Pagliaro)	Italiana . .	Rolo . . .	1840 . . .	W. e contrabassi .	
4160	FIKE[illegible] Gio: Cristiano	Tedesca . .	Neukirken .	s. XVIII . .	liut. generico . .	
4161	F[illegible]ORANI Vincenzo	Italiana . .	Pèrgola . .	1855 . . .	W.	
4162	FLA[illegible] Filippo	Francese . .	Lyon . . .	1567-73 . .	liuti	
4163	FL[illegible]ANI Pietro	Italiana . .	Riva Benac. .	1858 . . .	W.	
4164	F[illegible]NA Giovanni (V. *Gio: Marc.* 1[illegible]43)	» . .	Ferrara . .	1568 . . .	strumentaio . . .	
4165	FR[illegible]ESCO . . . ?	» . .	Modena . .	1526 . . .	» . . .	
4166	FRE[illegible]UNET Giovanni	Francese . .	Parigi . . .	1750 . . .	liut. generico . .	
4167	FRED[illegible]ANRE (?)	? . .	? . . .	175 (?) . .	W.	
4168	FU[illegible] Francesco	Francese . .	Lyon . . .	1583 . . .	strumentaio . . .	
4169	GA[illegible]ZZI Eugenio	Italiana . .	Ascoli . . .	1849 . . .	W.	
4170	G[illegible]AM Gioacchino Giuseppe . .	Portoghese .	Lisbona . .	1769 . . .	W. e viole . . .	
4171	GA[illegible]uglielmo (di Michele) . .	Francese . .	Mirecourt e Versailles .	? . . .	liut. generico . .	
4172	» [illegible]ichele	» . .	» .	? . . .	» » . .	
4173	GARENGHI Giuseppe	Italiana . .	Brescia . .	1857 . . .	W.	
4174	GA[illegible]ANO (DA) Rinaldo . . .	» . .	» . .	1479 . . .	organi	
4175	GA[illegible]LI Giacomo	» . .	Perugia . .	1747 . . .	W.	

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4176	GAVONI Antonio	Italiana . .	Modena . .	1777 . . .	violonc. e bassi . .	*ordinarissimi*
4177	GEIGENOF Francesco	Tedesca . .	Vienna . .	1810 . . .	liut. generico . .	
4178	GELMINI Giovanni	Italiana . .	Brescia . .	1857 . . .	chitarra-liuto . .	*inventore*
4179	. . . . Geminiano	» . .	Ferrara . .	1508 . . .	liuti	
4180	GENNARI Gaetano di Giovanni . .	» . .	Lanciano . .	s. XVIII . .	organi	
4181	» Giovanni	» . .	» . .	1787 . . .	»	
4182	» Lelio	» . .	» . .	s. XVIII . .	»	
4183	» Quirico	» . .	» . .	» . .	»	
4184	GENTIL Luca	Francese . .	Lyon . . .	1545-52 . .	strumentaio . . .	
4185	GERARD GRAND	» . .	Mirecourt .	s. XVIII . .	W. e contrabassi .	*marc. a fuoco sul tall. del man.*
4186	GERARDO	» . .	Ferrara . .	1517 . . .	strumentaio . . .	
4187	GERMAIN Emilio (di Gius: Luigi)	» . .	Parigi . . .	s. XIX . .	liut. generico . .	
4188	» Giuseppe Luigi . . .	» . .	» . . .	» . .	» » . .	*Gand e Vuillaume*
4189	» Giovanni	» . .	» . . .	s. XVIII . .	clavicembali . . .	
4190	GHERARDI Antonio	Italiana . .	Parma . . .	1823 . . .	spinette e cembali .	*Vienna d'Austr.*
4191	» Giambattista . . .	» . .	» . . .	. . . . . .	» » .	
4192	» Camillo	» . .	» . . .	. . . . . .	» » .	
4193	» Giuseppe	» . .	» . . .	. . . . . .	» » .	
4194	. . . . . Giacomo	Tedesca . .	Ferrara . .	s. XVI . .	chitarriglie di cipres.	
4195	GIAMBERINI Simone	Italiana . .	Firenze . .	1772 . . .	W.	
4196	. . . . . . Gianmarco	» . .	Lugo . . .	1525-1566 . .	organi	
4197	. . . . . . Gio: Lodovico . .	» . .	Ferrara . .	1550 . . .	violoni e ristaurat. .	
4198	GILBERT Simone	Francese . .	Metz . . .	1730 . . .	liut. generico . .	
4199	GIOVANNI (FRA')	» . .	» . . .	1506 . . .	clavicordi	
4200	GIORGETTI Gio: Antonio . . .	» . .	Barga . . .	1847 . . .	W.	
4201	» N. N. figlio	» . .	» . . .	» . . .	»	
4202	GIROD Claudio	» . .	? . . .	s. XVIII . .	viole	
4203	GISALBERTI Andrea	Italiana . .	Parma . . .	1722 . . .	viole d' amore . .	
4204	. . . . . . Giulio Cesare . . .	» . .	Bologna . .	1588 . . .	liuti	
4205	GIUSTI Giovanni	» . .	Lucca . . .	1675 . . .	cembali	
4206	» Gio: Battista	» . .	» . . .	1681 . . .	»	
4207	GIURBA (?)	» . .	Ferrara . .	1502 . . .	rist. di strumenti .	
4208	GOCCINI	» . .	Bologna . .	s. XVIII . .	spinette	
4209	GOLLINO (mastro) Sebastiano (V. *Asenelli, Parangone e De Volino?*)	» . .	Napoli e Bologna . .	1523 . . .	organi d' alabastro .	
4210	GORRIERI Antonio	» . .	Padova . .	1802 . . .	W.	
4211	GORI Pietro	» . .	Rimini . .	1820 . . .	»	
4212	GRABENSEE I. T.	Tedesca . .	Dusseldorf .	1854 . . .	liut. generico . .	

Num.º d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4213	GRADO (DA) Gaetano	Italiana . .	Napoli . .	. . . . .	chitarre	
4214	GRAPPELLO Gio: Marco . . .	» . .	Ferrara . .	1566 . . .	strumentaio . . .	
4215	GRIMM Carlo	Tedesca . .	Berlino . .	1792-1855. .	liut. generico . .	
4216	GRISERI Filippo	Italiana . .	Firenze . .	1650 . . .	» » . . .	
4217	GUADAGNINI Gaetano	» . .	Torino . .	1826 . . .	chitarre	
4218	GUARNERI Ubaldo (d'Andrea?) .	» . .	Cremona . .	1683 . . .	W.	*paterna* (?)
4219	GUIDALOTTO (mastro) Vincenzo — V. *Organo* (*Dall'*) . . .	» . .	Venezia . .	1535 . . .	organi d'alabastro .	
4220	GUILLAUME	Francese . .	? . .	1789 . . .	chitarre	
4221	GUFFETTO Nicolò	Italiana . .	Firenze . .	1790 . . .	W.	
4222	HAM Gio: Goffredo	Tedesca . .	Roma . . .	s. XVIII princ.	strumentaio . . .	
4223	HARRISSON	Inglese . .	? . .	s. XVII . .	cronometri . . .	
4224	HARTMANN	Tedesca . .	Weimar . .	s. XVIII fine	liut. generico . .	*Hernst*
4225	HAUSSMANN	» . .	? . .	s. XVIII (?).	arpe	
4226	HELMER Giovanni	» . .	Lyon . . .	1568-73 . .	liuti	
4227	HELL	Francese . .	Lilla . . .	1889 . . .	liut. generico . .	
4228	HENRION	» . .	? . .	1784-88 . .	pianoforti	*Tedesco*
4229	HENRY Eugenio	» . .	Parigi . . .	. . . . .	liut. generico . .	*ordinario*
4230	HESTRE Oudin	» . .	Reims (?) .	1481 . . .	organi	
4231	HILL Guglielmo	Inglese . .	Londra . .	1891 . . .	collezionista . . .	*onnigenerico*
4232	HORNER Bartolomeo	Tedesca . .	Mittenwald .	1793 . . .	W.	
4233	HUEL	Francese . .	Rennes . .	? . . .	chitarre	
4234	HUET	» . .	? . .	? . . .	viole da braccio .	*ordinaria*
4235	HULINSKI	? . .	Praga . . .	1760 . . .	liut. generico . .	
4236	HUREL Giovanni	Francese . .	Parigi . . .	1686-1717 .	» » . . .	
4237	HUYET F.	Belga . . .	Namur . .	1680 . . .	trombe marine . .	
4238	JACQUOT Pier Carlo (di Carlo) .	Francese . .	Nancy e Parigi . . .	. . . . .	liut. generico . .	
4239	JAIS Giovanni	Tedesca . .	Bolzano . .	1775 . . .	» » . . .	
4240	JEAN (?)	Francese . .	Parigi . . .	1667 . . .	chitarre	
4241	JOSSELIN Antonio	» . .	Rouen . . .	1560 . . .	organi	
4242	JOUSSELIN Ponthus	» . .	? . .	1511 . . .	»	
4243	JOYEUX Giovanni	» . .	Parigi . . .	1668 . . .	organaro	
4244	JULI Nicola	Italiana . .	Lyon . . .	1573-75 . .	venditore di strum.	
4245	KAREST Johan:	Tedesca . .	Colonia . .	1548 . . .	spinette a triangolo	*rarissima*
4246	KAMBL Giovanni	» . .	München . .	s. XVIII . .	liut. generico . .	
4247	KEMBTER	» . .	Dibingen . .	1725 . . .	» » . . .	*Steiner*
4248	KLEIN A.	? . .	Rouen . . .	s. XIX . .	» » . . .	
4249	KLOTZ Gio: Carlo	Tedesca . .	Mittenwald .	. . . . .	. . . .	*Klotz*

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4250	KIESGEN Luigi	?	Parigi	s. XIX	liut. generico	*Gand*
4251	KING Federico	?	Argentinensis	1700	clavicembali	
4252	KNITTLE Giuseppe	Tedesca	Mittenwald	1785	liut. generico	
4253	KOEMBL Gio: (V. *Kambl*)	»	München	1640	» »	
4254	KRINER Giuseppe	»	Mittenwald	1785	. . . .	
4255	KOHLERT B.	»	Vienna	?	str. lignei, obòe	
4256	KORVER	?	?	1783	pianoforti	
4257	KRUPPE	Tedesca	?	s. XVIII	arpe	
4258	LACOTE	Francese	Parigi	s. XIX	chitarre	
4259	LAFILLARD	»	»	s. XVIII	cronometri	*inventore*
4260	LAFRANCHINI Giacomo (di Batt:)	Italiana	Cividale di Valcamonica	1604	liutaro	*Gasparo da Salò*
4261	LA LOË	?	?	?	viole	
4262	LA NOUE (DE) Matteo (detto MATHELIN)	Francese	Lyon	1523-55	strumentaio	
4263	LARCHER Pietro	»	Parigi e Tours	1780	liut. generico	*Guersan*
4264	LARUE Piermattia	»	Parigi	?	» »	
4265	LAUGIER (DE) Roberto	»	Modena	1772-93	raccoglitore	
4266	LAURENT	»	Parigi	1775	arciliuti	
4267	LEBLANC	»	»	1819	liut. generico	
4268	LECOMPTE	»	»	1788	» »	
4269	LECLAIRE (V. *Leclere*, 1757, 1° El.)	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4270	LEFEVRE Giuliano	Francese	Angouleme	1609-13	organi	
4271	» Nicola	»	»	1606	»	
4272	» Leonardo	»	»	1656	»	
4273	LEIBMILLER Cristoforo	Tedesca	Mittenwald	1793	W.	
4274	» Martino	»	»	1770	»	
4275	LEJEUNE Benedetto	Francese	Lyon	1557	liutaro	
4276	LE LIEVRE Pietro	»	Parigi	1780	W.	
4277	LE MARAIS	»	Bayeux	1447	organi	
4278	LEPRI Luigi	Italiana	Gubbio	1880	W.	
4279	LE VASSEUR Simone	Francese	?	1537	organi	
4280	LIPPOLD Gio: Giorgio	Tedesca	?	1780	liut. generico	
4281	LIUTI (DEI) Geminiano	Italiana	Ferrara	1501	venditore e fabbric.	
4282	LIUTO (DAL) Simone	»	Brescia	1580-88	mercante?	
4283	LOEUVRE (DE) Onorato	Francese	Lyon	1523-50	spinettaro	
4284	LONGUIAN	Inglese	?	1791-93	pianoforti	*socio a Broderip*
4285	LORENZO	Italiana	Parma	1509	strumentaio	
4286	LOUIS	?	Ginevra	?	liut. generico	

Num.º d'órdine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4287	LOULIER	Francese . .	? . .	1689 . . .	cronometri . . .	*inventore*
4288	LUCCHESINO (IL) (V. *Panetti*)	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4289	LUDICE (DE) Girolamo Pietro .	Italiana . .	Conegliano .	1709 . . .	liut. dilettante . .	
4290	LUSSE Giacomo	Francese . .	Parigi . . .	1752 . . .	liut. generico . .	
4291	LUSSON Florentino	» . .	? . .	1590 . . .	organi	
4292	MADE-POL	Inglese? . .	Parigi . . .	1780 . . .	lire Inglesi . . .	
4293	MAGRI Francesco detto BISCHERI .	Italiana . .	? . .	1766 . . .	W.	
4294	MALVOLTI Pietro Antonio . . .	» . .	Firenze . .	1733 . . .	»	
4295	MANCINI Giuseppe	» . .	Cortona . .	1839 . . .	»	
4296	MANIKE	? . .	? . .	? . . .	flauti armonici . .	
4297	MANUEL	Italiana? . .	Ferrara . .	s. XV . . .	corde da chitarrino	
4298	. . . . Marco	Italiana . .	Lugo . . .	1521-27 . .	clavicembali . . .	
4299	MARIANI Fabio	» . .	Pesaro . .	1679 . . .	W.	
4300	MATHELIN (V. *La Noue*) . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4301	MAUCOTEL Carlo	Francese . .	Parigi e Londra . . .	1858 . . .	liut. generico . .	*Gand*
4302	MAUR Andrea Ferdinando . . .	Tedesca . .	Saltzburg. .	1727 . . .	W.	
4303	MAUSSIEL Leonardo	» . .	Nürenberg .	1740 . . .	liut. generico . .	*Steiner*
4304	MEDARD Antonio	Francese . .	Nancy . . .	? . . .	» » . .	
4305	MEDARD Ognissanti di Nicolò . .	» . .	» . . .	n. 1622 . .	» » . .	
4306	MEDARO Antonio	» . .	» . . .	1616 . . .	sordini	
4307	MERIGHI Pietro	Italiana . .	Parma . . .	1770 . . .	mandolini	
4308	MICHELE (*piffaro*)	? . .	Ferrara . .	1516 . . .	ristauratore di flauti	
4309	MICLE (?) Gennaro	Italiana . .	Napoli . .	1823 . . .	chitarre	
4310	MILHET	Francese . .	Bayonne . .	1820 . . .	liut. generico . .	
4311	MONARGYS (?) Luigi	Ungherese? .	? . .	s. XIX . .	W.	
4312	MONGENOT	Francese . .	Rouen . . .	1750 . . .	liut. generico . .	
4313	MORELLI (Padre) Antonio . .	Italiana . .	Fiumalbo . .	n. 1704 . .	organi	
4314	MÜLLER Giuseppe	Boema . .	Schömbach .	1891 . . .	liut. generico . .	
4315	NADREAU	Francese (?) .	? .	1774 . . .	ristauratore di piani	
4316	NAFISSI Carlo	Italiana . .	Gubbio . .	1867 . . .	W.	
4317	NARDELLI Michelangelo . . .	» . .	» . .	1856 . . .	»	
4318	NICOLAS Matteo	Francese . .	Mirecourt .	? . . .	liut. generico . .	
4319	OCTOMANUS (?)	? . .	Costantinopoli	1720 . . .	bassi	
4320	OHBERG Giovanni	Svedese . .	Stockolm . .	1770 . . .	liut. generico . .	
4321	ORGANO (DALL') Vincenzo (V. *Guidalotto*)	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4322	ORTEGA Silverio	Spagnuola .	Madrid . .	1792 . . .	W.	
4323	OGLIO (DALL') Domenico . . .	Italiana . .	Padova . .	1739	»	*Bagatella*

Num.º d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4324	ORAZIO	Fiamminga .	? . . .	1559 . . .	intagliatore . . .	
4325	PACE Federico	? . .	Westminster.	? . . .	fagotti russi . . .	
4326	PACHEREL	Francese . .	Nizza . . .	1840 . . .	liut. generico . .	
4327	PADOVA (DA) Francesco (V. *Ungaro* e *Franciscus Patavinus*)	Ungherese . .	Padova . .	1527 . . .	spinettine	
4328	PAGANINI G. B.	Italiana . .	Cremona . .	1745 . . .	liut. generico . .	
4329	PAIARINO Marco	» . .	Ferrara . .	1591 . . .	strumentaio . . .	*Cricca*
4330	PALLOTTA Pietro	» . .	Perugia . .	1593 . . .	W.	
4331	PAMPET o PAMPES	Francese . .	Parigi . . .	1670 . . .	org: spinette, etc. .	
4332	PANETTI Innocenzo	Italiana . .	Lucca . . .	. . . . .	cistri	*innovatore*
4333	PANORMO Vincenzo (d.ª TRIUSANO)	» . .	Parma e Parigi . . .	1700-35 . .	W. e chitarre . .	*Francese*
4334	PARANGONE (V. *Gollino*) . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4335	PARDINI Bastiano	Italiana . .	Firenze . .	? . . .	liut. generico . .	
4336	PARRINI Serafino	» . .	Perugia . .	1627 . . .	cimbaloni	
4337	PASCUALI Jacopo	» . .	Ancorano	s. XVIII . .	mandoline	
4338	PASIO Lodovico	» . .	Modena . .	1506 . . .	strumentaio . . .	
4339	PASTA Bartolomeo	» . .	Milano . .	. . . . .	W.	
4340	PAZZÀVOLA Giovanni	» . .	Ferrara . .	1580 . . .	liutaro	
4341	PELLETIER	Francese . .	? . .	s. XVIII . .	cronometri . . .	
4342	PERON	» . .	Parigi . . .	1775 . . .	liut. generico . .	
4343	PERRONI Francesco	Italiana . .	Reggio-Emil.	1740 . . .	organi	
4344	PERTH Andrea Nicola	Tedesca . .	Vienna . .	179 (?) . . .	liut. generico . .	
4345	PERVERBERE (V. *Leopoldo*, 3818)	» . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4346	PESCORINO (IL) (V. *Bellone*, 1º El., 271)	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4347	PESSA (mastro) Francesco . . .	Italiana . .	Bologna . .	1520 . . .	organi	
4348	PFRETZCHNER Carlo-Federico .	Tedesca . .	Cremona . .	179 (?) . . .	liut. generico . .	
4349	PFRETZCHNER (di Carlo Federico)	» . .	» . .	» . . .	» » . .	
4350	PIATELLINI Luigi	Italiana . .	Firenze . .	1789 . . .	W.	
4351	PICCIOLI	» . .	Persiceto . .	s. XIX . .	»	
4352	PIERI Giuseppe	» . .	Castiglione in Garfagnana.	1730 . . .	organi	
4353	PIERONI Luigi	» . .	Gubbio . .	1847 . . .	W.	
4354	PIETÉ	Francese . .	Parigi . . .	1780 . . .	liut. generico . .	
4355	PIETRO-ALBERTO (V. *Albertus Petrus*, 39, 1ª El.)	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4356	PILHELM	? . .	Parigi . . .	1789 . . .	piano-forti . . .	
4357	PISTOR Erard (?)	? . .	? . .	s. XVIII . .	organi	
4358	PLANCHE (DE) Pietro	Francese . .	? . .	» . . .	viole	
4359	PLANI (DE) Agostino	Italiana . .	Genova . .	1778 . . .	liut. ordinario . .	
4360	POIROS Luigi	Francese . .	? . .	s. XVIII . .	W. e archetti . .	*ordinaria*

Num.º d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4361	POLLI (?) Francesco	Italiana	Guastalla	1616	W.	
4362	PONS	Francese	Parigi	1788	liut. generico	
4363	PORTHAUX	»	»	?	clarinetti	
4364	PORTOGHESE (IL) (V. *Fernandes*)					
4365	PRESBLER Giuseppe	?	Milano	1595-7	liuti a 14 corde	
4366	PREVOST o GREVOST	Francese	?	1528-33	organi	
4367	PRUDENT	»	Parigi	s. XVIII	fagotti	
4368	PYNOT	»	Angers	1606	organi	
4369	QUANTER Cristofaro	?	Londra	1784	pianoforti	
4370	QUÒCO (DE) Nicola	Italiana	?	1694	cimbali	
4371	RABATTA Carlantonio	»	?	1707	W.	
4372	RANCE Tommaso	Belga	Bruxelles	1680	»	
4373	RANTA Pietro	Italiana	Brescia	1733	liut. generico	
4374	RASORI (fratelli)	»	Ferrara (?)	1861	organi	
4375	RASTOIN	Francese	Parigi	1687	»	
4376	RATISBONNE	?	?	?	piani grandi	
4377	RAUT Giovanni	Francese	Rennes	1790	liut. generico	
4378	RAYNAUD Andrea	»	Tarascon	1755	violoncelli	
4379	RAYZIN (V. *Raisin*)	»	Troyes	1561	spinette	
4380	REGNAULT	»	?	s. XVIII (?)	cistri	
4381	REGNAULT Giacomo	»	?	1679	sordini	*filetti larghi*
4382	REICHEL Gio: Corrado fratello di Gio: Goffredo (V. 2586, 1ª El.)	Tedesca	Neukirken	?	liut. generico	
4383	REICHERS Augusto	»	Berlino	1820	» »	
4384	REMY	Francese	Londra	1840	» »	
4385	REMY Ippolito	»	Parigi	s. XIX	» »	
4386	RENAUDIN	»	»	1784	pendoli cronometrici	
4387	RICCIOLI	Italiana	Carpi (?)	1740	organi	*novatore*
4388	RICHARD Roberto	Francese	Parigi	1745	liutaro ristauratore	
4389	ROISMAN Giovanni	Tedesca	?	1670	liut. generico	
4390	ROLLER (V. 2263)					
4391	ROMITO Giulio	Italiana	Ferrara	1572	manicordaro	
4392	RONCHETTI Domenico	»	S. Valentino Reggio	1760-69	W.	
4393	ROSIO Paolo	»	Verolanova	1857	contrabassi	
4394	ROTA Giovanni	»	Cremona	1810	liut. generico	
4395	ROTA Giuseppe Antonio	»	Torino	1825	» »	
4396	ROTELLA Bernardino	»	Spoleto	1827	W.	
4397	ROVETTA Antonio	»	Brescia e Milano	1884	W. imit.	

Num.º d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4398	ROZE	Francese	Orleans	1765	liut. generico	
4399	SACQUIN	»	Parigi	s. XIX	» »	
4400	SAJOT	»	»	1730	W.	
4401	SALINO G-B.	Italiana	Roma	1760	liut. generico	
4402	SANTINI A.	»	Arezzo	1570	spinette a lucerna	
4403	SARAISSAC Francesco	Francese	Lyon	1670	sordini	
4404	SAULI Natale	»	Alessandria	1689	W.	
4405	SAWIKI	»	Vienna	1830	liut. generico	
4406	SCARDIGLI Ettore	»	Siena	1889	strumentaio	
4407	SCHANDL Antonio	Tedesca	Mittenwald	1779	W.	
4408	SCHOENE	?	Strassburg	1784-88	pianoforti quadrati	*ordinario*
4409	SCHONFELDER Gio. Adamo	»	Neuckirken	. . . . .	liut. generico	
4410	SCHWARTZ Bernardo	Tedesca	Strassburg	1795	W. e violoncelli	
4411	SCHWEICKART	?	Parigi	1781	organi	
4412	SCORN Giovanni	Tedesca	Innspruck.	1685	liut. generico	
4413	SECCHI Eliseo	Italiana	Carate-Brianza	1891	Mandòle e mandolini	
4414	SEIFZ Bernardo	Tedesca	Mittenwald	1793	W.	
4415	SILVESTRE Cristiano	Francese	Parigi	s. XIX	liut. generico	
4416	SIMBALDI Giuseppe	Italiana	Rimini	1741	W.	
4417	SIMONE (DAL LIUTO)	»	Brescia (?)	1588	mercante (?)	
4418	SIMOUTRE N. E.	Francese (?)	Basilea	1883	liut. generico	
4419	SOMER Nicolò	?	Parigi	1725	» »	
4420	SONS	Inglese	Londra	s. XVIII	arpe dorate	*socio a Dodd*
4421	SPADARI Gio. Battista	Italiana	Pesaro	1721	W.	
4422	STADS Michele Ignazio	Tedesca	Vienna	1760	liut. generico	
4423	STAINER Carlo	?	?	1735	W. ristauratore	
4424	STEIN	Francese (?)	Parigi	1890	raccoglitore	
4425	STEINER Andrea	Tedesca	Absam	1660	liut. generico	
4426	STEININGER Francesco	?	Parigi	1815	» »	
4427	STELZNER Alfredo	Tedesca	Wiesbaden	1891	violotta	*inventore*
4428	STEVANINIS (DE) Nicolò	Italiana	?	1403	campane	
4429	STOECKEL	Tedesca	?	s. XVIII	cronometri	
4430	STOLZEMBERG H. B.	»	Süneburg	1699	W.	*ricci intagliati*
4431	STOSS Giuseppe Antonio	?	Padova	1742	liut. generico	*Guarneri*
4432	STRADELMANN Daniele	Tedesca	Vienna	1740	» »	
4433	STRADUARIUS (?) Angelo Maria (?)	?	Cremona	1679	W.	
4434	STRNAD Gaspare	Tedesca	Praga	1780	liut. generico	

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4435	TANTINO Giovanni (di Costantino)	Italiana . .	Modena . .	1475 . . .	strumentaio . . .	*paterna*
4436	THIBOUT Adolfo (di Pier' Giacomo)	Francese . .	Parigi . . .	s. XIX . .	liut. generico . .	
4437	THIBOUT Pier' Giacomo	» . .	» . .	» . . .	» » . .	*novatore*
4438	THIERRY	» . .	» . .	1684 . . .	organi	
4439	THOANER	? . .	? . .	1772 . . .	clavicembali . . .	
4440	THIEFENBRUNER Giorgio . .	Tedesca . .	München . .	1551 . . .	ristauratore . . .	*senza filetti*
4441	TIEFFENBRUCHER Leonardo . .	? . .	Padova . .	1737 . . .	cistri	
4442	TONÒLI	Italiana . .	Brescia . .	s. XIX . .	cembali ed organi .	
4443	TONONI Carlantonio (di Carlo) .	» . .	Venezia . .	1716-28-68 .	liut. generico . .	
4444	TORALBA	» . .	Firenze? . .	s. XIII . .	liut. e chitarre . .	
4445	TREJER Giuseppe detto l'EMPEREUR — V. *Empereur (L')* .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4446	TREVILLOT Claudio	Francese . .	Mirecourt .	1698 . . .	W.	
4447	TRIBUOT	» . .	Versailles .	1691 . . .	organi	
4448	TOULY Giovanni	» . .	Nancy . . .	s. XVI . .	strumentaio . . .	
4449	UDINE (DA) Pier' Francesco . .	Italiana . .	Udine e Venezia . . .	1473 . . .	clavicembali . . .	*ordinario*
4450	UDINE (DA) Pier' Giovanni . .	» . .	» . .	» . . .	» . . .	»
4451	UNDEUS Donatus	» . .	Bergamo . .	1597 . . .	spinette rettangolari	
4452	UNGARO Giovanni	? . .	Brischino e Mantova .	1518 . . .	organi piccini . .	
4453	VAILLANT Francesco	Francese . .	Parigi . . .	1835 (?) . .	liut. generico . .	
4454	VALTER Antonio	Svizz. tedesca	» . .	1715 . . .	clavicembali . . .	*ordinario*
4455	VALVASSORI Giulio	Italiana . .	Milano . .	1617 . . .	organi	
4456	VASELBERGER Michele . . .	? . .	Hailein . .	1715 . . .	W.	
4457	VELTOM (van) Giacomo . . .	Belga . . .	? . .	s. XVIII . .	W. e sordini . . .	
4458	VÈNERE Undelio	Italiana . .	Firenze . .	1650 . . .	liut. generico . .	
4459	VERONA Pietro	» . .	Correggio .	1606 . . .	W.	
4460	VILLA Maurizio	» . .	Savigliano .	1888 . . .	raccoglitore . . .	*onnigenerico*
4461	VILLANO (IL) d'Ascoli-Piceno (V. *Odoardi*)	» . .	Poggio di Bretta . .	n. 1746 + 1786 circa . . .	W.	*senza scuola*
4462	VILLARS	Francese . .	Parigi . . .	s. XVIII . .	flauti	
4463	VILLARS Paolo	» . .	» . .	1752 . . .	liut. generico . .	*Bizet*
4464	VINACCIA Gaetano	Italiana . .	Napoli . .	1795 . . .	mandoline	
4465	VINCENT Dionisio	Francese . .	Parigi . . .	1752 . . .	liut. generico . .	
4466	VIRCHI Girolamo	Italiana . .	Brescia . .	1525-65 . .	liutaro	
4467	VIRCHI Gio. Paolo	» . .	Ferrara e Mantova. .	s. XV e VI .	liutaro (?)	
4469	VOBOAM Alessandro	Francese . .	Parigi . . .	1676-99 . .	nacchere e chitarre	
4470	VOBOAM Giovanni	» . .	» . .	» . . .	chit. e bassi di viola	
4471	VOEL E.	Tedesca . .	Magonza . .	1840 . . .	liut. generico . .	
4472	VOGEANT Alessandro (juniore) .	Francese . .	? . .	1673 . . .	chitarre	

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4473	WAGNER Benedetto	Tedesca . .	? . .	. . . . . .	liut. generico . .	
4474	WENTZHÜLLER Giovanni . . .	» . .	Groslitz . .	1791 . . .	W.	
4475	WIDHALM Leopoldo	» . .	Nüremberg .	1770 . . .	liut. generico . .	
4476	WINKEL Diederico Nicola . . .	Olandese . .	Amsterdam .	1821 . . .	componium . . .	
4477	WITTING Gio: Giorgio	Tedesca . .	Mittenwald .	1775 . . .	liut. generico . .	
4478	ZILLIOLI Domenico	Italiana . .	Parma. . .	1792 . . .	W.	
4479	ZIVERGER Antonio	Tedesca . .	Mittenwald .	1750 . . .	liut. generico . .	
4480	ZÒCCOLI Pietro	Italiana . .	Modena . .	1753 . . .	» » . .	*voluta piccola, ff larghi*
4481	ZUCCHI Gio: di Carlo	» . .	Finale-Emilia	1890 . . .	arm. mand. chitarre	

COROLLARIO (*)

Num.° d'ordine	COGNOMI E NOMI	NAZIONE	PATRIA o DOMICILIO	DATE ACCERTATE	SPECIALITÀ	SCUOLA, STILE o SISTEMA
4482	BELTRAMO Vincenzo	Fiamminga .	? . .	1578 . . .	organi	
4483	BORTOLOTTI Giovanni	Italiana . .	Verica (Frignano) . .	1884-94 . .	contrabassi . . .	
4484	CALAR Giovanni	Tedesca . .	Roma . . .	1624 . . .	liutaro	
4485	CELANI Emidio (detto il TURCO) .	Italiana . .	Ascoli . . .	s. XIX . .	liutaro, mand. e chit.	
4486	CERRUTI Sebastiano	» . .	Piemontese .	1615 . . .	liutaro	
4487	CHÈDEVILLE (famiglia) . . .	Francese . .	Parigi . . .	1694-1783. .	tornitori di strum. a fiato lignei . .	
4488	CIARMA Francesco (d.° NCICCHITTO)	Italiana . .	Ascoli . . .	s. XIX . .	liut. generico . .	
4489	CIONI Emilio	» . .	Mont' Orso (Frignano) .	1884-94 . .	W. e violoncelli .	*Fiorini R.*
4490	CORNIA Giuseppe	» . .	Iddiano (Frignano) . .	» . .	contrabassi . . .	
4491	CORTESI Carlo	» . .	Pesaro. . .	s. XVII . .	W.	*Salò.... Mariani*
4492	DESIDERI Raffaele	» . .	Ascoli . . .	s. XIX . .	W. celli, chit. . .	*con intarsi*
4493	FREZZA Bartolomeo	» . .	Brescia . .	1624 . . .	liutaro	
4494	GALEAZZI Eugenio (di Francesco)	» . .	Ascoli . . .	s. XIX . .	W. celli, chit. . .	
4495	HAIGENMANN Giorgio	Olandese . .	? . .	1657-60 . .	organi	
4496	HARTUNG Michele	Tedesca . .	Padova . .	s. XVI-XVII.	liuti	*Tieffenbrücker*
4497	HOTTETERRE (famiglia) . . .	Francese . .	La Couture e Parigi . .	1665-1783. .	tornitori di strum. a fiato lignei . .	
4498	INDELANCH Stefano	Fiamminga .	? . .	1643 . . .	liutaro	
4499	LANARO (IL) (V. *Odoardi Antonio*)	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4500	LAURO Antonio	Fiamminga .	? . .	1643 . . .	liutaro	
4501	LODOVICO	Italiana . .	Roma . . .	1624 . . .	»	
4502	MANZONE Giovanni	» . .	Milano . .	» . .	»	
4503	MAURIZII (fratelli) (d.i PULGHINA)	» . .	Appignano .	s. XIX . .	W. e *rebecù* . .	
4504	MICHELI Giuseppe	» . .	Gajato (Frignano) . .	1884-94 . .	W.	
4505	MIGGE Ottone	Tedesca . .	Coblentz . .	1894 . . .	vernici	
4506	,NCICCHITTO, (V. *Ciarma*) . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4507	NOBLET	Francese . .	La Couture e Ivry la bataille	1852 . . .	tornitore di strum. a fiato lignei . .	
4508	ODOARDI Antonio (d.° IL LANARO) nipote del *Villano d' Ascoli* .	Italiana . .	Ascoli . . .	s. XIX . .	W.	
4509	ODOARDI (d'Antonio)	» . .	» . .	» . .	»	
4510	PEROLLO Luigi	Italiana . .	Palermo . .	1894 . . .	liut. e org. . . .	
4511	PFANTSHEL Pietro	Tedesca . .	? . .	1582 . . .	liutaro	
4512	PULGHINA (V. *Maurizii*) . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	
4513	SCARABELLI Agostino	» . .	Mont' Orso (Frignano) .	1884-94 . .	W.	
4514	TURCHI Gio: Martino	Italiana . .	Pisa . . .	1606 . . .	liutaro	
4515	VELZ Giorgio	Tedesca . .	Augusta . .	1616 . . .	»	

(*) Communicazioni (durante la stampa della Va Aggiunta) del Sig.r ISNARDO ASTOLFI pel Frignano: — per l' Ascolano di Don EMIDIO LUZI e del Cav. GIULIO CANTALAMESSA — per Palermo e Pesaro dei Sigg. A. BOSELLI e GIUSEPPE FIORINI.

ULTIME NOTE ESPLICATIVE

ALL' ELENCO E AGGIUNTE

DEI FABBRICATORI DI STRUMENTI ARMONICI

COMPRESAVI LA *QUINTA* E IL *COROLLARIO* (1)

---

(5) (*) ACEVO. — Le riflessioni che su questo cognome (?) ultimamente vennero prodotte ed assodate da una critica approfondita, dopo che andaronsi generalizzando gli studî storico-critici sulla liuteria, escludono pressochè totalmente l'esistenza d'un artefice, così nominato, come medesimamente è supponibile per SAPÌNO (2). Nulla di più facile che una burletta pedantesca del costruttore, o idiotismo e fanciullaggine di qualche fabbricatorello abbiano desunte da *àcero* e *sapino* (*legni*) le due nomenclature di ÀCEVO e SAPÌNO. Di questa opinione sono partigiani altri odierni chelurgografi. — Vedasi quanto supposi sul DIEULAFAIT (*Dieu l'a fait*) (3).

(23) (*) AGLIO (DALL') (GIUSEPPE). — Di costui vidi, incollata sul fondo d'un violoncello, una etichetta portante scritto — « *Joseph Dalaglio* (sic) *fecit in Mantuae* (sic) *anno 1719* — » Constando però a' dilettanti di violineria che GIUSEPPE DALL' AGLIO sia vissuto dal 1800 in avanti, il suddetto impronto potrebbe dare il nome d'un suo antecessore omonimo, ed anche, dall' errata dicitura, potrebbesi supporre, come spesso

---

(1) I numeri *fra parentesi* delle note presenti sono, come negli altri elenchi già pubblicati, corrispondenti al numero *d' ordine* apposto al nome dei fabbricatori nelle tabelle rispettive. L'*asterisco* apposto dopo il numero d' ordine segna quei fabbricatori de' quali già si fece menzione nel volume II, serie II delle *Memorie dell' Accademia di Scienze, Lettere ed Arti,* (*Sezione Arti*), 1884.

(2) V. Elenco I, n. 2801, e cfr. PICCOLELLIS « *Liutai antichi e moderni* » Firenze — Lemonnier (successori) 1885, p. 1.

(3) V. nelle *Note* al 1° Elenco a p. 142.

avviene, falsificata. Il violoncello era di vernice giallo-chiara, manomesso, e di non belle proporzioni: costui fece qualche discreto contrabasso.

(65) (*) **AMATI (ANDREA).** — Il De Piccolellis nell'opera sua « *Liutai antichi e moderni* » smentisce la diceria dei 24 violini di Carlo IX di Francia. Sono infinite inoltre le falsificazioni dell'impronto d'Andrea. Una io stesso ne ho visto in un violino di piccolissimo formato, probabilmente, anzi evidentemente falsificato in Francia, stampata così « *Andreas Amady fecit Cremonae* M. D. XXIIII » — Altri impronti capitaronmi sott'occhio segnati Amatis, specie di un *Nicola* (1642). Questa dinastia di liutari è numerosa tanto che di Cremona se ne contano otto, e, omonimi, ve ne furono e a Bologna e a Venezia, ma di non gran conto: di Nicolò ve n'ha tre certamente. Si confronti il 1° mio Elenco a p. 3.

(71) (*) **AMATI (NICOLÒ).** — Il violoncello *attribuito* a questi, che stà nel Mus. Est., non ha sinora trovato indiscutibili certificati di autenticità, ma è invece stimato una meraviglia d'arte imitativa di qualche Tedesco, sostituita dolosamente a un capolavoro Italiano. Il non essersi del resto qui rinvenuto il violoncello commesso, nel 1686, dal Duca di Modena allo Stradivari, renderebbe accettabile il supposto della sostituzione. Cfr. il *Documento* LXVII, p. 283, nell'ediz. del 1884. *Fabbr. di strum. armonici.*

(4086) ANONIMO (*di Bologna*). — Nella *Metoposcopia* (1) di Carlo Montecuccoli, n. nel 1592 a Ferrara e m. in Carpi nel 1611, in età d'a: 19, trovasi (tra coloro che hanno, nel corpo, segni di sfortuna) delineata l'immagine d'un *liutaro*, che in Bologna — per abbrugiamento *perdette le robbe et hebbe sempre male alle gambe.* — Se il lettore vuol percorrere i miei Elenchi vedrà che in Bologna, circa in quel tempo, fiorirono i liutari — Albertus-Petrus, Antonius Bononiensis, il Brensius, Hans Frey, e i due Peccenini (Leonardo ed Alessandro). Chi sa che tra costoro non trovisi il liutaro accennato dal Montecuccoli?

(218) (*) **BARNIA (FEDELE).** — In piccola mandòla, a largo manico, costruita in avorio ed ebano, con 12 bischeri, trovavasi un polizzino con scrittovi « *Fedele Barnia, Milanese, fece in Venezia l'anno 1767* ». (Informaz. del Sig. Capobianchi di Roma).

---

(1) Misurazione delle linee frontali.

(4019) **BELACQUA** (o **BIVELACQUA**, se non forse **BEVILACQUA**) fu un fiorentino, liutaro nel XIII secolo, del quale si occupò l'ALIGHIERI nel Canto IV del Purgatorio (*Antipurgatorio-Negligenti*), dedicandogli dieci terzine (vv. 106-135), ed eccole:

106. — Ed un di lor, che mi sembrava lasso,
Sedeva ed abbracciava le ginocchia,
Tenendo 'l viso giù, tra esse, basso.
109. — O dolce signor mio, — diss' io, — adocchia
Colui che mostra sè più negligente
Che se pigrizia fosse sua sirocchia. —
112. — Allor si volse a noi, e pose mente,
Movendo 'l viso pur su per la coscia,
E disse: — or va su tu, che se' valente. —
115. — Conobbi allor chi era; e quell' angoscia,
Che m' avacciava un poco ancor la lena,
Non m' impedì d' andare a lui; e poscia
118. — Che a lui fui giunto, alzò la testa appena,
Dicendo: — Hai ben veduto come il sole
Dall' omero sinistro il carro mena? —
121. — Gli atti suoi pigri, e le corte parole
Mosson le labbra mie un poco a riso;
Poi cominciai: — BELACQUA, a me non duole
124. — Di te omai; ma dimmi, — perchè assiso
Quì ritta sei? attendi tu iscorta,
O pur lo modo usato t'ha ripriso? —
127. — Ed ei: Frate, l'andare in su che porta?
Chè non mi lascierebbe ire ai martiri
L'uccel di Dio, che siede in su la porta.
130. — Prima convien che tanto il Ciel m'aggiri.
Di fuor da essa, quanto fece in vita,
Perch' io indugiai al fin li buon sospiri,
133. — Se orazione in prima non m' aita,
Che surga su di cor, che in grazia viva;
L'altra che val? che in Ciel non è udita?
. . . .

Fra i moderni commentatori di Dante, quegli che raccoglie maggior copia di notizie sul BELACQUA è *G. A. Scartazzini*, — e questa è la di lui nota 123.

BELACQUA. — Di costui poche notizie si rinvengono negli antichi. Il LANA non dice altro se non: « *Questo* BELACQUA *fu una pigrissima persona* » segno che egli non ne sapeva nulla. L' OTT. tace. L' AN. FIOR. poi scrive: « Questo BELACQUA fu un cittadino da Firenze, artefice, et « facea cotai colli di liuti e di chitarre, et era il più pigro uomo che fosse mai; et si dice di « lui ch' egli venía la mattina a bottega et ponevasi a sedere, et mai non si levava, se non quando

« egli voleva ire a desinare et a dormire ». Ora l'Auttore fu forte suo dimestico: molto il riprendea di questa sua negligenza; onde un dì, riprendendolo, Belacqua rispose colle parole d'Aristotile: « *sedendo et quiescendo anima efficitur sapiens:* » di che l'Auttore gli rispose: « *per certo, se per sedere si diventa savio, niuno fu mai più savio di te.* » — Il Postill. Cassin. dice: « *Iste* Bivelacqua *fuit optimus Magister chitararum et leutorum, et pigrissimus* (sic) *homo in operibus mundi, sicut in operibus animæ.* » — Anche Benv. Rambal. lo dice fiorentino, fabbricator di chitarre e di altri musicali strumenti, ed aggiunge che fu inoltre capacissimo nell'intaglio, ed anche discreto suonatore. Il Buti non ne sa altro, se non che Belacqua fu molto negligente, — ma pur al fine si pentì. — I Commentatori posteriori non seppero aggiunger nulla a queste notizie, anzi l'Arrivabene (*Secolo di Dante*, Udine 1827, p. 584) non ne sapeva nemmen tanto. Il Vellut. confessa ingenuamente: Chi fosse questo Belacqua altramente non troviamo, ed il Lomb. aggiunge — questa confessione esser fatta a nome di tutti gli Espositori.

(301) (*) **BERNHARD** o mastro **BERNARDO d'ALLEMAGNA.** — L'organo, da lui costruito pel Duomo di Milano, fu severamente giudicato dal Mercatello e dal nostro Modenese Tantino (1).

Nel 1457, a' 20 Agosto, gli si accordano lettere di passo assieme ad un consocio, per tre mesi.

(4028) **BERTOLOTTI** mastro **FRANCESCO,** detto *violì* (violino) padre di Gaspare da Salò (2).

(4027) **BERTOLOTTI (GASPARE)** conosciuto sotto il nome di **GASPARE DA SALÒ.** (3) — Un bello sprazzo di storica luce apparve, tre anni or sono, nella *Nuova Antologia*, su questo interessante grande artista, caposcuola dei liutieri Bresciani, supposto (dopo l'avvenuto trasformativo evoluzionismo della famiglia delle *viole* in quella de' *violini*, a fronte del dubbio Testator il *vecchio*) il vero creatore dell'odierna forma del *violino*, affermata poi, anzi divinizzata, dall'incomparabile Antonio Stradivari. Voglio con ciò accennare al rinvenimento del cognome patronimico di Gaspare da Salò, accertato su documenti sincroni ed irrefragabili, trovati nell'Archivio di Stato di Brescia (1891) da quell'egregio Direttore prepostovi, il cav. Gio. Livi. — Sarebbe di molta difficoltà, per esser breve, tutte riassumere quelle preziose pagine. Dopo ciò non posso esimermi di completare la nota del n. d'ordine 2775 del mio primo elenco nella quale pegli ama-

---

(1) Cfr. Motta E. « *Musici alla Corte degli Sforza* » Milano — Prato — 1887, pp. 47.

(2) Cfr. Gio. Livi — *Gaspare da Salò e l'invenzione del violino da documenti inediti* — nella *NUOVA ANTOLOGIA*, Vol. 34, (Serie 3ª, 16 agosto 1891), Fasc. 16, Roma, Tip. della Camera dei Deputati — p. 663 e segg.

(3) V. 2275, a p. 205, nelle note.

tori di liuteria altro non avrei potuto dire che quanto già era cognito alla generalità di essi. Per mezzo intanto del LIVI un ignoto cognome uscì dalla leggenda: egli ci ha dato particolareggiatamente — cognome di famiglia, patria, paternità, figliazione, date di nascita e morte, l'educatore e qualche allievo di quel gran mastro liutaro, conosciuto quasi sino al presente sotto il semplice nome di GASPARE DA SALÒ. Fu dunque, di mastro GASPARE, avo paterno un SANTINO BERTOLOTTI di Polpenazze, e padre, FRANCESCO pittore, sovranomato VIOLI (vern. Bresc. di *violino*) (1).

Uno de' suoi figli, il primo, esercitò pure la liuteria sotto d'esso, in compagnia d'un tal LAFRANCHINI, e del celebrato GIO: PAOLO MAGGINI. In una polizza d'estimo del 1568 GASPARE, *mastro da violini*, si dava 26 anni: nato dunque circa nel 1542, egli morì in Brescia ai 14 aprile del 1609, ed ivi fu sepolto nella chiesa di S. Giuseppe.

Con questa felicissima trovata fa il LIVI opportunamente osservare che gl'impronti del SALÒ, che portassero date succedanee al 1609, sono contraffatti o falsificati. — Io poi aggiungerò che i non pochi strumenti di mastro GASPARE da me ispezionati non mai portavano nell'impronto la data dell'anno, cosa tutta caratteristica de' strumenti ad arco Bresciani del secolo XVI°. Potrei altri citarne, e, in ispecie, il violino di GIOVITA RODIANI che tuttora posseggo, entro il quale è visibile a stampa, in bellissimi e chiari tipi dell'epoca « GIOUITA RODIANI *In Brescia.* » È incomprensibile come chelurgografi del valore di FÈTIS e di VIDAL abbiano consegnato alla storia il nome di questo liutaro, storpiandolo in IAVIETTA e anche IUVENTO BUDIANI!! Tal'altro lo metamorfosò pure in GIOVENZIO!!

(583) (*) **CASTALDI (BELLEROFONTE).** — Qui non v'entra la liuteria, ma trattandosi d'un famoso nostro collezionista di strumenti musicali, tiorbista e musicista, del quale trattai specificatamente in uno de' NN. della « *Musurgiana* » (2) consegno alla rubrica « *Documenti* » della V^a Aggiunta all'Elenco dei *Fabbricatori di strumenti armonici,* due lettere, dalle quali risulta che in Roma ei non passava al certo come uno stinco di santo, ed io le dò in prova di quanto asserii nella monografia che lo riguarda.

---

(1) Nel dialetto Ascolano il violino si dice *vieli*!! ricordante il *vieille* francese.

(2) VALDRIGHI, *Musurgiana* (N. 3). — *Di Bellerofonte Castaldi e per incidenza d'altri musicisti Modenesi,* etc. Annotazioni bio-bibliografiche, etc., estr.: dagli *Atti e Memorie delle Deputazioni di Storia patria dell'Emilia.* — Nuova Serie, Vol. V, parte I^a — Modena, Vincenzi, 1880, p. 14.

(**661**) (*) **CIPRO** o **CIPRI**, ed anche **CIPRIA** (**GIULIO**). — L'antico organo di S. Francesco della Mirandola fu opera sua: era a corista Lombardo, e avea 7 registri.

(**87**, p. 112) (*) *Corde armoniche di minugia.* — Nelle note al 1.° Elenco è citato il vocabolo *bussolotto* per dinotare l'impaccatura delle corde come usavasi fare dal fabbricatore *A. Angelucci* di Napoli. — Il *bussolotto*, sarà stato ciò ch'or'si dice *rocchetto*. Nella metà del diciasettesimo secolo pare che, in Roma s'appellasse invece *farfecchia*, e ne trovai la prova nella Canzone « *L'Imprecatione* » del Romano BASTIANO BALDINI, ms. della metà del suaccennato secolo che si conserva nella Biblioteca Estense di Modena. In questa poesia scritta contro un tale che tagliò le orecchie ad un suo asinello, così, nella quindicesima strofa, si esprime:

« *A lui vivo siano involte*
Le budella immonde e lorde
Come avvolgonsi le corde
Del violin, sulla farfecchia. » (1)

(**909**) (*) **DUIFFOPROUCKAR** (**GASPARE**). — Il Sig. ENRICO COUTAGNE (2) presentando, dopo una disquisizione accurata di documenti Lionesi, uno specchio della vita di questo grande liutaro, tutte distrusse le leggende sul di lui conto spacciate, dal 1812 al 1883, dagli storiografi di liuteria. È pertanto mio dovere qui riassumere i risultati degli studî del dotto Accademico Lionese. Al Sig. COUTAGNE fece primamente un gran senso la mancanza di questo cognome negli archivî di Mantova, ed io potrei aggiungere (*sino al presente*) in quelli di Modena, che poi sono in parte quelli di Ferrara: ed invero è cosa singolare che nel mobilare delle splendide Corti dell'alta Italia non appaia questo nome di rinomato artista, lavorante in Bologna nella prima epoca dello sviluppo della violineria.

DUIFFOPROUCKAR GASPARE sarebbe *nato in Frisinga, città della Baviera, e morto a Lyon verso il 1570, dopo avervi soggiornato almeno 17 o 18 anni.* Il COUTAGNE poi così segue il suo ragionare. « Secondo le mag-« giori probabilità la giovinezza di GASPARE fu impiegata a farne la educa-

(1) *Farfecchia*, è una tavoletta che serve a ingavettare le corde di budello per gli strumenti ad arco e pizzico.

(2) COUTAGNE — « *Gaspard Duiffoprouckar et les luthiers Lyonnais du XVI siecle* etc. » — Discours de reception a l'Academie de sciences, belles lettres et arts de Lyon (21 mars 1893) — Paris — Fischbacher — 1893.

« zione professionale in una o più delle antiche scuole di liuteria della « bassa Germania, la cui storia è ancora circonfusa da profonda oscurità; « poi incamminossi direttamente verso il Sud-Ovest, attirato, come tanti suoi « compatriotti, dalla reputazione delle fiere trimestrali di Lyon, ivi fis- « sandosi. » Io qui voglio notare essere degno d'osservazione il fatto che — nella stessa guisa nella quale in Italia dopo il trovato della stampa (o per Panfilo Castaldi, o per Gianni di Guttemberg, che creder si voglia, e specie dopo il 1465) aggiravansi molti Alemanni a propagarne il beneficio e a lucrarne, quasi contemporaneamente vi si sparsero, per ogni dove, artefici della stessa Nazione a esercitarvi l'arte della liuteria. Chi difatti precorse fra noi le perfezionate scuole liutistiche Bresciana, Cremonese, Bolognese e Veneta furono — in Brescia il, dalla K accusatrice, KERLINO (1391-1451) (1) — in Bologna MALER LUCA (1415-75) e FREY GIOVANNI (15..?) (2) — in Venezia MALER SIGISMONDO detto *il Todesco* (1460-1526) (3) e MORX UNWERDORBEN (1415) (4) e fors' altri di date non ben determinate, in Padova.

Anche in diverse altre cose, durante quel periodo, fu esercitato in Italia l'uso della mano d'opera Tedesca, specie in certe escavazioni metallurgiche, ordinate dai Duchi di Milano (5).

(4135, *Agg. 5.ª*) **DUIFFOPROUCKAR (GIOVANNI di GASPARE).** — Negli archivî della *Camera dei notari di Lyon* si legge che « dal 1585 GIOVANNI DUIFFOPROUCKART costruttore di liuti, dimorante in Lyon, figlio e coerede, per beneficio d'inventario, di mastro GASPARE, quando viveva pure fabbricante di liuti in Lyon, aveva tratto partito dalla fiduciaria successione di suo padre, lasciando al Sig. Giuliano Viard, guardia e munizioniere di quella città, per buoni e aggradevoli servizî (probabilissimamente d'ordine pecuniario) tutti i suoi diritti sull'area dell'abitazione paterna. (6) »

---

(1) Cfr. il 1° Elen. dei Fabbricatori di strumenti armonici p. 47 N.° d'ord. 1615 e nelle note (N.° stesso) a pp. 168.

(2) Cfr. ibid. rubr. cit. pp. 56, N.° d'ord. 1930, e nelle note a pp. 176, e 149 N.° d'ord. 1115.

(3) Ibid. Note al 1° Elen. p. 176.

(4) V. 1° Elenc. pp. 94. — Consultisi ancora il Dott. COUTAGNE nel suo discorso succitato, dove parla dell'antichissime liuterie del Brabante, Fiandra, Alemagna (Nüremberg), Polonia, Inghilterra e Scozia.

(5) MOTTA EMILIO. — « *Musici alla Corte degli Sforza* » — Milano — Prato — 1887 — pp. 106 e segg.

(6) COUTAGNE — *Gaspard Duiffoprouckar et les luthiers Lyonnais du XVI siecle, etc.* — Paris — Fischbacher — 1893.

(**4136**, *Agg. 5.ª*) **DUIFFOPROUCKAR** (**ULDRICO**). — Il Dott. COUTAGNE sovra citato scrive che WASIELEWSKI nota l'esistenza di due liutieri dal nome di DUIFFOPROUCKAR, — GASPARE ed ULDRICO — esistenti in Bologna nel principio del secolo XVI, il primo dei quali fu ivi oggetto della benevolenza di re Francesco I, che l'avrebbe voluto seco in Francia, come già io stesso notai sino dal 1884 a pp. 142 delle note al mio 1.° elenco. Le successive rettifiche, dopo le incessanti nuove scoperte dei rovistatori dell'istoria della liuteria, porrebbero questi riferti del WASIELEWSKI e anche quelli del liutaro *Bianchi* da me citati, in un ambiente alquanto leggendario, perchè, come più tardi vedremo, dal 1470 al 1515 intercedendo una buona quarantina d'anni il GASPARE (Tedesco di Frisinga) andato a stabilirsi a Lyon, sarebbe, secondo il ritratto inciso da Voeriot, nato invece nel 1514. (1)

(**1016**) (*) **FERLENDES** di Bergamo chiamavasi *Giuseppe*.

(**1105**) (*) **FRANKLIN**. — Dove, nella nota del 1.° elenco che parla dell'armonica si dice che per inumidirne i bicchieri si può agire colle dita leggermente *inacidite* con aceto, doveva stamparsi *inasprite*.

(**1155**) (*) **GAGLIANO** (**GENNARO**). — Leggasi *Alessandro*.

(**4489**) **GALEAZZI** (**EUGENIO**) proviene da quel *Francesco* il quale oltre agli *Elementi di Musica*, diè in luce a Roma il volume che tratta *del contrappunto*, opera che anche nella scuola d'oggidì viene citata dal DE-SANTIS nella sua *Polifonia* dell'arte moderna.

(**1168**) (*) **GALLI** (**DOMENICO**) calligrafo, disegnatore a penna, intagliatore in legno e musicista. — Già nelle note al 1.° Elenco di fabbricatori di strumenti armonici descrissi, con un certo entusiasmo, le due eccentricità d'artistico intaglio di questo nobile talento e ne citai una retrospettiva illustrazione del Conte GIO: FRANCESCO FERRARI-MORENI, letta nel 1861 (21 gennaio) a un'adunanza della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti, sotto il testo « *Cur somno inerti deseram patriae decus?* » — illustrazione,

---

(1) Cfr. VASIELEWSKI « *Die violine und ihre Meister* » Leipzig — 1883 — per i due *Duiffoprouckar* di Bologna (?).

accennata soltanto in riassunto, in quelle *Memorie* Accademiche, (Sez. Arti). (1)

Questi strumenti costruiti a traforo e ad intaglio di stupenda fattura, dei quali, se ho già parlato, qui riparlo, conservavansi, per l'addietro a quanto si dice, (specie prima del 1859) in una guardaroba di Corte, entro solide custodie, ravvolti in trapunta coltrice di seta verde, che tuttora esiste e che, al presente, serve di cuscino all'inferior' parte del *violoncello* attribuito a Nicolò Amati, chiuso, assieme alla *viola* dei fratelli A. e G. Amati, entro apposita e separata vetrina. — Per verun documento non si è finora saputo se que'strumenti potessero un di esaminarsi fra le preziosità del palazzo Ducale dal 1691 al 1859. — Ci vollero più di 170 anni perchè uscissero dall' oscurità, cui sembra fossero stati condannati, assieme ad altri pregevoli oggetti d'arte che adesso loro fanno contorno nel grande corridoio della Galleria e Museo Estensi che ultimamente si riaprirono a' terrieri e stranieri. Fortuna volle che nel 1859, mercè l'amore all'arte di Adeodato Malatesta, e dell' Ispettore prof. Agostino Cappelli sfuggissero allo sperpero di tanti oggetti di raro valore, che sussegui la partenza di Francesco V d'Austria d'Este. Ma prima di essere collocati in luogo dal quale si può sperare non più trasmigreranno, ebbero i lavori del GALLI un'esodo moltiplice: poichè, usciti, nel 1860, dal magazzino di palazzo, dove non si comprende come si salvassero dalle rapine del 1796, furono nel 1860 esposti in una delle sale della Galleria Estense, del lato Nord, aperta già, sino dal 1854, al pubblico.

Avvenuta nel 1880 la cessione alla Scuola Militare degli ambienti della Biblioteca e Pinacoteca Estensi, i quadri di questa, non essendo approntati i nuovi locali, furono alla meglio raccolti nell'Accademia di Belle arti, e l'altra

---

(1) *Memorie della R. Accademia di S. L. ed A. di Modena.* Tom. III — ivi Tip. Eredi Soliani 1891 — pp. LX-XI. — (Sezione Arti) — Avevala il C.te Gio: Francesco destinata da stamparsi parzialmente con questo frontispizio. — « *Intorno un violino ed un violoncello* | *ornati di sculti allegorici intagli* | *per opera del valente artista* | *Domenico Galli da Parma* | *esistenti nella R. Galleria Palatina* | *di Modena* | *Descrizione* | *con note ed appendice* | *letta nell' adunanza tenutasi* | *li 21 gennaio 1861 dalla R. Accademia* | *di scienze Lettere ed arti in Modena* | *dal socio archivista Ferrari-Moreni* | *C.te Gio. Francesco* » — (vignetta allusiva) — Modena . . . . » — Ciò non ebbe allora seguito alcuno, ma ottenutane cortese visione dal figlio suo *Giorgio* mio collega ed amico, e licenza di pubblicarne qualche estratto, ciò faccio nei *Documenti* che chiudono questa V^a^ Aggiunta ed ultima, in omaggio — primamente alla memoria di un collega d' Accademia, in rendimento di grazie per la permissione del figlio, e a compimento della mia nota a p. 151 e 53 dove di volo accennai alle *politiche allusioni* degl' intagli del GALLI. — Il C.te Gio: Francesco Ferrari-Moreni mancò ai vivi nel 1869 in età di circa 80 anni. Ne ha stampato il C.te Giorgio di lui figlio la bibliografia.

suppellettile artistica, della quale facevano parte gli strumenti del Galli e la famosa, da ignoto autore, arpa miniata alla Damaschina, venne posta in deposito provvisoriamente nel Museo Civico dove rimase visibile sino al gennaio del 1883. Ma il trasferimento di questo nel nuovo locale ad essa assegnato nell'Albergo-Arti, fece sì che l'autorità Comunale, appoggiata al protocollo del 1868, prendesse in consegna quanto v'era d'artistico, allogandolo in casse e in buona custodia nei locali dell'Accademia di belle arti del che v'ha dichiarazione del Sindaco, e del Direttore di questa in data 31 marzo 1886, in attesa della finale collocazione definitiva, che poi fu inaugurata ai 3 Giugno del 1894, giorno della celebrazione solita delle feste dello Statuto.

(**1237**, p. 37) **GIOVANNETTI (LEONARDO).** — Uomo di gran talento e di genio enciclopedico, avuto fra le mani un violino prezioso, che in Lucca, durante il principato della Bacciocchi, era stato il beniamino di N. Paganini, esaminatane la forma, le dimensioni e la vernice, uno nuovo ne fabbricò su quel preciso modello che riuscì perfetto in estetica e sonorità. Il prof. Michelangeli direttore dell'accademia musicale di Lucca, provatolo, non seppe più separarsene, e confortò il Giovannetti a fabbricarne altri da mettere in commercio. E cinque ne costrusse il Giovannetti, che mandò all'Esposizione di Parigi nel 1864. Ciò scriveva il Sig. S. Mattei da Montefalo (Savigno) al *Resto del Carlino*. Sdegnato per una trappoleria, fattagli da un commerciante di Londra, non volle più costrurre strumenti a corda e nascose in se stesso il segreto della vernice, ch'eragli riuscita perfetta, perdendosi in esso (che dovrebb'essere mancato a' vivi circa nel 1877) un dilettante che avrebbe onorata la liuteria Italiana.

(**1233** 2°) (*) **GIORGIO**, prete, di Venezia costrusse, *mirifica arte*, l'organo destinato a Ludovico, il Pio. (1). — Prete Giorgio è considerato padre e caposcuola degli organari. — Dante disse *dolce* l'armonia dell'organo, dove (Par.so XVII°, Can. 44), scriveva — ..... *sì, come viene ad orecchia — Dolce armonia da organo.....*

(**4218**) (*) **GUARNERI (UBALDO, d'ANDREA?).** — Se un polizzino entro segnato con questa leggenda, mostratomi da un nostro commerciante in violineria, fosse stato autentico davvero, ei potrebbe accrescere il numero

(1) Cfr. Eginardo (*Annali*) e l' « *Historia translationis S. Marcellini et Petri* » (lib. 4°, N. 75).

degl'individui della liutistica dinastia *Guarneriana*. Getto questo sinora ignoto personaggio nel *mare magnum* dei miei elenchi per sdebitarmi del qualsiasi valore della trovata. Ancor'quando quest'individuo della famiglia GUARNERI di Cremona fosse fantasticato, lo posi nella mia rassegna anche per mettere in guardia l'ignaro dilettante contro la metamorfosi in GUARN-I-ERI fattagli subire in questi ultimi tempi da qualche chelurgografo, contro la quale giustamente emise un grido d'allarme da Londra il 4 aprile 1892 il Sig. FEDERICO SACCHI di Cremona (1).

(1404) **HARTUNG (MICHELE).** — Dimenticato nei miei elenchi questo liutiere apparirebbe secondo E. G. BARON (2) uno degli allievi di MAGNUS, VENDELINUS e LEONARTH TIEFFENBRÜCKER, assieme a VENDELINO VÈNERE, nelle loro liutistiche officine di Padova e Venezia, fiorenti sulla fine del XVI° e nel principio del XVII° secolo.

(4245) **KAREST (IOHANNES).** — Autore d'una spinetta a sei angoli (rarissima dice un catalogo *Franciolini*) con due rosette. Su questo strumento del secolo decimosesto si leggeva « *Laudate Dominum in chordis et organo, laudate eum in cymbalis bene sonantibus. — Omnis spiritus laudet Dominum.* » — V'era uno stemma gentilizio.

(4260) **LAFRANCHINI (GIACOMO di BATTISTA)** garzone nell'officina di GASPARE DA SALÒ, assieme a GIO: PAOLO MAGGINI stava nel 1614 in qualità di *maestro di violini*, a servizio di quest'ultimo.

(4265) **LAUGIER (DE) (ROBERTO)** Lorenese, professore di Chimica e Botanica all'Università di Vienna d'Austria, fu, nel 1772, chiamato da Francesco III per l'insegnamento di queste stesse scienze nella nostra di Modena, dove morì nel 1793. (3) Avendo lasciato erede della sua sostanza l'Università di Modena potei dal relativo atto legale, conservato nel R. nostro Archivio di Stato, ricavare ch'era possessore di alcuni strumenti musicali, designati nella seguente parcella.

— *Violoncello di Tommaso Balestrieri* Cremonese, fatto in Mantova

---

(1) Vedasi *La Provincia*, giornale di Cremona del 9 aprile 1892 nell'articolo « *La storpiatura del cognome* GUARNERI, etc. »

(2) BARON (ERNST GOTTLIEB). « *Historische theoretische und practische Untersuchung des Instruments des Lauten* » Nüremberg, 1727.

(3) VACCÀ LUIGI. *Cenno storico sull' Università degli studi in Modena,* Ivi, Cappelli 1872.

nel 1780, (1) comprato da *Antonio Pollastri* (2) per mod. L. 62 e 70. *Viola* di *Gio: Gregorio Huber,* Vienna 1667, finita in casa *Manzòli del Monte*, per mod. L. 90 (3).

Violino di *Gio: Cristoforo Leidolf,* Vienna 1757, comprato da *Luigi Baggi*, per mod. L. 120 (4).

La perizia fu fatta nel 1794 da

Bràidi Geminiano d' Andrea, Modenese perito liutaro (5) e da

Bertani Domenico fu *Giuseppe* pure di Modena, fabbricatore di flauti e violini, perito (6).

Codesta stima è degna d'osservazione per gli amatori del commercio della liuteria tanto antica che moderna, ogni giorno sempre più affermantesi.

Gli enormi prezzi raggiunti durante l'ultimo decennio nelle compre e vendite di classici strumenti da corda, specie Italiani, dovrebbero condurre a uno studio di comparazione tra i valori ad essi attribuiti nel momento in che furono creati, e quelli che l'interesse, il gusto, la concorrenza loro assegnano presentemente. Sarebbe un nuovo punto di vista sotto il quale nuovi libri e trattati potrebbero accrescere la bibliografia della violineria. Qualche cosa del genere è già apparso in Francia nel 1894 per parte del Sig. R. DUPUICH (7) circa le scuole Italiana, Francese, e Tedesca. — Per quanto riguarda noi non sarebbe un lavoro irto di penosissima difficoltà, ma d'un interesse supremo, e piacevole. Veniamo a un esempio: — STRADIVARI vendeva quattro luigi d'oro i suoi violini: ora qualcun ne fu venduto per 25 m. franchi: forse otto i violoncelli, e ultimamente a Londra uno ne fu venduto per 83 m. (8).

Già nei *Documenti* da me estratti dall'Arch. nostro di Stato feci conoscere che nel Sec. XVII i violini del gran NICOLÒ AMATI vendevansi *dodici doppie* di Modena, e *tre* quelli di FRANCESCO RUGGERI *detto il Per;* ed or si sà che qualche autentico NICOLÒ AMATI giunse al valore di 20 m. lire, e circa 2500 un FRANCESCO RUGGERI. — Cent'anni dopo, sulla traccia del documento LAUGIER, vediamo persistere bassissime le quotizzazioni degli strumenti a corda.

---

(1) V. mio 1° Elen. de' *Fabbricatori di strum. armonici,* N. d'ordine 195, e N. medesimo nelle *note.*

(2) GRASULPHUS (N. 7) *Antonio e Ignazio Pollastri* — Modena, Tip. del Commercio, 1894.

(3) V. l'Elenco 1°, N. d'or. 1522, p. 45.

(4) V. la 3ª Agg. all'Elenco 1°, N. d'ord. 3821, p. 10.

(5) V. la 5ª Agg. all'Elenco 1°, N. d'ord. 4049.

(6) V. il 1° Elenco al N. 307, p. 10.

(7) R. DUPUICH — Traitè de lutherie ancienne — *La cote du violon* — Paris — Fissore — 1894.

(8) F. I. FÉTIS. « *Antoine Stradivari,* etc. » — Paris — Vuillaume — 1856, pp. 76.

Messi da parte i due violini *tedeschi* che forse ora si stimerebbero 100 L. correnti a petto delle 30 e 40 attribuite loro nel 1794, il Balestrieri valutato nella stima Braidi e Bertani circa L. 20 potrebbe ora valutarsi dai 300 ai 500 franchi (1).

(1971, *Note al 1.° El:*) (*) **MARISCOTTO** (ed *arpe*) — Marziano Cappella narra che dell' arpa usavano i musicanti dell' orde barbariche del settentrione, che nel V secolo rovesciaronsi sull' Impero Romano. Il Cappella lo designa fra quegli strumenti il cui suono aspro e grave (?) scuoteva e allontanava la timidezza nel debol sesso! (2). — A Sulmona e a Vigiano si fanno ancora le arpe sull' antico sistema, ad armacollo. I Vigianesi sono quella piaga di strimpellatori ambulanti che è nostra vergogna all' estero come gli organettari, specialmente a Londra (3).

(1909) (*) **MAGGINI (GIO. PAOLO)**. — Cfr. Berenzi « *Di Gio. Paolo Maggini celebre liutaio Bresciano* » Brescia, '890 — e « *La patria di Gio. Paolo Maggini* » Cremona, 1891, ed anche G. Livi — « *Nuova Antologia* » del 16 agosto 1891.

(1931) (*) **MALLER** (detto il **TODESCO**) è cognome che richiama l' importanza della verniciatura negli strumenti musicali ad arco e pizzico. La vernice che davasi a questi arnesi da suono l' ebbe, sino dal secolo XVI, in così fatta maniera, che i Principi Estensi notissimi Mecenati dell' arte liutaresca, stimando la vernice un privilegio, una rarità circonfusa da una specie di mistero, insinuavano a' loro ambasciatori di procurarsene in tutti i modi le ricette. Ne aveva il nostro Maller liutaro in Venezia una preziosa — e Alfonso I — *la volle.* — I documenti su questo fatto già furono da me pubblicati sino dal 1884 (4) quelli s' intende, della *ricerca,* non quelli della *ricetta,* che, mandata al Duca, dal suo agente Tibaldi, o è smarrita fra la congerie delle carte del nostro Archivio di Stato, o, consegnata agli artieri di Ferrara, sarà malauguratamente andata dispersa. L' antica vernice dei classici maestri liutari di Brescia e Cremona fu anch' essa, checchè se ne voglia pensare, un vero mistero, almeno almeno per la sua chimica essenza. — Come fare a scovare ciò che costituiva quella meraviglia, quella bril-

(1) R. Dupuich. loc. citato.

(2) Frojo G. — *Origine e sviluppo dell' arpa.* — Padova 1887.

(3) Cfr: il bellissimo libro del marchese R. Paolucci de' Calboli « *I girovaghi italiani in Inghilterra ed i suonatori ambulanti* » Appunti storico-critici — Città di Castello — Lapi tip. edit. 1893, ed anche *Piccolellis.*

(4) Cfr. ne' Documenti dei *Fabbricatori di strumenti armonici* quello segnato XLV a p. 267.

lante splendidezza? — Forsechè la ceramica moderna ha potuto ancor' riconquistare l'azzurro inimitabile di Luca della Robbia? — Il segreto dunque dell' antica vernice italiana può dirsi un ramo d' arte forse perduto per sempre, e sino al giorno d' oggi vani riuscirono i molti tentativi oprati per risuscitarla! — *les anciens*, scrive il liutaro Grivel (1) *emportèrent avec eux leur sècret dans la tombe!* Le formule Amati, Guarneri, Stradivari sono introvabili e i ricettarî dell' epoca non ne danno alcun' esempio (2). Sono perciò passivi d' una nota di vero biasimo tutti coloro che ne' ristauri de' classici strumenti a corda profanano quel prezioso rivestimento (3).

(**4491**) **MAURIZII** (fratelli) coltivatori di terra in Appignano d'Ascoli Piceno furonmi, dal parroco di Poggio di Bretta, designati *armieri* e anche *liutari*, e, come tali, costruttori di viole, violini e *violoni* detti, quest' ultimi nel vernacolo de' rustici dell'Ascolano, *rebecò* (in singolare) e *rebecù* (in plurale). — Questo vocabolo proviene dal *rebab* Arabo, e suoi derivati nelle varie nazioni (4). Cfr. nel mio *Prodromo*, la p. VI, e, nei *Corollarii*,

---

(1) V. Grivel — « *Vernis des anciens luthiers d' Italie, perdu depuis le milieu du XVIII siècle, etc.* » — Grenoble — Allier — 1867.

(2) Nei molti ricettarî ms. da me posseduti e in altri sfogliati nell' Estense per rintracciare qualche antica formula di vernici da violini fui sfortunatissimo ricercatore, ed una sola n'ebbi da un liutaio di questa provincia trovata in un frammento di ricettario ms. dello scorso secolo, che il lettore incontrerà nei Documenti.

(3) Oltre l' antiartistico attentato d' assottigliare il legno degli strumenti, credendo migliorarne la sonorità, vi fu nel secolo passato chi diè saggio di notevole asineria raschiando la vernice di strumenti anche *Guarneriani*, supponendo con ciò d' accrescerne il volume del suono.

(4) È singolar cosa che nel rusticano dialetto dei dintorni d' Ascoli Piceno si trovi ancor viva una designazione del *bassetto* o *basso* della scomparsa famiglia dei *rebecchi* Moreschi la quale (assieme a quella de' *liuti*, fra l' epoca delle *sarinde* asiatiche, e quella europea delle *viole ad arco*) grossolanamente, col suo tipo speciale, rappresentò la collettiva armonia dei concerti a corde che poi ebbe classico sviluppo e stabile trasformazione nell' aristocratica famiglia del violino, com' è oggidì. — Al proposito di quest' antica parola, forse nell' Ascolano lasciata dai Saracini dell' epoca del dominio Svevo ed ivi tuttora conservata con qualche lieve modificazione fonetica locale, — scrivevami il Cav. Giulio Cantalamessa — « L' avverto che gli Ascolani pronunciano « *rebecò*, facendo mute le *e* delle due prime sillabe, all' uso Francese — Dicono anche la parola « *rebèca*, lieve modificazione di *ribeca*; ed anche qui bisogna considerare come muta la prima *e*; « la seconda è da pronunciarsi coll' accento grave..... Badiamo però a non confonderci nell' appli- « cazione di tali vocaboli. Il violino (in dial: *vieli*) non è da confondere con la *rebèca*. Questa « è un violino ingrandito o piuttosto un contrabasso impiccolito e si suona tenendolo sospeso « lungo il fianco sinistro, o, più comodamente, appoggiato alla coscia, quando il suonatore è se- « duto. — Il *rebecò* è una *rebèca* ingrandita notevolmente (non mai però fino alla misura del « contrabasso) e si suona appoggiandolo in terra, per mezzo di una punta di ferro o di legno, di « cui è munito..... È superfluo il dire che la *rebèca* e il *rebecò* non si suonano che da campagnuoli. »

la p. 314, dove per incidente si parla del *rebecchino*, nome d'insegna, d'albergo e di contrada in Milano.

(2131) (*) **MONTESANTI.** — Nel 1792, colla spesa di mod. lire 5090 rinnovò ed ingrandì l'organo del Duomo della Mirandola d'ignoto autore, che già, coll'aggiunta d'un piccolo organino nel prospetto, era stato, nel 1758, ripristinato da Domenico Traeri. (1)

(1791, *in fine*) **PAGANINI** *(Il violino Guarneriano di)*. — Ecco come, da un amico mio, musicografo e chelurgografo distintissimo, il fu A. Vidal, mi venne descritta (19 giugno 1888) la prigione del *Guarnerius* Paganiniano. — « *Le violon de* Paganini *est enfermè a Gênes dans un armoire, se trouvant au bout du grand et magnifique salon du conseil de la Mairie: un garçon de bureau ouvre cet armoire et vous voyez un violon de face, sous un globe de verre, placè sur un piedestal; l'archet est derrière l'instrument, la garniture rongèe et effiloquèe produit le plus triste effet! — Sur le meme piedestal, et aux pieds du violon est posè un grand sabre, souvenir d'un general, dont j'ai oubliè le nom!.... mon Dieu! le sabre est une bien belle chose pour ceux qui l'aiment, mais vraiement la place de cet instrument mènaçant et guerrier n'est pas bien choisie, apres du doux et inoffensif violon de Paganini! il y a un antithese indigne de* « la bella terra dei suoni e dei canti »!

Io voglio tralasciare l'ultime frasi alquanto dure pel Comune di Genova, ma quello sfogo è perdonabilissimo a un appassionato amatore della classica liuteria Italiana com'era l'amico mio.

(157) (*) **PASINO (FRANCESCO).** — Nel 1571 questo musicista insegnava in Ferrara a suonar di liuto ai Sigg. Principini di casa d'Este.

(3944) (*) **PASIO (ALESSANDRO).** — V. nelle *note* alla 4ª Aggiunta, p. 13 e 27. — A questi parrebbe alludesse quanto qui sotto trascrivo tolto dal mio schedario: — « (1490, 9 ott.). Nell'archivio Gonzaga di Mantova « si trovano due lettere d'un tal Patricio alla Marchesana di Mantova « riguardo certa ordinazione d'un *clavacimbalo* in legno di cipresso ad un « *artefice Modenese*. Ciò racconta il Bertolotti nelle sue ricerche archivi- « stiche Mantovane, inserte nel *Giornale Ligustico*, Anno XV, fasc. IX e X, 1888. »

---

(1) Cfr. Piccinini « *Notizie Ecclesiastiche* » mss. nell'Estense.

(4370) **QUOCO DE (NICOLÒ).** — Di questo strumentaio v'è, nella collezione *Franciolini* di Firenze, un cimbalo pitturato, con piedi intagliati e dorati, con *tre* corde rispondenti al martelletto.

(4343) **PERRONI (FRANCESCO)** acquistò una certa notorietà nel costruire organi, quelli fra gli altri, della chiesa dei Gesuiti in Reggio-Emilia, e dell'arcipretale di Sèstola nel Frignano: era pure organista (1) del Duomo di Reggio sudetto. (*Comunicazione del Sig.* AUGUSTO BOSELLI, *ufficiale nell'Estense*).

(2747) (*) **RUGGERI (GIAMBATTISTA).** — Coloro che l'opinano Bolognese lo argomenterebbero dal ritenersi che BON sia abbreviatura di BONONIENSIS.

(2772) (*) **SACCHNI.** — Quasi certamente SACCHINI. Correggasi poi la cantonata tipografica SEBASTIANO in SABBATINO.

(2817) **SAVANI (GIULIO).** — Nel 1692 restaurò l'organo del CIPRIA di S. Francesco della Mirandola.

(2945) **SGARBI** (Il Padre *Gioacchino*) restaurò nel 1736 l'organo del CIPRIA di S. Francesco nella Mirandola, antecedentemente, nel 1692, corretto da GIULIO SAVANI.

(4027) **SIMONE DAL LIUTO.** — È notato dal LIVI avente relazione con GASPARE DA SALÒ per compre e vendite di strumenti musicali: è dubbio se fosse suonatore o commerciante. Cfr. la « *Nuova Antologia* » pp. 672 nelle note.

(4421) **STEIN** — Collezionista in Parigi ha venduto ultimamente alla march. Arconati-Visconti un'arpa da menestrello della forma *Davidica* adornata in avorio intagliato da un artista del quattordicesimo secolo. È uno strumento da Re; soltanto un principe ha potuto pagarne questa squisita

(1) Molti sono gli organari che furono contemporaneamente organisti, come al pari s'incontra ne' costruttori di strumenti a fiato. Ciò osserva il Sig. ERNESTO THOINAN con queste parole — « *Les feiseurs d'instruments a vent en bois semblent les seuls, qui se soient distinguès comme virtuoses sur les instruments qu'ils fabriquaient. On ne cite pas un luthier qui soit devenu habile violoniste ou violoncelliste* » — E. THOINAN, Le Hotteterres et les Chédeville, etc. *Paris — Sagot* — 1894 — p. 9.

decorazione di corone, gigli naturali, e scene del nuovo Testamento, come il Massacro degl'Innocenti e la Natività di G. C. — A questa è sovrapposta una scritta in Fiammingo « *au Bethlean* » e ne' supporti le lettere gotiche A. Y. — Venduta alcuni anni sono per 600 lire, la nominata March. Arconati l'ha pagata 15,000 lire e l'ha regalata al Museo del Louvre.

(**3061**, p. 212) (*) **STEINER (IACOB)**. — Otto cattedraticamente dichiara che i violini, che hanno l'impronta di questo artista *a stampa*, non gli appartengono punto.

(**3075**) (*) **STORIONI (LORENZO)**. — Un esemplare autentico e perfetto dei violini di questo autore è in casa dei C.ti Forni di Modena.

(**4461**) (*) **VILLANO D'ÀSCOLI (IL)** (1). — Di questi, oltre il Galeazzi (2), ne stampò Don Emidio Luzi (3). — Dalle seguenti notizie complementari delle rubriche, citate qui sotto in nota, vedranno i lettori quanto sia difficile l'esattezza in elucubrazioni della qualità della presente, — esattezza che quasi sempre ha nemiche le tradizioni incerte e le sorgenti storiche talvolta smarrite o trascurate. — Giuseppe Odoardi (racconta dunque il Luzi) nacque a' 6 aprile del 1746 a Poggio di Bretta, nell'Ascolano, da Antonio e Caterina Odoardi, padroni-coloni di pochi appezzamenti di terra. — Antonio non fu liutaro, ma scardassiere di lane, armaiuolo, bottaio e seggiolaio, uno, insomma dei *cent'ingegni* soliti a incontrarsi in ogni villaggio. *Giuseppe* apprese tutti i mestieri paterni, talchè, giunto all'età di vent'anni (1766), era di già l'oracolo de' contadinelli suoi coetanei. — Avuto un violino da rincollare, tutto lo scompone, e, studiatene le parti, lo riconsegna, due giorni dopo, non soltanto più ricco di voce, ma bello, per ben condotto lavoro, e tale da emulare un liutiere di professione. L'attento esame, fatto nel ristauro di questo strumento, lo invogliò di crearne uno nuovo tutto di getto, che tosto vendette a un girovago per 20 *madonnine*, monetuccia Ascolana, che aveva 25 centesimi di valore. D'allora cominciarono ad affluire alla sua bottega e campagnuoli ed artisti Marchegiani, cosicchè, affermatosi decisamente nell'esercizio dell'arte, in pochi anni costruì qualche decina di strumenti, i quali se levaron grido nelle Marche per le buone

---

(1) Cfr. il N. 2265 del 1° Elenco e le relative note a pp. 193 e 18 della 3a Aggiunta.

(2) « *Elementi di musica* » — Roma, Pilucchi e Cracas, 1791 — T. 1°, p. 81.

(3) Luzi Don Emidio — « *Giuseppe Odoardi* o *il Villano d'Ascoli-Piceno* » Lettura ai giovani delle scuole rurali — Ascoli-Piceno — 1872 — Tip. Cesari.

qualità loro, vennero pur cercati da stranieri, specie Tedeschi, che ne pagarono, al dire del LUZI, prezzi favolosi (?) — A ciò contribuì un tal SIEBER (1) della Boemia, violinista e suonatore di corno Inglese, celebrato per i due suoi allievi BALDASSARRE CENTRONI (2) e GIOVANNI VITALI (3) al quale, in una peregrinazione artistica nell'Ascolano, essendo andato in pezzi il violino, fu indicato *il villano* per ristaurarlo, e tanto fu quello straniero contento del lavoro, che un anno appresso, andò a visitarlo nel suo arsenaluccio di Poggio di Bretta e gli commise tre violini. Tre anni dopo la visita e l'ordinazione del SIEBER, dice il LUZI che ODOARDI GIUSEPPE moriva. — Scrisse GALEAZZI essere il liutaro nostro mancato ai vivi di soli 28 anni: ma questa cifra è per certo errata, poichè prete LUZI asserisce che — quando GIUSEPPE perdette il padre suo ne aveva di già 37, e conchiude, nella sua *Lettura*, col dirlo morto, *compiuto appena l'ottavo lustro* dell'età sua, circa dunque il 1786. — Rimane incerta la data del suo primo lavoro, come pure incerto l'esatto numero de' suoi violini e il prezzo loro dopo la prima vendita (4). La condizione di coltivatore delle sue poche terre lo fece, tra i liutari, sovranomare *il villano d'Ascoli*. Sento che in questo distretto Ascolano v'ha tuttora fra rozzi contadini chi si diletta di costruire

---

(1) Questo musicista Boemo, da me finora non riscontrato in alcun Dizionario biografico, prese dimora in Offida verso il 1780, vi si ammogliò con Maria Carlini, e v'inaugurò e fece fiorire un'Accademia Musicale. Gran suonatore di Corno Inglese e di Violino istruì nel primo il celebre *Baldassarre Centroni*, e nel violoncello *Giovanni Vitali*. — Una lapide posta a di lui onore in S. Agostino d'Offida lo ricorda ivi morto nel 1801, nell'età di 47 anni.

(2) CENTRONI BALDASSARRE, Napolitano, nato in basso stato, venne ad Offida con una banda di suonatori girovaghi: il *Sieber* vedutolo ben disposto nell'arte musicale lo prese con se. Fattosi eccellente nel suono dell'oboè e del corno Inglese, dopo la morte del suo maestro si ammogliò in Offida e, nel 1810, presa stanza a Bologna, vi fu eletto professore nel Liceo Filarmonico. Divenne in breve amicissimo del sommo *Rossini* col quale viaggiò in Inghilterra. Questi voleva che colà restasse come professore al Conservatorio di Londra, e concertista privato di Corte, ai quali impieghi era chiamato da quel Governo: ma il *Centroni*, che non aveva accettata la nomina di Membro Filarmonico del Teatro della Scala come voleva il Conte *Vaccari* Ministro dell'Interno, che nel 1814 rifiutò la carica di primo oboè nella Corte di Napoli, e in quelle di Lucca e Roma, tenne sempre Bologna come sua sede prediletta, chiamavasi pure sempre Offidano, perchè quivi aveva avuto dal *Sieber* quella istruzione, onde poi salì a onore e fortuna, e perchè ivi si era accasato con una donna degna di lui.

(3) VITALI GIOVANNI riuscì buon'allievo del *Sieber* nel violoncello. In Ascoli fu Accademico Trecentino, e vice-presidente di quell'Accademia Filarmonica. Fu nell'intimità e nella stima del gran *Rossini*. È morto nel 1845 in Ascoli dove pure nel 1878 morì suo figlio *Vitale*.

(4) Nel 1850 un violino del *Villano* fu venduto a uno di Teramo per un paio di buoi, circa dunque per 500 franchi.

violini e *rebecù*, e fosse pur vero! che ivi così potrebbe crearsi un minuscolo Mittenwald e Mirecourt (1).

(**4466**) **VIRCHIS (DE) (HYERONIMUS)** mediocre liutaro di Brescia (1525-65) fu, a' 23 marzo di quest' ultimo anno padrino a FRANCESCO, primo figlio di GASPARE DA SALÒ (2). Supponesi che, sotto il VIRCHI, abbia GASPARE cominciato a lavorare in liuteria.

(1) Di solito certe industrie locali, esercitate con fortuna dalla maggioranza degli abitatori d'una borgata presero il loro sviluppo da qualche artiere o dilettante in esse eminente. Così è in Francia a La Couture-Bussey, paesello conosciuto per la produzione di strumenti musicali di legno, e pel classico *tour de main* de' suoi tornitori. — È una reputazione che ha origine dagli HOTTETERRE e dai CHÈDEVILLE dal XVII al XVIII secolo. — Cfr. THOINAN — *Les Hotteterre et les Chèdeville*, etc. Paris — Sagot — 1894.

(2) V. GIO. LIVI « *Nuova Antologia* » (agosto 1891), come in nota antecedente.

DOCUMENTI (1)

LXXXVI.

SEC. XV — **LIUTI** — FRANCESCO PETRARCA: parcella di suo testamento — TOMMASO BOMBASI. — (V. *le Lettere senili* del PETRARCA, lib. V).

« *Magistro Thomae Bombasio de Ferraria lego leútum meum bonum, ut « eum sonet non pro vanitate saeculi fugacis, sed ad laudem Dei aeterni* » (2).

TOMMASO BOMBASI fu, nel 1364, chiamato dai Veneziani a dirigere la festa della corsa tenutasi nella piazza di S. Marco per celebrare la vittoria da essi riportata sull'isola di Creta. A quella festa assistette il PETRARCA, a mano destra del Doge, sulla gran loggia della Basilica Marciana.

LXXXVII.

SEC. XVII — **GALLI DOMENICO,** intagliatore in legno, etc. — Suo violino nel Museo artistico Estense. (*ms. inedito del Co. Gio. Francesco Ferrari-Moreni*). Cfr. nelle note al 1° Elenco il N. d'ordine 1168.

« Il *violino*..... è lungo cent. 36, largo 20 nella parte inferiore e 16 nella superiore (3). Il manico è lungo cent. 26 fino alla sommità del riccio, nella volùta del quale èvvi un'aquila ad ali aperte a cui sovrasta un figurato sole raggiante. I bìscheri sono liscî e quindi ritenuti non dell' autore, ma sostituiti (?) agli originali, forse perduti. Sulla *tappa* (4) lunga cent. 18, èvvi una vaga miniatura, difesa da cristallo, e rappresenta una candeliera, alla base della quale stanno seduti due genietti, ed un'altro al vertice della medesima colle braccia aperte in atto di stringere colle mani due rami di fronde e fiori, che sorgendo dal fondo salgono serpeggianti, lateralmente riunendosi alla sommità, sulla quale posa un'aquila coll'ali spiegate: sotto alla candeliera èvvi uno scudetto sul

(1) Fanno sèguito al N. LXXXV, pag. 293 e 4.

(2) Cfr. *Albinus* (40) nelle note al 1° Elenco, p. 108.

(3) Altezza delle fascie cent. 4.

(4) *tastiera.*

quale in caratteri microscopici leggesi una iscrizione (1). — La sommità della coda (2) a cui s'attaccano le corde presenta un ben intagliato gruppo, in rilievo, di emblemi militari, chiuso da un piccolo mascherone, con ornati. La parte anteriore del violino è fregiata all'intorno d'un ornato di buon disegno in lievissimi solchi formanti le linee del medesimo, ricoperti d'una tinta nera stesa sovr'esse. Le *fascie* sono un continuato fogliame intagliato a traforo. — La parte posteriore del violino presenta nella cima, dopo il manico in basso-rilievo, con qualche traforo ai lati, l'inquartato stemma Estense, circondato da un serto di fiori, al quale sovrasta, sporgente, la corona ducale, e sostenuto lateralmente da due genietti, essendovene altro sotto, che dà fiato ad una tromba, stando à cavallo d'un'aquila ad ali aperte, in atto di discendere, e tenendo nel rostro una corona leggiadramente sostenuta da altri due genietti librati in aria, e vi sottostà, entro una medaglia, un giovinetto in atto di suonare il violino, poggiato sulla sinistra spalla, standovi a' piedi accosciato un leone; a destra ed a sinistra altra figura per metà eretta, per cui l'autore ha voluto ritrarre Orfeo (sebbene in vece della lira suoni un violino) intorno al quale, come dice la favola, s'attruppavano le bestie feroci, al suono della sua lira per ascoltarlo, e del quale così lasciò scritto Orazio, nella sua Poetica:

« *Sylvestres homines, sacer interpresq: deorum,*
Caedibus et victu foedo deterruit, Orpheus,
Dictus, ob hoc, lenire tigres, rabidosq: leones. »

Sonovi più giù due vispi satiretti, seduti, che stringono festoni di fiori pendenti alla rispettiva destra e sinistra, chiudendo poi l'intiero intaglio una testa alata entro una conchiglia. Il tutto è eseguito con corretto disegno, con finissimo intaglio, e con accuratissima esecuzione, per cui si giudica un capo d'opera. Per entro apparisce un cartellino manoscritto, sul quale si legge: « DOMINICUS GALLUS Parmensis — *Parmae fecit anno salutis 1687* — » (Ms. *Ferrari-Moreni*).

LXXXVIII.

Sec. XVII — **GALLI** suddetto — Violoncello (o Basso) nel Museo stesso (Ms. inedito *Ferrari-Moreni*) Cfr. come sopra.

« Il *violoncello* si presenta di sorprendente lavoro e puossi dichiarare un vero miracolo d'arte e di pazienza. — È lungo cent. 80, largo, nella parte superiore 38 e nell'inferiore 47; la grossezza è di cent. 13. Il *manico* è lungo cent. 48 fino alla sommità del *riccio*, dalla cui *volùta* sbuca un Ippogrifo. La *tappa* è lunga cent. 42, sulla quale, per cent. 27 è posta una lastra di tartaruga

(1) V. avanti il Documento N. LXXXIX dal quale chiaramente traspare avere il Galli fatti questi intagli per commissione ducale.

(2) *codetta, cordiera.*

divisa in due, e la parte restante di cent. 15 finisce con un intaglio. Sovra i *bìscheri* èvvi, d'ambe le parti, un'aquiletta a due teste, leggermente scolpita e incrostata di nero. Nel *ponticello*, alquanto intagliato, lungo cent. 10, largo 8 èvvi, d'ambo i lati, un giglio in nero, filettato di bianco a cui sovrasta una corona Ducale. — Sulla *codetta* èvvi, miniato a colori, in piccola forma ovale, munito di cristallo l'inquartato stemma Estense. Dai lati lo scudo è sostenuto da due genietti, essendovene un terzo ignudo che lo sorregge, ed altro che sta nella cima, tenente nella destra un ramo d'alloro e, nella sinistra, una palma, sovrastando allo scudo la corona Ducale, sporgente intera e sostenuta nella parte posteriore da palme. Lo stemma posa sovra un fronzuto ramo d'alloro, dal quale escono lateralmente due clave, due fiaccole e 4 bandiere, essendo il ramo stretto nel fondo, da un nastro che tiene allacciate una spada ed una tromba. La parte anteriore presenta, come nel *violino*, un ornato in cui, sovra disegno leggermente incavato scorre una nera incrostatura filettata di bianco, e nel mezzo stà una nera aquila bicipite (ad ali spiegate, e sovrastantevi la corona imperiale) nel cui ventre è collocato un cartellino difeso da cristallo in forma di cuore sul quale in caratteri microscopici v'ha scritto la dedica al Principe (1).

Per entro il *violoncello* si vede scritta in bei caratteri « DOMINICUS GALLUS *Parmensis fecit, Parmae, anno salutis 1691* » e da ciò rilevasi che, fra il primo e il secondo lavoro, intercessero quattro anni.

La parte posteriore (in gran parte di sorprendente mitologico allegorico lavoro (2) in intaglio a bassorilievo) presenta sotto del manico, lo stemma Estense

---

(1) V. avanti il *Documento* N. LXXXIX.

(2) « Le figure mitologico-allegoriche sculte dal Galli sul *violino* e sul *basso*, dedicati a Francesco II d'Este, alludono, com'ei stesso dichiara, alla Principessa Maria Beatrice d'Este figlia d'Alfonso IV e di Laura Martinozzi, la quale, nel 1673, sposò Giacomo duca di Yorck che, mancato ai vivi Carlo II nel 1685 e proclamato Re d'Inghilterra col nome di Iacopo II, fu incoronato unitamente alla sua consorte nel maggio dell'anno stesso nella chiesa di Westmünster, che in Bologna poi nel 1688 (20 giugno) diè alla luce un principino ch'ebbe il titolo di principe di Galles più tardi denominato Iacopo III. Il Duca di Modena spedì in Inghilterra il march. Bonifacio Rangoni per rallegrarsi di questa nascita, ma nel decembre dell'anno stesso Re Iacopo II fu espulso dal regno da Guglielmo Principe d'Orange suo genero, coll'intelligenza del Parlamento. Il gran Muratori scrisse che — di tanto danno agli Stuardi e alla religione cattolica fu causa in parte il suo troppo zelo pel Cattolicesimo, o di chi gli porgeva consigli. —

La Regina Maria col consorte e il principino di Galles fuggirono allora in Francia, ivi in S. Germain accolti da Luigi XIV. Nè quella fuga fu senza pericoli; ma cooperarono al salvamento di questa famiglia Stuarda con bell'esempio di fedeltà e coraggio due Modenesi, e tre Carpigiani: la contessa Vittoria Montecuccoli, in Davia, detta comunemente *la Marchesa del Monte*, il conte Galeazzo Estense-Tassoni, il P. Antonio Giudici gesuita, confessore ed elemosiniere di corte, e Don Francesco e Don Bernardino Sacchelli elemosinieri pure e cappellani di corte. Da taluni anzi si assevera che la contessa Montecuccoli dama d'onore della fuggente regina fosse travestita da carbonara e trasportasse il principe di Galles, poi detto *il Pretendente*, sano e salvo a S. Germain entro una grande scatola da parrucche. Il Pretendente passando per Modena diretto a Roma adì 12 febbraio 1717 sotto il nome di Cav. di S. Giorgio quantunque invitato dal Duca a scendere al suo palazzo non accettò, ed ebbe invece ospitalità in quello dei March.[i] Càmpori » — (Ms. *Ferrari-Moreni*).

inquartato, sormontato dalla corona Ducale, sporgente, sostenuto da una testa alata di putto, che altrimenti direbbesi un serafino, e circondato da un serto di fiori. — Sonovi ai lati due figure di donne, per metà ignude, che danno fiato a una tromba, sostenendo a mani alzate due emblemi militari; sotto allo stemma presentasi una Sirena, la quale, a braccia aperte, sostiene due festoni di fiori e frutti, i quali s'intrecciano e vanno a terminare sulla bipartita di lei coda di pesce: il tutto è contenuto entro una conca marina ai di cui lati sonvi emblemi militari; in uno strato a mo' di tappeto discendente sostenuto da due putti come librati in aria è posto un sole figurato raggiante. Nel centro del *violoncello*, in una medaglia circolare, vedesi in rilievo Ercole in atto di uccidere colla clava l'idra, alla quale premendo il dorso col piè sinistro stà per scagliare il colpo sulla settemplice testa che eretta minacciosa tenta avventarsi. (1) Sotto stà una fiaccola posta orizzontalmente sul suolo. Tutto il bassorilievo intagliato ha un contorno di foglie, sotto a cui v'ha appeso una scarnata testa di bue, ornamento forse d'ordine d'architettura: da'lati pendono, a guisa di fiocchi, due piccoli festoni, e nella parte inferiore è intrecciato da due palme. — Dietro alla medaglia stanno oggetti militari, lateralmente mostrandosi bandiere, trombe, fasci consolari turcassi ed altro. — Nel fondo poi entro cornice, si presenta una Pallade armata (coll'elmo sui cui posa un'aquila) tenente, nella destra, l'asta, abbracciando colla sinistra un leone che le sta al fianco il quale coll'unghie della sinistra zampa tiene due ardenti fulmini, e sostiene colla destra la formidabile ègida colla testa di Medusa. Pallade poggia su frammenti di pezzi d'architettura.... e sovra un libro aperto: dalla destra parte sonvi due fiaccole accese, un fascio consolare ed un ramo d'ulivo, e dalla sinistra un ramo di quercia: ai lati della medaglia stanno due mezze figure rappresentanti Baccanti che coronate di foglie di vite sostengono fronzuti festoni d'alloro; avvi in fine una grand'aquila ad ali spiegate entro una conca, posante gli artigli sul fondo della medesima, e vi sottostà un mascherone; di quì e di là stanno due leoni rampanti colla testa rivolta alla Minerva sovrastante, contornato il tutto da fiori ed ornati di lavoro squisito. Le fascie che circondano lo strumento rappresentano un continuato mirabile intaglio a traforo, diviso, di quando in quando, da dieci pezzetti di legno dipinti con leggero ornato, e non intagliati, all'oggetto di tenerne riunita la tavola armonica al fondo, e veggonsi soltanto nei due semicircoli che danno forma a questi due aquile coronate ad ali aperte poggiando sopra due rami intrecciati di palme fiorite » (Ms. *Ferrari-Moreni*).

---

(1) Mentre il conte Gio: Francesco Ferrari-Moreni stava eseguendo la descrizione della parte posteriore del *violoncello* (o meglio *basso*) del Galli, il M.° Angelo Catelani lo avvisò d'avere rinvenuto fra le carte musicali dell'Estense un bellissimo ignorato autografo cartaceo di Domenico Galli del 1691 il quale accompagnava lo strumento compiuto nell'anno stesso, in cui non soltanto si manifestava valente calligrafo, ma altresì abile disegnatore a penna, non che versato nella musica: stimò quindi tenerne parola, tanto più che la *dedica* al Duca di Modena Francesco II serve mirabilmente a spiegare le allegorie che riferisconsi alle figure mitologiche intagliate e nel *violino*

LXXXIX.

SEC. XVII — **GALLI** suddetto — Iscrizione microscopica nel *violino* intagliato. (ms. *Ferrari-Moreni*).

« Ser.ma Altezza!

La mia debolezza, animata dal *comando* Augusto di V. A. Serenissima, ardisce sperare benigno gradimento di quest'opra, che, figlia de' di Lei Ser.mi *Cenni*, con tante bocche, quanti sfori mostra, ambisce pubblicare all'Universo.

Parma, il dì p.mo settembre 1687.

Di V. A. S.ma

Umil.mo Div.mo ed oblig.mo S.e
DOMENICO GALLI. »

XC.

SEC. XVII — **GALLI** suddetto — Iscrizione nel *violoncello*. (ms. *Ferrari-Moreni*).

Ser.ma Altezza.

Hora sì che mi preggio d'esser Acquila e parmi a ragione d'essere titolata Regina de'volatili mercè hauer spiccato un volo sì alto, che sono arriuata a humigliare gl'ossequij di chi m'ha qui impressa a' piedi di V. A., ove ritrouo meglior inpiego che al trono del Gioue degli Antichi, fatta ministra non già di Fulmini terribili, ma bensì d'amabili trattenimenti graditi al nobil genio di V. A., di cui è proprio non già (*appar*)ire con rigida Maestà ma (*me*)ritar

---

e nel *basso*, dichiarandosene il Galli colla propria firma autore ed illustratore. (V. avanti il *Documento* N. XCI). Il ms. è *in foglio* con coperta in pergamena, con leggeri ornati di fiori in oro agli angoli, e, nel mezzo, il frontispizio in lettere maiuscole.... — Seguono in nitido carattere musicale le dodici Sonate di cui la **S** iniziale (per dire Sonata 1a, sonata 2a e così via via fino alla 12a) è collocata in altrettante vignette che rappresentano piccoli quadri disegnati a penna assai bene eseguiti; nel 1° la **S** serpeggia attorno a un aquila bicipite ad ali aperte, nel 2° gira dietro le chiavi Pontificie sormontate dal triregno, nel 7° sta nel mezzo d'un vago paesetto in cui v'ha un lago con barchetta entro cui sonovi tre pescatori uno de' quali va vogando.

Il conte Ferrari si compiace (nella sua *Lettura*) di essere il primo a far nota la triplice qualità del Galli trovando strano che questi sia stato ignoto agli scrittori Parmigiani, rammentando che lo stesso A. Ronchini in una memoria diretta nel 1852 all'*Indicatore Modenese* sovra lavori di scoltura in legno eseguiti in Parma non faccia parola d'intagliatore Parmigiano tanto valente, nemanco alludendo alla sua esistenza.

con le grazie alle (*qua*)li sopra tutto aspirando darò caparra a chi mi manda di gloriarsi d'esser per sempre

Di V. A. S.ma

Parma, lì 8 . . . . . 1691.

Um.mo et Ob.mo S.e
DOMENICO GALLI.

(*intus* (in cartellino) « *Dominicus Gallus Parmensis fecit Parmae, anno salutis 1691* »).

XCI.

SEC. XVII — **GALLI** suddetto. — Allusioni politiche nell' intaglio. — (Cfr. il Trattenimento | musicale | sopra il Violoncello | a solo, Consecrato | all'altezza serenissima Di | Francesco Secondo | Duca di Modena Reggio etc.) Da Domenico Galli Parmiggiano — *Dominicus Gallus scripsit atq. pinxit.* (negli svolazzi dello Stemma Estense).

Reg. antico nella B.ca Estense H. 31.
» attuale » » » C. 8.

Ser.ma Altezza.

Consapevole questa mia fatica, che appresso le Altezze non compariscono bene le cose basse, ho comandato alla mia povera industria il vestirla con le gesta eroiche d'un' Anima grande. Il Violino si presentò con l'impronto d'un Orfeo, insinuando l'amenità soave d'un Governo innocente, goduto d'suoi Stati sotto dell'A. V. S. — Se ne viene ora il Basso marcato con l'Impresa più faticheвole d'un Ercole invitto; perchè à bastanza vive persuaso il Mondo che li dominanti sono ambidestri, et egualmente con la piacevolezza, e con il rigore, et in Pace et in Guerra si mostrano incomparabili. Ha il mio genio divoto concepito un Augurio che il Gran Prencipe di Galles ben degno Nipote di V. A. debba essere il figurato e che se con Ercole, anche in fasce, strozzò i Serpi, preservandolo una Provvidenza Onnipotente dalle sacrileghe tumultuanti rebellioni, fatto grande, debba alla fine trionfante decapitare l'Idra dell' Anglicana Perfidia; e bene avvalora il concetto a dispetto dell'apparenze in contrario nelle congionture presenti l'Educazione apprestatagli, dalla Sacra Maestà di Maria Beatrice Sorella di V. A. S. che qual Pallade generosa, e virtuosissima Eroina và addestrando il figlio sotto le spoglie di feroce Leone ad imbrandire il Fulmine potente per atterrar i Tempij, e le Combricole degli Eretici, e con ardire Erculeo snervar la temeraria superbia degli Antèi Anglicani; nè punto parmi da dubitarne riflettendo che cresce sotto gli Auspici e patrocinio di quell'Eroe che degnamente porta per Impresa un Sole, mentre in Splendore Gloria e Valore si fa conoscere Solo al Mondo; e non per altro ho nobilitato la mia debolezza con simile Geroglifico, che per autenticare il mio Vaticinio ossequioso, e con ciò animare le brame e le speranze d'un Mondo intiero ansioso di rivedere il Sangue Estense propagatore della fede in quel Soglio da cui con sdegno di tutti i buoni dall'Empietà fu esclusa.

Le annesse poi Sonate dell'Instromento, ogni volta che auranno fortuna di servire per trattenimento al nobilissimo genio di V. A. S.ma gli attestaranno, che ogni mio povero talento vive ambitioso di nobilitarsi col benignissimo aggradimento di V. A. S.ma alla quale (con profondissimo inchino) umilmente inchinando si protesta

Di V. A. S.ma

Parma, li 8 settembre 1691.

Um.mo Div.mo e Obbl.mo S.r
DOMENICO GALLI.

XCII.

SEC. XVII — **CASTALDI BELLEROFONTE** — Graziato in Roma per alte protezioni, ad onta della severità di SS.

1. Ill.mo e Rev.mo Sig.r Padron Col.mo

Non si può mostrare maggior affetto nè maggior osservanza di quel che mostra il Sig.r Card.e Mellino alla persona di V. S. Ill.ma Ha perciò fatta la grazia al Sig.r Bellerofonte Castaldi in grazia di Lei, ancorchè il Papa mostrasse così gran senso delle scritture e libri prohibiti et osceni trovatigli, che non voleva per modo alcuno fosse rimesso. È ben vero che s'havesse pensiero di venire a Roma sarebbe necess.o di vivere in modo che i superiori non hauessero più occ.e di trauagliarlo, perchè ogni peccato veniale si farebbe mortale. Potrà dunque il Sig.r Bellerofonte dar ord.e qua a chi gli parerà, che tratti lo stabilimento dela remiss.e con Monsig.r Vicegerente, chè di già ho hauuta la com.e dal Sig.r Card.e di rimetterlo. Esso Sig.r Card.e mi ha detto ch'è gran Ser.e di V. S. Ill.ma e che perciò può assicurarsi di non comandargli mai cosa alcuna indarno desiderando di seruirla sempre in tutto quello che potrà, ecc.

Di V. S. Ill ma e rev.ma

Di Roma, lì 8 aprile 1628.

Humil.mo et Dev.mo Serv.e
BALDASSARE PAOLUZZI.

Al Sig.r ***Francesco Marescotti***
[*d'altra mano*]

2. Io infrascritto d'ordine dell'Ill.mo Sig.r Card. d'Este ho dato al S.r Bellerofonte Castaldi la copia di questa lettera che sotto li 8 d'aprile 1628 scrisse a S. S. Ill.ma il Sig. Baldassar Paolucci da Roma nel part. della gratia fattagli dall'Ill.mo Sig. Card.e Mellino. Et in fede di ciò sarà la med.ma firmata di mia mano, et sigillata col sigillo ord.o di S. S. Ill.ma

In Mod.a lì 14 d'aprile 1628.

ROB.o FONTANA (di Commiss.e)

(L. S.)

(*Autografoteca Cámpori, nell' Est. Cass.* 84)

XCIII.

SEC. XVIII — **CECCATI (DOMENICO-FRANCESCO)** *emulo contemporaneo* di **GALLI DOMENICO** *nell' intaglio in legno,* (dal cit. ms. del conte *Ferrari-Moreni*).

« *Ceccati* (*Domenico*) è nato a Stiano, villaggio della montagna di mezzo, che faceva per l'addietro parte del Comune di Villa Minozzo, ed ora è aggregato al comune di Toano, ed è sezione della Parrocchiale di Corneto nella Diocesi e Provincia di Reggio Emilia, la cui chiesa ha per titolare S. Martino, nella quale il *Ceccati* fu battezzato, ed è un aggregato di alcune case, la più ampia delle quali è quella della famiglia *Manfredi*, che attualmente (1861) possiede quella stessa ove nacque il valentissimo intagliatore, ma al presente ridotta ad abitazione rusticale ed in cui si scorge ancora l'impronta del genio che animava il grande artista; giacchè sull'arco della porta si vede scolpita in sasso una testa d'uomo coronata, che dicesi rappresentasse il Re David, di lavoro del nominato Ceccati, come pure alcuni bassirilievi parimenti in sasso, parte dei quali sono presso la famiglia del Dott. *Giuseppe Manfredi* in relazione di affinità con quella del famoso intagliatore, poichè la *Domenica Manfredi* moglie di questi era della famiglia stessa dell'attuale che ha in proprietà taluni fondi del compendio delle sostanze relitte dal *Ceccati*. » (1)

XCIV.

SEC. XVIII — **VERNICE** per **VIOLINI** — (*Da frammento di ricettario ms. d' ignoto autore*) V. MALLER (1931) nelle note.

« ***Vernice*** (***più fina***) da violini. *Olio di linosa oncie* 6 — *bigione* (2) *duro « e chiaro* $^2/_8$ — *aloè* $^1/_8$ — *carabè, oncie* $1\,^1/_2$ — *Il bigione e l'aloè si pulverizzano: di poi si fanno bollire dentro l'olio di linosa, tanto che mettendovi dentro una piuma, questa si arricci. — Il carabè « si fa scaldar bene da per se,..... e, ben caldo, e quasichè infocato che sarà.....* » Qui il foglio era stracciato.

---

(1) Del CECCATI non conosco altra biografia che quella del Vol. VI p. 367 della *Biblioteca Modenese* dell'Abb. Girolamo Tiraboschi. Il dotto Don Saccani, arciprete di Ca' del Bosco di Sopra nel Reggiano, mi scrive che di questo celebre intagliatore il Tiraboschi ebbe le notizie da un Ferrarini delle Carpineti e da lui attinsero gli altri biografi. Nelle montagne Reggiane il Ceccati è notissimo e molti lavori d' intaglio in legno vi si veggono ad esso attribuiti. Da quei parroci pertanto e specie da quello di S.ª Caterina delle Carpineti se ne potrebbero avere notizie interessanti. Ultimamente il Cav. Gualerzi della Deputazione di Storia Patria in Reggio-Emilia dovrebbe aver pubblicate su que' lavori nuove e dettagliate notizie.

(2) Il *bigione* o *bigiolone* bianco, (*agaricus prunulus* o *prunolòides*) è un fungo che trovasi nelle nostre montagne, specie in Monfestino e Montefiorino.

INDICI (*)

(*) Il sistema, a cui mi trovai obbligato d'attenermi in un lavoro com' è il presente, mi dispensa dall' Indice generale dei nomi dei liutari e delle storiche particolarità soggettive.

Chi è dato a questi studî vedrà che il mio libro, colle sue aggiunte, altro non è, esso stesso, che un indice, l' accurata lettura del quale suffragherà, lo spero, all' investigazioni sulla liuteria quasi mondiale, che volli tentare d' illustrare, forse troppo audacemente. Con questa quinta aggiunta, pertanto, intendo chiudere la mia pubblicazione nomocheliurgografica, iniziata nel 1884 e proseguita nel 1888 — ripetendo a' dilettanti di liuteria il motto che apposi al prodromo —

" *Colligite..... fragmenta, ne pereant!!* ".

L-F. Valdrighi.

Modena, 25 Novembre 1894.

INDICE DELLE *NOTE* DEL **I. Elenco** (*)

(*) L'apposizione dell'asterisco richiamerà l'attenzione del lettore sulle note susseguenti il nome del fabbricatore che contengono qualche cosa di osservabile.

INDICE DEI *COROLLARI* AL **I. Elenco**

INDICE DELLE *NOTE* DELL'*AGGIUNTA* AL **I. Elenco**

INDICE DELLE *NUOVE NOTE* AL **II. Elenco ed Aggiunte**

COROLLARIO 4.°

a seguito dei 3 da pag. 295-327

Collezione Valdrighi — da pp. 33 a 36 dell'estratto dal Vol. VI Serie II delle *Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena* (Sez. Arti).

INDICE DELLE *NOTE* AL *COROLLARIO 4.°*

RICHIAMI DELLE COSE PIÙ NOTEVOLI

NEI *DOCUMENTI* CHE FANNO SEGUITO AL **I. Elenco**

INDICE DELLE *ULTIME NOTE*

INDICE DEI *DOCUMENTI* DELLE *ULTIME NOTE* etc.

DI ALCUNE COSTRUZIONI MEDIOEVALI

DELL'APPENNINO MODENESE

Due parole di prefazione.

Chiamato per ragioni d'ufficio a percorrere palmo a palmo l'Appennino modenese, mi avvenne di vedere, in quelle mie escursioni, avanzi di costruzioni medioevali, che sotto diversi aspetti mi sembravano degne di molta considerazione.

Quegli avanzi si presentavano talvolta come frammenti fuori d'opera, tal'altra quali parti abbastanza conservate di antichi edifizi da inconsulti ristauri ridotti ad altre forme.

Al loro merito artistico ed archeologico si associavano spesse volte interessanti ricordi della storia medioevale del nostro Appennino.

Sorsero in ogni tempo nelle montagne modenesi importanti costruzioni civili e religiose. Fino dalla metà del secolo VIII S. Anselmo, già Duca del Friuli, fondava fra le più eccelse vette dell'Appennino il Monastero di Fanano. Tra quelle stesse montagne nel secolo XI dalla Contessa Beatrice di Canossa erigevasi la Badia di Frassinoro. La tradizione attribuisce pure alla figlia di Lei la gran Contessa d'Italia, la costruzione di cento Pievi, in quella parte dell'Appennino che si estende dall'Enza al Panaro.

Si ebbero anche nei più remoti tempi Rocche e Castelli, munite residenze degli antichi Capitani del Frignano. Anche i Comuni, quando la soggezione dei Signori del luogo non lo impediva, costruirono, negli ultimi secoli che precedettero il Rinascimento, residenze municipali di qualche importanza.

Approfittando del poco tempo disponibile, mi affrettai a prendere schizzi e fare eseguire fotografie di tutto quanto mi sembrò degno di essere riprodotto.

Non posso quindi presentare un lavoro completo, nè studiato in tutti i suoi particolari, come sarebbe stato mio desiderio; colla pubblicazione presente non ho avuto altro intendimento che di esporre riprodotti frammenti di monumenti medioevali del nostro Appennino; dei quali, per trascuratezza od altro si potrebbe, come è avvenuto per molti di essi, perdere ogni traccia.

Col riprodurre fedelmente quanto ho rilevato e fatto fotografare, senza aggiungere nulla del mio, intendo di offrire agli intelligenti, il modo di aggiungere un anello di più alla catena che lega la storia delle Costruzioni medioevali dell' Appennino modenese a quella di altre regioni più di questa studiate.

Dicembre 1894.

V. Maestri.

I.

LA PIEVE DI TREBBIO

NEL COMUNE DI GUIGLIA

I. Poco lungi dalla strada, che passando per Zocca congiunge Vignola colle Terme Porrettane, trovasi la Pieve di Trebbio a pochi chilometri dalla riva destra del Panaro.

Contornata da colline e poggi rivestiti di lussureggiante vegetazione sorge l' antica Pieve a breve distanza dai Sassi detti della Rocca, specie di roccie a picco, che a riguardevole altezza si elevano sulle alture circostanti.

Presenta essa l'aspetto di una chiesa a tre navate, alla quale sono adossate nell' angolo sud-est fabbriche di recente costruzione.

Sono caratteri esterni della sua antichità la porta principale, la cornice, le finestre e l'apparecchio dei muri della navata di mezzo.

II. Le vecchie carte non fanno menzione di Trebbio prima della fine del X secolo. Nell'archivio Capitolare di Modena, per quanto afferma il Tiraboschi, esiste un documento dal quale si rileva che il Vescovo Giovanni nel 996 concede in enfiteusi alcuni terreni " *in locas et fundas uvilia et trebo* " (1).

(1) Tiraboschi, *Dizionario topografico-storico degli Stati Estensi.*

Trebbio, dipendenza di Guiglia, soggetta ai Marchesi di Toscana nel X secolo; passò da questi ai Signori di Ferrara che la tennero fino alla cessione fatta nel 1309 dal Marchese Azzo ai Bolognesi. Di nuovo in potere degli Estensi, nel 1405 il Marchese Nicolò III di Ferrara ne investì la famiglia dei Pii, alla quale più tardi successe quella dei Contrari. Dopo aver appartenuto sulla fine del XIV secolo, per titolo feudale, ai Tassoni-Estense e quindi ai Pepoli, pervenne nel 1630 ai Marchesi Montecuccoli che la possedettero fino all' abolizione dei feudi.

Trebbio costituisce ora una frazione del Comune di Guiglia nella Provincia di Modena.

III. Fino dai tempi più remoti sorgevano attorno all' antica Pieve, rocche, chiese e fortilizi.

La ricca e potente famiglia dei Malatigni, nominata in documenti che risalgono al 1170, possedeva presso i *Sassi della Rocca*, quattro castelli con due chiese soggette, come figliali, al plebanato della Pieve di Trebbio.

Due rocche, l'una dei Seghizzi, l'altra dei Guidoni, quest' ultima con chiesa propria, nominata in un documento del 1289, esistevano contemporaneamente ad altre dei Malatigni. Presso la rocca dei Guidoni, il Comune di Modena nel 1305 faceva costruire un *battifredo*, specie di torre in legno, per tenere in soggezione quei turbolenti Signori, nel periodo che ebbe l'alto dominio di molta parte dell' Appennino modenese.

Fino dal XII secolo potenti famiglie tenevano vicino alla Pieve di Trebbio munite residenze, di assai più antica origine.

Attorno a quelle residenze, in cerca di aiuto e protezione, si riunivano in borgate, gli sparsi abitatori delle circostanti montagne.

Costruzioni anche più importanti sorsero fino dai tempi più remoti nell' Appennino modenese.

In luogo assai più alpestre di Trebbio, nella metà del secolo VIII, S. Anselmo, rinunciando agli splendori dell' alto suo lignaggio, fondava in Fanano un Monastero di Benedettini, non

molto lungi dal vallico di Croce Arcana presso la fonte dei Lombardi.

Il nome stesso di Pieve, col quale distinguevansi dopo il IV secolo dalle altre le chiese che avevano battistero proprio (1), afferma del valore della antica Pieve di Trebbio, della quale le esigenze di una popolazione numerosa ed il fervore religioso dei Signori del luogo promovevano la costruzione negli ultimi secoli che precedettero il mille.

IV. Prima delle modificazioni interne, e delle fabbriche addossatele, presentava la Pieve di Trebbio l'aspetto di una chiesa di forma basilicale con tre absidi ed altrettante navate, spartite da sei pilastri reggenti otto arcate a pieno centro, con cripta sottostante all'abside di mezzo (Fig. 1). La facciata era, come ora larga metri 13,10, ed i fianchi, esclusi gli absidi, misuravano come al presente una lunghezza di metri 23,23.

Le navate erano coperte da tetti con travi ed incavallature scoperte.

Due semi-colonne stavano lateralmente connesse ai pilastri delle navate nel senso della loro lunghezza. Su di esse poggiava una sotto arcata di spessore uguale al loro diametro. (Fig. 2 e 9).

Delle quattro arcate di ciascuna fila, che separano anche ora le navate, tre presentano una stessa larghezza di metri 4. La più vicina all'arco trionfale è lunga metri 5,60.

La navata di mezzo misura una larghezza uguale a quella delle arcate. Il piano della chiesa in corrispondenza della cripta si eleva metri 0,84.

La navata maggiore raggiunge, col listello superiore della sua cornice di coronamento, un' altezza di metri 9,05, dal piano esterno della Pieve, più basso metri 0,25 del pavimento interno.

(1) Moroni, *Dizionario di erudizione storica ecclesiastica.* — Du Cange, *Glossarium mediae et infimae latinitatis.*

Le navate secondarie risultano elevate metri 5,45, ed il vertice del frontone della nave centrale raggiunge un' altezza di metri 10,30 (Fig. 3).

Una porta secondaria vedesi aperta nella fronte di mezzodì, in corrispondenza dell' arcata più vicina alla facciata principale, che prima degli ultimi ristauri aveva due specie di pilastri laterali, che servivano di contraforti alle arcate interne.

Di fronte a questa porta, entro nicchia scavata nel muro di settentrione, si trova un battistero con balaustri, che sostengono l' arcata della nicchia, decorati con bassi-rilievi di foglie e figure.

Una terza porta esiste pure al basso nella cripta; due colonnette, incastonate nel muro lateralmente alla medesima, sembrano indicare, che con altre simili fossero destinate a sorreggere le volte del soprastante presbitero.

Attualmente ogni comunicazione interna fra la cripta, annessa ora per usi domestici alla canonica, e l' interno della Pieve, manca del tutto. La tradizione ci ha trasmesso, che nella navata laterale di sinistra vi fosse una scaletta di comunicazione e che la cripta, ora a solajo, fosse coperta da volte.

Otto finestre a pieno centro con doppia strombatura, alte metri 0,91, larghe metri 0,16 aperte nei muri della navata di mezzo, superiormente ai tetti delle navi secondarie, servivano a dare aria e luce all' interno della chiesa, prima che nel 1729, colla costruzione delle sottostanti volte, venissero private del loro ufficio.

Di tutte le indicate aperture sono di antica data la porta principale e le otto finestre della nave centrale. Le altre sono innovazioni dovute a ristauri eseguiti in diverse epoche.

È pure di antica costruzione la cornice di coronamento ad archetti pensili, che ricorre pei fianchi della nave di mezzo, il cui apparecchio esterno è contemporaneo alla cornice.

Appartengono senza dubbio alla originaria costruzione della Pieve i capitelli delle semi-colonne delle navate, quelli delle colonnette della cripta ed altri frammenti d' ornati e capitelli

fuori d'opera, che per la loro uniformità di stile presentano speciali caratteri di una stessa epoca.

La muratura nella parte esterna è di una buona arenaria calcare del luogo. Nei muri interni trovansi antichi mattoni romani frammisti alla pietra naturale. Tanto i muri perimetrali, che quelli delle navate sono di uno spessore che varia da metri 0,87 a metri 0,93.

La congiunzione delle pietre è abbastanza esatta, e la loro disposizione nei muri, cementati con malta di calce e sabbia, segue le norme dell'opera *pseudoisodoma* delle costruzioni romane.

V. Lasciando ora da parte la probabilità di un antico ristauro o ricostruzione parziale della Pieve, si hanno documenti relativi a tre ristauri eseguiti negli anni 1729, 1820 e 1880.

Nei primi degli anzidetti ristauri si abbassarono le arcate delle navate, si fecero le volte di quella di mezzo, e si modificò radicalmente il fondo delle navi secondarie. Nuove finestre furono aperte per sostituire quelle, che in conseguenza della costruzione delle volte, venivano soppresse. Si coperse d'intonaco tutto l'interno, distruggendo o ricoprendo di gesso tutte le parti ornate, delle quali cancellavasi ogni traccia.

In quest'opera di distruzione furono compresi i capitelli delle semi-colonne delle navate e le colonne dell'arco trionfale.

Anche le colonnette della cripta che sorreggevano il soprastante prebistero non furono risparmiate. Di alcune di esse si conservano tutt'ora diversi frammenti.

Fu soppressa la scala che dalla cripta metteva alle navate, si distrusse il ciborio e si sgombrò il coro dai cancelli ed amboni dei quali si hanno tuttavia alcuni avanzi.

Appartengono ai ristauri del 1880 le volte delle navi secondarie e l'intonaco della facciata principale, sulla quale apponevasi la seguente epigrafe:

D.O.M.
HOC TEMPLVM
DIVO IOANNI BAPTISTAE
A COMITISSA MATILDA
DICATVM
AN: MLVIII.
RESTAVRATVM 1880

In occasione di quest' ultimo ristauro (1), volendosi rimuovere il vecchio intonaco, si misero allo scoperto alcuni capitelli delle semi-colonne delle arcate, che rivestiti di mattoni stavano racchiusi attorno ai pilastri.

Con lodevole intendimento si cercò allora, che tutto quanto di antico rimaneva della vecchia Pieve rivedesse la luce, rimovendo l'intonaco, che ne ricopriva le parti decorative.

VI. Nella navata centrale la cornice esterna ad archetti pensili con beccatelli foggiati a guisa di semplicissime mensoline, e le finestre a pieno centro con doppia strombatura di luce ristrettissima (Fig. 4) presentavano i caratteri più spiccati delle chiese lombarde o romaniche a pianta basilicale dal secolo XI al XIII.

Anche la porta principale a tutto sesto con semplicissimo toro o cordone liscio rientrante a strombo che le gira attorno appartiene allo stesso periodo (Fig. 5).

Dei sedici capitelli delle semi-colonne, tre solamente si salvarono, e non tutti completamente, dai ristauri del 1729.

Rappresentano quei capitelli, nella originalità tutta loro propria, una composizione decorativa di uno stile, che si riferisce ad epoca alquanto anteriore al predominio nell' Appennino modenese della architettura lombarda, della quale Pieve di Trebbio ci offre un esempio abbastanza caratteristico.

---

(1) Diretto dal defunto Arciprete Don Pietro Zeni.

Il solo dei capitelli rimasti intatto, riesce assai interessante per la bizzaria di quella specie di listello continuo foggiato a guisa di fettuccia che limita il contorno della sua composizione (Fig. 8).

Ricorda esso, colle quattro allacciature della fettuccia, da cui nascono foglie e caulicoli, che riempiscono i vuoti lasciati dal contorno, un capitello della basilica Ambrosiana (1).

Nel capitello a sinistra della porta principale gira al basso una catena di doppie anelle circolari, sulle quali svolgesi altra catena allungata di quattro cordoni, specie d'intrecciatura di vimini di cui si hanno tanti esempi nelle decorazioni dell'VIII e IX secolo. Superiormente foglie e fiori a stella compiscono il capitello (Fig. 6).

Dall'altra parte della porta stessa vedesi il terzo ed ultimo dei capitelli superstiti, composto d'intrecciature a doppio cordone, terminato nella parte centrale da due teste di uccelli fantastici, che si stanno di fronte e sembrano beccarsi (Fig. 7).

Varia l'altezza dei descritti capitelli da centimetri 36 a 40 ed il loro agetto non supera in media i centimetri 8. Le arcate presentano la stessa larghezza degli abachi.

Prima dei secoli VIII e IX gli archivolti erano a filo col fusto della colonna. Le navate della Pieve di Trebbio non si potrebbero quindi sotto questo rapporto considerare anteriori ai detti secoli (Fig. 9).

Altro argomento a conferma di questa limitazione deducesi dall'esistenza negli attuali pilastri dell'arco trionfale di tratti curvi di tori a guisa di cordone, che sporgono dai pilastri medesimi ad una altezza di metri 0,84 dal pavimento ribassato nei ristauri del 1880, centimetri 42.

Quei tratti di tori sono indizi di basi sulle quali esistevano colonne levate di posto o racchiuse entro i pilastri stessi (Fig. 11).

---

(1) De Dartein, *Étude sur l'Architecture Lombarde.*

Prima della fine del secolo VIII, o tutto al più del principio del susseguente, non si usò sostituire colonne agli angoli salienti delle grandi aperture, come si deduce siasi fatto per l'arco trionfale della vecchia Pieve (Fig. 10).

Notevoli sono due frammenti di capitelli che rovesciati ora servono da porta-aste.

Assai originale è la forma di uno di essi con tre ordini di foglie foggiate in guisa da dare al calato del capitello la forma di un favo (Fig. 12); meno originale ma non meno perciò interessante è l'altro capitello con intrecciature al basso a doppio cordone, le quali in alto variamente sviluppate racchiudono nei loro giri foglie e specie di stelle e perle (Fig. 13).

Sono degni di considerazione in questi capitelli gli otto angoli rientranti, che si deduce avessero i loro abachi (Fig. 14).

Di simili capitelli, prima d'ora, non si avevano altri esempi. Denotano le quattro sporgenze dei loro abachi, che da essi si dipartivano altrettanti archivolti che l'immaginazione non potrebbe attribuire, che a colonne isolate sulle quali poggiavano volte e crociera contenute da quattro piccoli archi.

Nella cripta i capitelli delle due colonnette incassate nel muro presentano esse pure gli stessi angoli rientranti.

Un frammento di capitello fuori d'opera dimostra, pei due angoli rientranti del suo abaco e per le sue dimensioni, di avere appartenuto ad un'altra colonnetta della cripta, essa pure come le altre incassata nel muro.

Dagli abachi di quelle colonnette dovevano necessariamente (Fig. 15) partire tre archivolti, due dei quali, adossati al muro, riescivano laterali al terzo che si incurvava normalmente ad essi.

La uguale larghezza negli sporti degli abachi, tanto delle anzidette colonnette che dei capitelli porta-aste lascierebbe credere che questi ultimi abbiano appartenuto a colonne isolate della cripta sulle quali poggiavano gli archi delle sue volte a crociera.

Nei due capitelli tutt'ora in opera si rileva uniformità di

stile sebbene diversa ne sia la composizione ornamentale. In uno di essi (Fig. 16) un semplice cordone, non più multiplo come nei capitelli delle navate, movendo dal basso, termina in alto dopo vari avvolgimenti con foglie simili, per la forma e pel rilievo, a quelle che stanno sotto all' abaco trilobato dell' altro capitello (Fig. 17).

I due animali fantastici del frammento di capitello fuori d' opera, danno al medesimo un carattere assai diverso dagli altri due. Il rilievo di quegli animali, d' indole domestica, posti di fronte colla testa rivolta all' indietro, che si avvicina alla coda, amorevolmente allacciati con cordone che ne avvolge il collo, preludono pel concetto fantastico e pel rilievo alle sculture dell' epoca lombarda posteriore al mille (Fig. 18).

Si scostano da quest' epoca, e riproducono elementi ornamentali dei secoli precedenti, alcuni frammenti decorativi rinvenuti fra' ruderi ed avanzi di antiche costruzioni del luogo.

Una girata di pampani con frutti e fiori si svolge nel maggiore di essi (Fig. 20); altra simile girata, interrotta da croce a braccia uguali per ciascuna traversa, vedesi nel minore (Fig. 19).

Anche più caratteristici, per l' elemento decorativo che rappresentano, sono due altri piccoli frammenti, l' uno formato da un fusto, dal quale staccansi a guisa di foglie tre cordoni riuniti che si ripiegano su loro stessi (Fig. 21); l' altro composto da una specie di ferri di cavallo con perle, che nella loro disposizione accennano alle intrecciature che predominano negli ornati e nelle decorazioni del IX e X secolo (Fig. 22).

Il De Caumont ne presenta uno simile, che offre come esempio di un allacciamento perlato dello stile romanzo secondario dal X al XI secolo (1).

La maggior parte dei descritti frammenti apparteneva probabilmente al ciborio ed agli amboni, plutei o cancelli del

(1) M. A. De Caumont, *Abécédaire, ou rudiment d' Archéologie.*

coro che in corrispondenza dell' ultima arcata stava dinanzi al santuario.

Un lavoro relativamente moderno è la decorazione ornamentale della nicchia del battistero.

Due colonnette, o balaustri (Fig. 23), elevate su di un liscio piedistallo ne sostengono l' archivolto. In una di esse (Fig. 24) vedesi S. Giovanni che battezza il Redentore; in entrambe foglie e rosette disposte attorno al fusto. Eseguiti con finezza sono gli ornamenti, rozze e mal scolpite le figure.

Si è fatta menzione di questo battistero pegli opportuni confronti con sculture e decorazioni di altre pievi dell' Appennino modenese.

VII. Presentò probabilmente la vecchia Pieve di Trebbio sino dalla sua primitiva origine l' icnografia di una chiesa basilicale a tre navate con cripta ed abside corrispondente alla nave di mezzo. Della esistenza delle absidi laterali, e della scaletta che metteva alla cripta non si sono rilevate traccie apparenti; in ogni caso rimarebbero queste nascoste sotto l' intonaco che ricopre i muri. La tradizione e recenti schizzi lasciati dal defunto arciprete di Trebbio, affermerebbero tanto della esistenza dell' una che delle altre (Fig. 1ª).

Interessanti riescirebbero le opportune esplorazioni per porre in chiaro se originariamente si avevano una o tre absidi.

Prima del Pontificato di Leone III (795-816), le basiliche d' occidente non avevano che una sola abside; fu sotto il governo di quel pontefice che le absidi si moltiplicarono; il celebre triclinio di S. Giovanni in Laterano di forma basilicale ne contava fino a dieci, alcune delle quali dovevano essere nei fianchi delle navi laterali (1).

Se altri elementi non vi si opponessero, l' esistenza di una sola abside offrirebbe un argomento sufficiente per stabilire che

---

(1) Ciampini, *Vetera monimenta Romae.*

la Pieve di Trebbio non potrebbe essere opera posteriore al principio del IX secolo.

La collocazione e forma dei capitelli, che si veggono nella cripta sono indizi sicuri della esistenza nella medesima di volte od arcate, simili per la struttura a quelle, che intorno al mille coprivano le cripte delle chiese lombarde.

Alle *confessioni* dei primi secoli cristiani successero più tardi le cripte presbiteriali, che dalla fine del secolo VIII, arrivarono al principio del XIII (1). Esempi di simili cripte si hanno nei secoli IX e X in Venezia nella Basilica Marciana ed in S. Zaccaria, nella Rotonda di Brescia, nella Chiesa d'Alliate in Brianza, in S. Michele di Capua, ed in Milano nella Chiesa di S. Vincenzo in Prato.

Anche la Francia offre esempi di cripte che risalgono al X secolo (2). Esplorazioni fatte nella Chiesa di Saint-Avait d' Orléans hanno messo in evidenza gli avanzi di un' antica cripta dei tempi dei Merovingi (3).

Sebbene le modificazioni delle arti facciano tarda apparizione in luoghi lontani dai centri di maggior concorso, non è a meravigliarsi se una cripta coperta da volte possa essersi eretta in Trebbio, fra la fine del IX ed il principio del X secolo a non molta distanza da una delle risorte città dell' Emilia che da secoli non presentava più l' aspetto miserando dei tempi di S. Ambrogio.

La pianta a croce dei piedritti delle navate, che prelude ai pilastri a fascio delle chiese lombarde ed archiacute del XIII secolo contribuisce anch' essa, coll' esistenza delle sotto-arcate che poggiano sulle semi-colonne dei pilastri, a fornire elementi per giudicare la Pieve di Trebbio come uno degli esempi più antichi delle chiese lombarde o romaniche del IX e X secolo.

---

(1) Martigny, *Dictionaire des Antiquités chretiennes.*

(2) M. A. De Caumont, opera citata.

(3) Violet le Duc, *Dictionaire raisonè d'architecture française du XI au. XVI, siécle.*

La posizione delle finestre della nave di mezzo escludendo l' esistenza delle attuali volte, ne veniva che il tetto della Pieve doveva essere scoperto; lo conferma anche la regolarità delle sue incavallature e la loro accurata costruzione.

VIII. Se l' epigrafe, che in seguito ai ristauri del 1880 fu scritta sulla facciata principale, fosse attendibile, ogni ricerca sull' epoca precisa della costruzione dell' antica Pieve sarebbe superflua. Da quella iscrizione risulterebbe che la Contessa Matilde la fece erigere nel 1058.

Nell' Appennino modenese corre insistente ed è popolare la leggenda che la Gran Contessa facesse costruire nei vasti suoi dominj cento Pievi.

Ricordando forse questa leggenda, i ristauratori del 1880 avranno creduto, in relazione agli elementi di antichità della vecchia Pieve, di assegnarla fra le cento innalzate dalla Pia Donna.

La data indicata nell' iscrizione non ci sembra ben scelta.

Governò per la Contessa, nata nel 1046 e succeduta al padre Marchese Bonifacio III nel 1052, la madre Beatrice fino all' epoca della sua morte avvenuta nel 1076. Non è quindi probabile che a dodici anni la giovine Contessa decretasse, in quella età, durante il secondo matrimonio della madre con Gofredo di Lorena (1054-1069), la costruzione di cento Pievi dell' importanza di quella di Trebbio (1).

Il Monaco Donizzone, enfatico storiografo della Contessa, il quale esaltò anche le più modeste ed insignificanti azioni sue e de' suoi antenati, non avrebbe mancato di darne a lei le meritate lodi.

Durante la tutela della madre, la Contessa fu tenuta alquanto in disparte, non amando Beatrice, nè il secondo marito di lei, dividere con alcuno il potere.

---

(1) Fiorentini, *Memorie della Gran Contessa Matilde*, illustrate dal Mansi.

Per quanto d' indole conciliativa, tenne sempre la Contessa Beatrice alle sue prerogative, astenendosi da atti che ponessero in evidenza la figlia della quale temperava il carattere intraprendente.

L' epoca delle grandi iniziative incomincia per la Contessa Matilde dopo la morte della madre (1).

Se la Pieve di Trebbio si dovesse annoverare fra le celebrate cento Pievi, essa non potrebbe risalire oltre al 1076, se pure non si trattasse di ristauri posteriori alla primitiva sua costruzione.

Appartiene la vecchia Pieve ad un' epoca, nella quale non si aveva uno stile ben definito, nè largamente sviluppato da dedurne norme fisse e caratteri ben distinti, da potere precisare la data della sua costruzione.

Essa si riferisce al periodo di transizione fra il Bizantino ed il Lombardo, ossia a quello stile Italo-Bizantino che dalla fine dell' VIII secolo arriva al mille (2).

La forma basilicale con uno, o tre absidi, cripta presbiteriale e pilastri con pianta a croce, elementi caratteristici delle chiese lombarde posteriori al XI secolo non esclude che possa appartenere all' anzidetto periodo Italo-Bizantino.

La cornice di coronamento ad archetti pensili che ricorre pei fianchi della nave di mezzo, la decorazione della porta principale, e le finestre a doppia strombatura con luce ristrettissima, sono particolari caratteristici delle chiese lombarde dell' ultimo periodo, che precede lo stile archiacuto.

Si attengano invece al periodo più remoto dello stile di quelle chiese, anteriore al mille, le intrecciature con foglie senza frappature a guisa di palmizio dei capitelli delle navate e della cripta.

Allo stesso periodo dell' arte lombarda accenna pure quella

---

(1) Tosti, *La contessa Matilde ed i Romani Pontefici.*

(2) R. Cattaneo, *L' architettura in Italia dal secolo VI al mille circa.*

timida apparizione, nella composizione dei due capitelli l' uno delle navate, l' altro della cripta, di due animali domestici (fig. 7 e 18) che si presentano nel loro aspetto ben diversi dai feroci e mostruosi delle decorazioni degli edifici del XII e XIII secolo (1).

Il modo col quale sono condotte e svolte le accennate decorazioni danno argomento per attribuire l' originaria costruzione della antica Pieve di Trebbio ad epoca anteriore al mille, che si ritiene possa essere compresa fra la fine del IX ed il principio del X secolo.

Contradirebbero a questa attribuzione, nell' interno i pilastri a pianta crociforme, e nell' esterno la decorazione della porta principale, gli archetti pensili e le finestre della navata di mezzo.

Colla assegnazione della Pieve al X secolo può stare la forma dei pilastri, avendosi esempi simili in chiese attribuite a quel secolo.

Tutte le esigenze di struttura e di forma, come anche di stile ed ornamentazione, si conciliano quando si ammetta, che la parte superiore della navata centrale siasi ricostrutta circa due secoli dopo la primitiva costruzione della Pieve, aggiungendo in quel radicale ristauro le absidi delle navate secondarie, che la tradizione, confermata da disegni del defunto Arciprete di Trebbio, dice esistessero prima dei lavori del 1729.

Dato che la Pieve di Trebbio, per tutto quanto riguarda la sua struttura di chiesa a forma basilicale non abbia subito alcun cambiamento essenziale dalla sua origine, oltre l' aggiunta delle due absidi laterali, e che allora come adesso la nave centrale emergesse sulle secondarie, è presumibile che quest' ultima parte esposta all' azione distruggitrice del tempo siasi dovuta rinnovare, mentre nell' interno le arcate delle navate e la cripta ne erano risparmiate.

Le notevoli differenze di stile fra le accennate parti decorative e tutto quanto della nave di mezzo emerge sulle laterali,

---

(1) Crosnier, *Iconographie Chretienne.*

sembrano offrire prove sufficienti per concludere che la prima costruzione della antica Pieve risale almeno al X secolo e che la parte della nave di mezzo superiore alle secondarie si possa attribuire, unitamente alla porta principale ed alle absidi minori, ad un radicale ristauro del XII al XIII secolo (1).

V. Maestri.

---

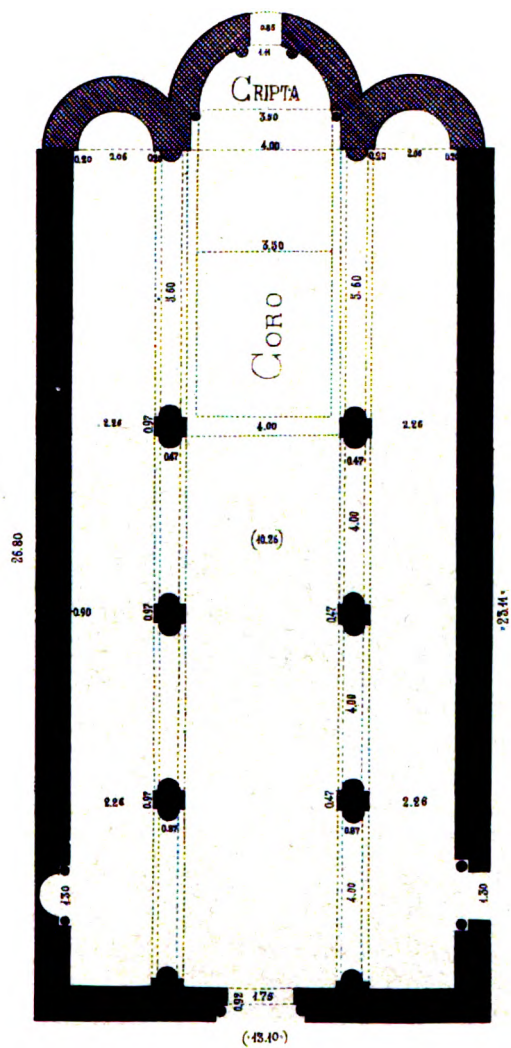
(1) Nel Museo Civico di Modena, largita dal cav. Arsenio Crespellani, si conserva la collezione completa dei calchi delle parti decorative della Vecchia Pieve.

Tav.ª I.ª

La Pieve di Trebbio

Fig.ª 1.ª

Pianta

Fig.ª 3.ª

Sezione Trasversale

(R.ª 1:200)

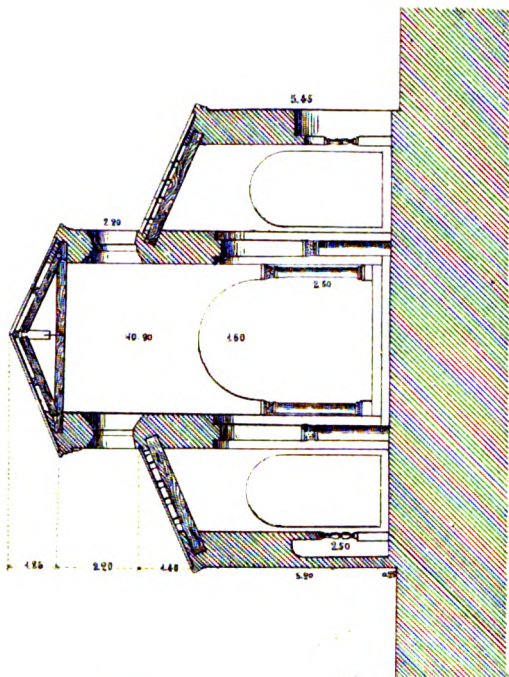
Fig.ª 2.ª

Sezione Longitudinale

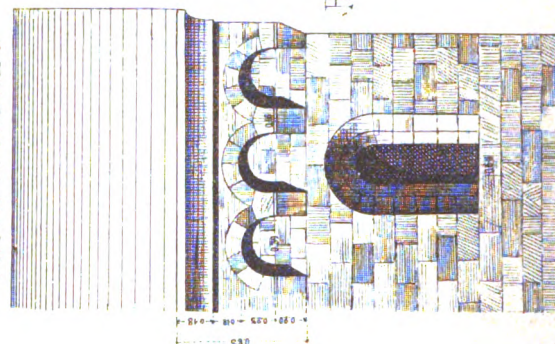
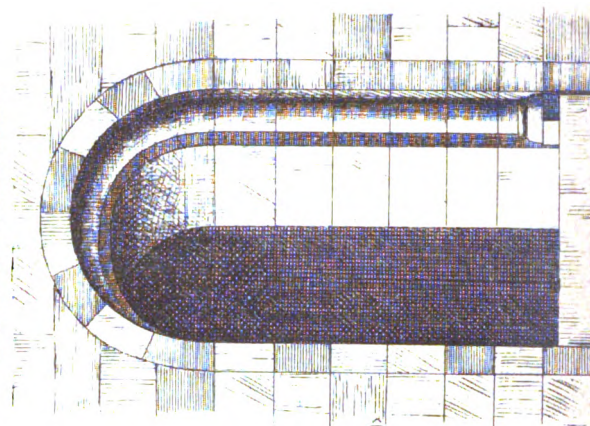
Fig.ª 4.ª

Cornice e Finestre della Nave di mezzo

Fig.ª 5.ª

Porta Principale

R. 1:50

Tav.ª IIª

La Pieve di Trebbio

Capitelli delle semicolonne delle Navate

Fig.ª 6ª

Rap.º 1:5.

Fig.ª 7ª

Gustavo Zagni dis.

Tav.ª III.ª

La Pieve di Trebbio

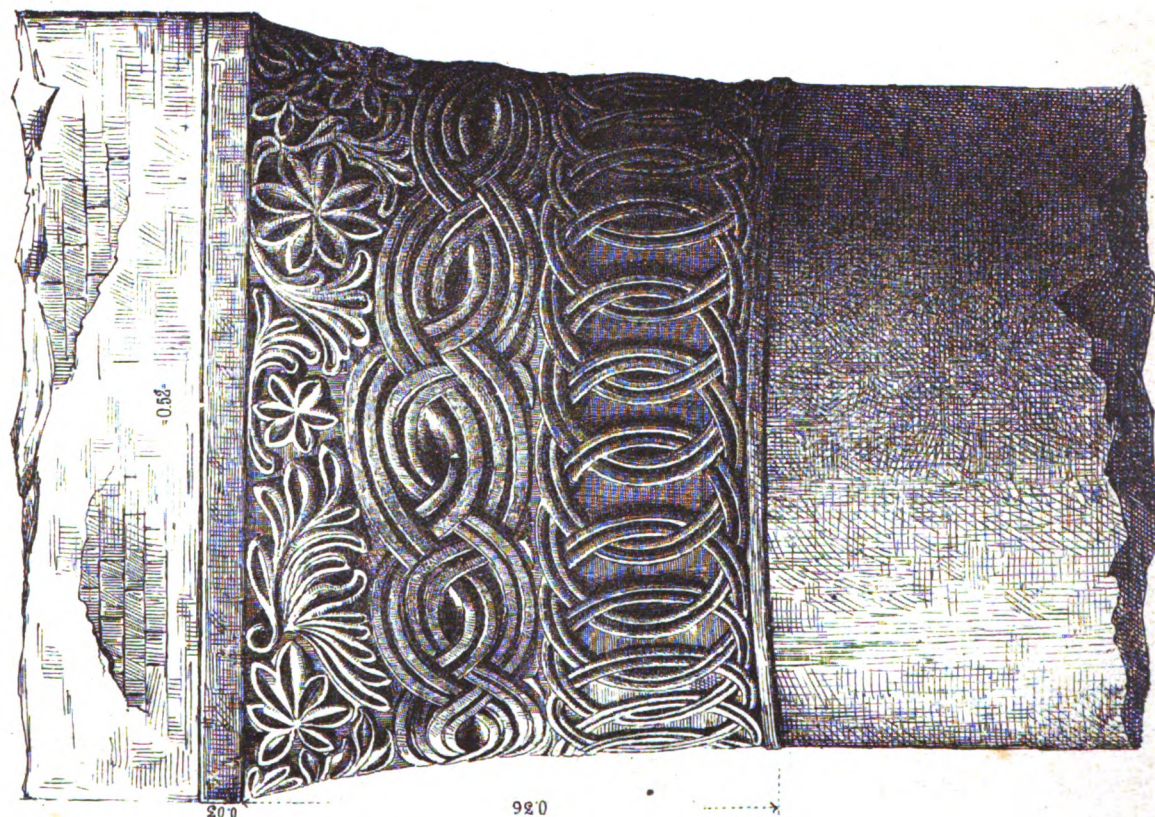
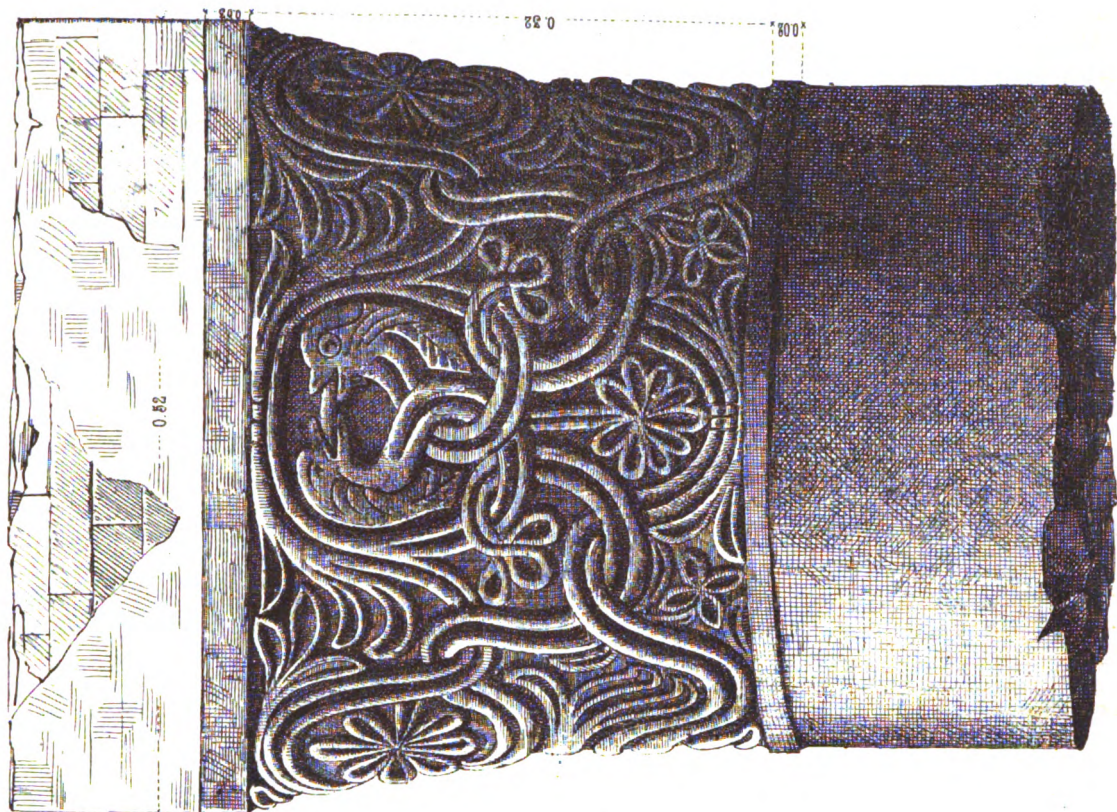
Fig.ª 8.ª

Capitello delle Navate

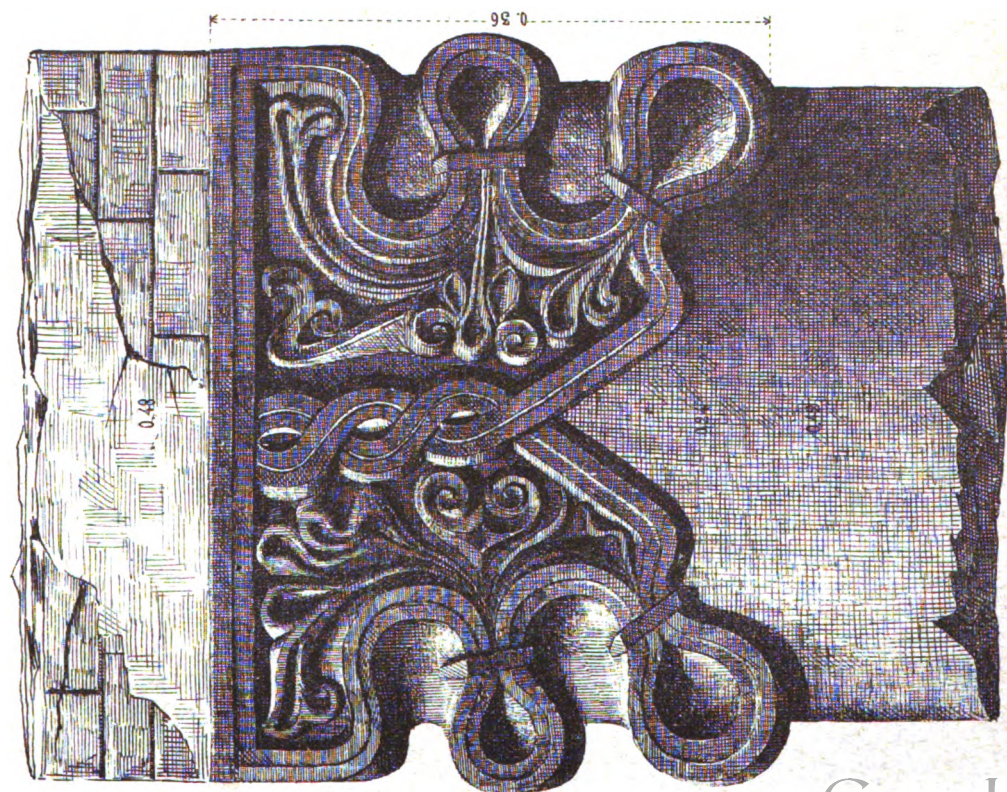
Fig.ª 9.ª

Sottoarcate delle Navate

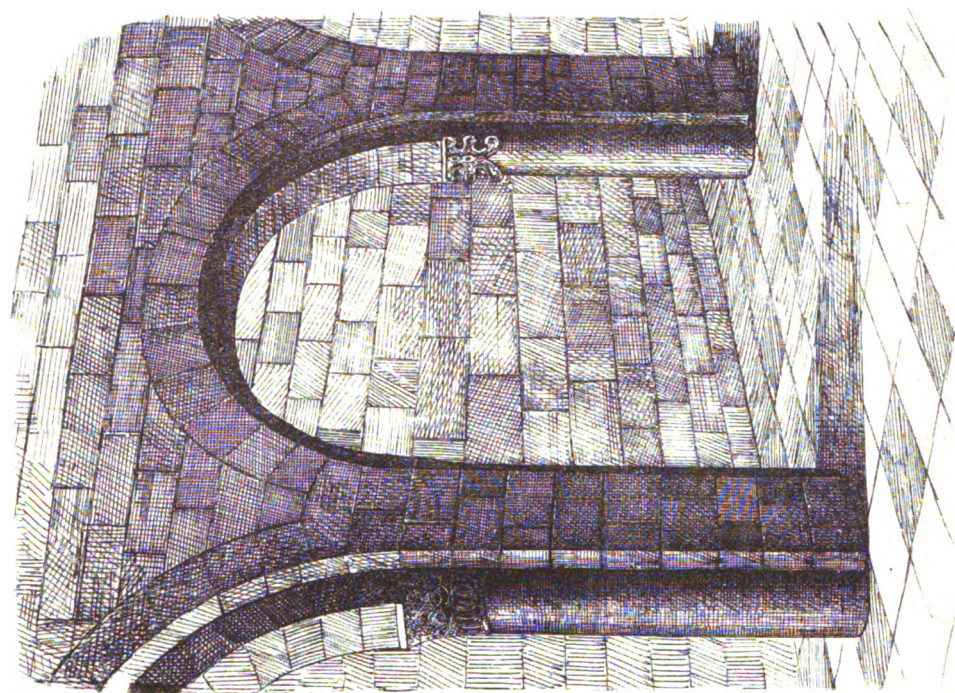
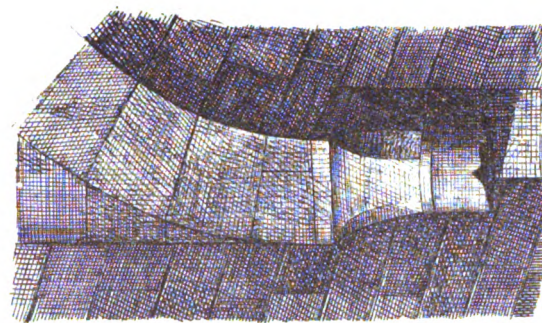
Fig.ª 10.ª

Colonne dell' Arco Trionfale.

Basi delle Colonne sud.te

Fig.ª 11.ª

Gustavo Zagni dis.

La Pieve di Trebbio

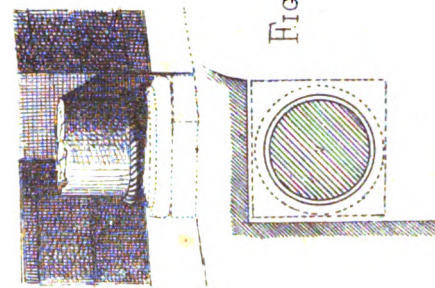
Tav.ª IV.ª

Frammenti di Capitelli che servono da porta asta

Fig.ª 12.ª

Fig.ª 13.ª

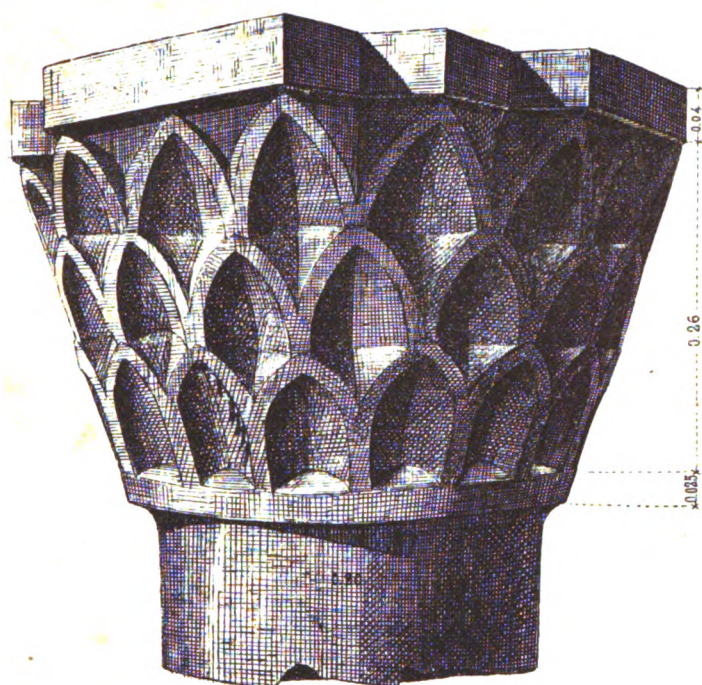
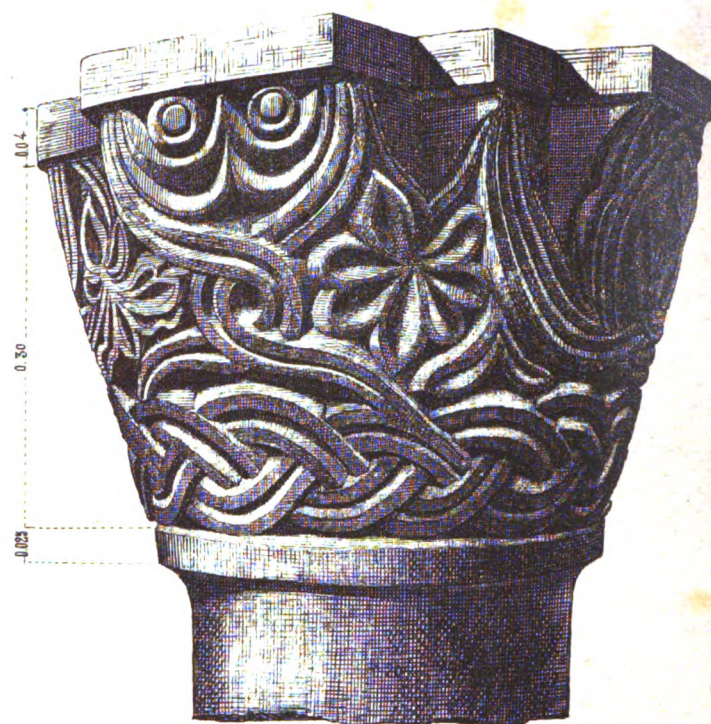



Fig.ª 14.ª

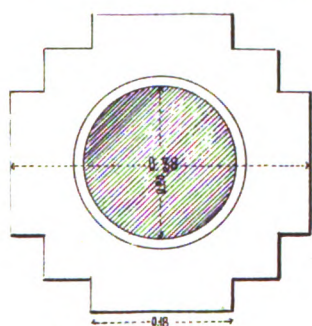
Pianta dell' Abaco

(Capitelli Rapp.ᵗ 1:5)

Fig.ª 15.ª

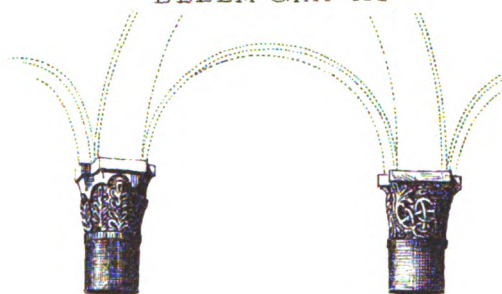
Archivolti delle Colonnette della Cripta

Capitelli delle semicolonnette della Cripta

Fig.ª 16.ª

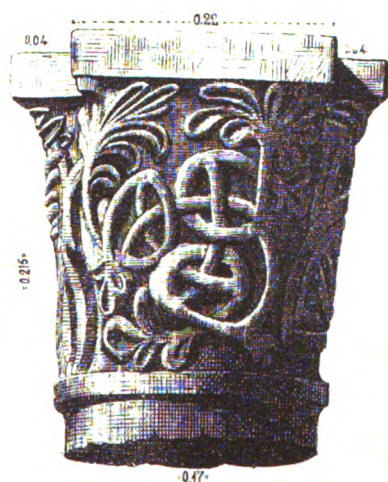
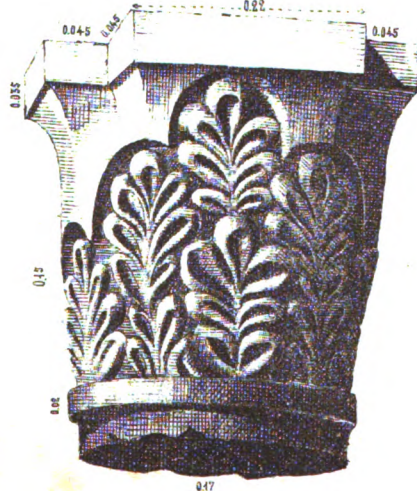
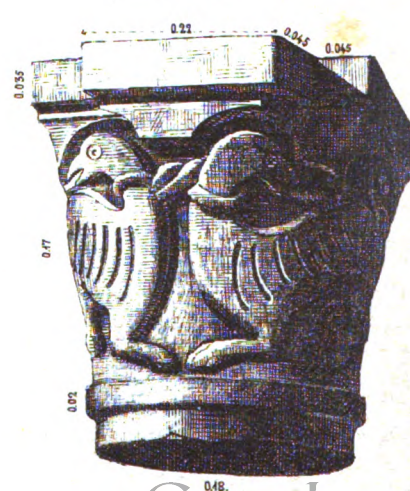



Fig.ª 17.ª

Fig.ª 18.ª

Gustavo Z... dis: f

INDICE DEL VOLUME

Relazioni degli atti accademici 1893-94.

Opere inviate alla R. Accademia negli anni 1892-1893.

Memorie della Sezione di Scienze.

Memoria della Sezione di Lettere.

Memorie della Sezione di Arti.